

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE SUPERIEURE EN SCIENCES APPLIQUEES  
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية  
École Supérieure en  
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية  
-تلمسان-

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme de Master

Filière : automatique  
Spécialité : automatique

Présenté par :  
CHOUGRANI Hana et SAID Cheimaa

Thème

***Analyse et synthèse d'observateur pour un  
bioréacteur membranaire anaérobie***

Soutenu publiquement, le 12/07/2021, devant le jury composé de :

M S.M.ABDI	MCB	ESSA. Tlemcen	Président
Mme A.GHOUALI ep BEDJAOUI	MCB	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
Mme Z.KHEDIM ep BENSID	Docteur	Université de Tlemcen	Co- Directeur de mémoire
Mme I.DIDI ep BEMMOUSSAT	MCB	ESSA. Tlemcen	Examinatrice 1
Mme H.SEBBAGH ep DALI-YOUCHEF	MCA	ESSA. Tlemcen	Examinatrice 2

Année universitaire : 2020 /2021

---

## Remerciements

*Nous tenons à remercier notre encadrante Mme Amel GHOUALI eps BEDJAOUI , Maitre de conférence « B » à l'ESSA de Tlemcen , car sans elle ce travail n'aurait jamais pu être réalisé .Elle n'a jamais cessé de nous soutenir ,nous encourager et nous conseiller afin de réaliser ce travail . Nous exprimons tous nos sentiments, notre profond respect et notre sincère gratitude.*

*Nous tenons à remercier également notre Co-encadrante Mme Zineb KHEDIM ep BENSID docteur a l'Universite de Tlemcen, pour son aide , sa patience et sa persévérance dans le suivi ,nous vous sommes reconnaissantes.*

*Nos remerciements s'adressent également à Monsieur le président du jury M S.M. ABDI Maitre de conférence « B » à l'ESSA de Tlemcen et à nos examinatrices, Mme Ibtissem DIDI Maitre de conférence « B » à l'ESSA de Tlemcen et Mme H. SEBBAGH ep DALI-YOUCHEF Maitre de conférence « A » à l'ESSA de Tlemcen qui nous ont fait l'honneur d'évaluer notre travail.*

*Nous tenon à remercier Mr Boucherit ROUISSAT, le directeur de l'école et Mr Fouad BOUKLI Hacis le directeur des études qui ont veillé à offrir une excellente formation aux élèves de l'école dans les meilleures conditions.*

*Nos remerciements les plus sincères à nos enseignants pendant toute notre cursus d'études.*

*Enfin Nous remercions toute personne qui a contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.*

***Cheimaa et Hana  
Tlemcen, le 24 JUIN 2021***

---

# Dédicaces

*Je dédie cet événement marquant de ma vie à la mémoire de ma grande mère disparu trop tôt.  
À mes très chers parents qui ont toujours été la pour moi et qui m'ont encouragé tout au long de mes études .*

*Je tiens à remercier infiniment ma magnifique famille particulièrement ma chère tante YAMINA et mes adorables soeurs qui m'ont guidé et soutenu tout long des étapes de ma vie.*

*À mon binôme HANA et sa famille .*

*À tous ceux qui me sont chers*

***Cheimaa SAID***

*À la mémoire de mon grand père .*

*À mes chers parents pour l'amour qu'ils m'ont toujours donné et toute l'aide qu'ils m'ont apportée durant mes études. Aucun mot, aucune dédicace ne pourrait exprimer mon respect, ma considération et mon amour pour les sacrifices qu'ils ont consentis pour mon instruction et mon bien-être. Aucune dédicace ne saurait exprimer mon adoration, mon respect et ma considération pour eux.*

*À mes grands parents pour leur confiance, leur encouragement ainsi que leur soutien inconditionnel.*

*À toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire. Merci d'être toujours là pour moi.*

*Je voudrais exprimer ma reconnaissance envers mon amie Nesrine BENYELLES et toute sa famille.*

*Je vous remercie infiniment pour votre accueil toujours aussi chaleureux!*

*À mon binôme Chaimaa avec laquelle j'ai pris beaucoup de plaisir à travailler.*

***Hana CHOUGRANI***

---

## Résumé

La digestion anaérobie permet de traiter les eaux usées domestiques dédiées à l'agriculture. Cependant, la digestion anaérobie a été un peu rejetée par les industriels car ce procédé est facilement déstabilisable c'est pour cela il mérite d'être modélisé et étudié en profondeur. Notre travail de master porte sur la modélisation et l'observation des procédés membranaires anaérobies. L'objectif principal est de reprendre l'analyse d'un modèle proposé par Benyahia et al[3]. C'est un modèle simple du point de vue mathématique pour un BRM anaérobie. L'idée consiste à modifier un modèle de digestion anaérobie déjà existant, afin d'inclure la dynamique de la formation et la dégradation d'une nouvelle composante (SMP) dans le bioréacteur connue pour contribuer sérieusement au colmatage de la membrane. Notre objectif est de synthétiser un observateur asymptotique afin d'estimer la concentration des SMP et des biomasses acidogène et méthanogènes.

**Mots clés :** AM2b, Analyses d'équilibres, BioRéacteurs Membranaires Anaérobies, Colmatage de la membrane, Digestion anaérobie, Modélisation, Observateurs, Produits Microbiens Solubles (SMP), Stabilité, Traitement des eaux usées.

## Abstract

Anaerobic digestion is used to treat domestic wastewater that can be used for agriculture. However, anaerobic digestion has been somewhat rejected by the industry because the process is easily destabilised and therefore deserves to be modelled and studied in depth. Our master's thesis is about the modelling and observation of anaerobic membrane processes. The main objective is to analyse a model proposed by Benyahia et al [3]. It is a mathematically simple model for an anaerobic MBR. The idea is to modify an existing anaerobic digestion model to include the dynamics of the formation and degradation of a new component (SMP) in the bioreactor that is known to seriously contribute to membrane clogging. Our objective is to synthesize an asymptotic observer to estimate the concentration of SMP, acidogenic and methanogenic biomass.

**Key words :** AM2b, Anaerobic Membrane BioReactors, Membrane clogging, Digestion anaerobic, Modeling, Observers, Soluble Microbial Products (SMP), Stability, Wastewater treatment.

# Table des matières

<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Synthèse bibliographique</b>	<b>3</b>
1.1 Description de la digestion anaérobie . . . . .	3
1.1.1 Étapes de la digestion anaérobie . . . . .	4
1.1.2 Les conditions physico-chimiques . . . . .	4
1.2 Les bioréacteurs membranaires . . . . .	5
1.2.1 Pourquoi utiliser des BRM ? . . . . .	5
1.2.2 BRM à boucle externe . . . . .	6
1.2.3 BRM immergés . . . . .	6
1.2.4 Avantages et limites du bioréacteur à membrane . . . . .	6
1.3 Les Produits Microbiens Solubles . . . . .	7
1.3.1 Définition des SMP . . . . .	7
1.3.2 Mécanismes de production des SMP . . . . .	7
1.3.3 Classement des SMP . . . . .	8
1.3.4 Le colmatage des BRM . . . . .	8
1.3.5 Types de colmatage . . . . .	8
1.3.6 Le rôle des SMP dans le colmatage . . . . .	9
1.4 Conclusion . . . . .	10
<b>2 Modélisation des SMP dans un BioRéacteur Membranaire Anaérobie</b>	<b>11</b>
2.1 Le modèle AM2b . . . . .	11
2.2 Le modèle mathématiques du AM2b . . . . .	11
2.2.1 Approche proposée et hypothèses de développement . . . . .	11
2.2.2 Les équations dynamiques du modèle AM2b . . . . .	13
2.2.3 Positivité et bornitude des variables . . . . .	15
2.2.4 Calcul des équilibres du modèle AM2b . . . . .	16
2.2.5 Etude numérique du modèle en fonction des paramètres opératoires . . . . .	19
2.3 Quelques résultat de simulation . . . . .	21
2.4 Conclusion . . . . .	24
<b>3 Observateur pour le modèle AM2b</b>	<b>25</b>
3.1 Observateurs pour les bioprocédés . . . . .	25
3.2 Observabilité d'un système non linéaire . . . . .	26
3.2.1 Équations d'état d'un système non linéaire . . . . .	26
3.2.2 Observabilité des systèmes non linéaires . . . . .	26
3.3 Observateur asymptotique . . . . .	27
3.3.1 Synthèse d'observateur asymptotique pour le modèle AM2b . . . . .	28
3.3.2 Résultat de simulation . . . . .	30
3.3.3 Discussion autour de la robustesse . . . . .	31
3.4 Conclusion . . . . .	34

<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>35</b>
<b>Références bibliographiques</b>	<b>38</b>

# Table des figures

1.1	Les étapes de la digestion anaérobie [7]	5
1.2	a) BRM à boucle externe, b) BRM immergé [19]	6
1.3	Classification des SMP en UAP et BAP. [3]	9
1.4	Rôle des SMP dans le colmatage [14].	9
2.1	Représentation schématique du modèle AM2b [3]	12
2.2	Diagramme résumant les équilibres du système (2.5)-(2.9).	19
2.3	La progression des états $S_1, S_2, X_1, X_2$ et $s$ pour $D_0 + D_1=2$	22
2.4	La progression des états $S_1, S_2, X_1, X_2$ et $S$ pour $D_0 + D_1=0.65$ .	23
3.1	Principe de l'observateur	26
3.2	L'estimation de la variable $x_1$ par l'observateur asymptotique et son erreur d'estimation.	30
3.3	L'estimation de la variable $x_2$ par l'observateur asymptotique et son erreur d'estimation.	30
3.4	L'estimation de la variable $s$ par l'observateur asymptotique et son erreur d'estimation.	31
3.5	La concentration de la variable $x_1$ avec une perturbation sur $Q_m$ et son erreur d'estimation	31
3.6	La concentration de la variable $x_2$ avec une perturbation sur $Q_m$ et son erreur d'estimation	32
3.7	La concentration de la variable $s$ avec une perturbation sur $Q_m$ et son erreur d'estimation	32
3.8	La concentration de la variable $x_1$ avec une perturbation sur $x_1$ et son erreur d'estimation	33
3.9	La concentration de la variable $x_2$ avec une perturbation sur $x_1$ et son erreur d'estimation	33
3.10	La concentration de la variable $s$ avec une perturbation sur $x_1$ et son erreur d'estimation	34

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

**L**e traitement biologique de l'eau peut se faire dans deux situations : digestion aérobie et digestion anaérobie, le premier genre de digestion permet la dégradation des polluants avec un rendement en boues très élevé et une voracité envers l'oxygène, chose qui est coûteuse pour les applications industrielles. Ceci a poussé les chercheurs à développer une méthode moins chère et plus performante qui est le traitement biologique par voie anaérobie.

La digestion anaérobie est un processus qui permet de traiter les eaux usées et les déchets tout en récupérant les énergies renouvelables. La matière organique est convertie en biogaz, qui contient environ 2/3 de méthane et 1/3 de dioxyde de carbone. Il provient des activités d'un écosystème microbien anaérobie complexe. Le biogaz est une source d'énergie et peut être directement utilisé comme substitut du gaz naturel pour la production de la chaleur et de l'électricité par cogénération ou encore comme carburant pour véhicules. Il est à noter que la récupération du biogaz qui peut être émis lors de la dégradation naturelle de la matière organique contribue également à réduire les émissions de gaz à effet de serre.

Cependant, la digestion anaérobie a été un peu écartée par les industriels car ce procédé est facilement déstabilisable et son redémarrage demande de long délais (plus d'un mois), ce qui n'est pas approprié que ce soit du point de vue pratique ou du point de vue économique. Par conséquent, la communauté scientifique de l'automatique intéressée par les processus biologiques a mené des recherches sur la modélisation, l'observation et le contrôle de la digestion anaérobie afin de prendre en charge des différentes problématiques mentionnées ci-dessus.

Basés sur le principe du tamis, c'est-à-dire du passage de l'effluent à travers des pores calibrés et sélectifs d'une membrane, les BioRéacteurs Membranaires (BRM) sont utilisés pour séparer la phase liquide épurée et la phase solide contenant biomasses et grosses molécules organiques. Cette technique couplée à la digestion anaérobie, apparaît comme prometteuse pour atteindre le double objectif de : "bien" épurer, pour produire de l'énergie et permettre la réutilisation d'une eau de qualité satisfaisante pour l'agriculture.

Afin d'étudier le couplage des processus biologiques anaérobies avec les caractéristiques des membranes, il est nécessaire de modifier les modèles existants de la digestion anaérobie pour prendre en compte de nouvelles variables tels que les Produits Microbiens Solubles (SMP pour Soluble Mi-



icrobial Products) qui jouent un rôle majeur dans le colmatage de ces systèmes.

De ce fait, notre travail de master porte sur la modélisation et l'observation des procédés membranaires anaérobies. L'objectif principal est de reprendre l'analyse d'un modèle proposé par Benyahia et al. [3]. C'est un modèle simple du point de vue mathématique pour un BRM anaérobie, l'idée consiste à modifier un modèle de digestion anaérobie déjà existant, afin d'inclure la dynamique de la formation et la dégradation d'une nouvelle composante (SMP) dans le bioréacteur connue pour contribuer sérieusement au colmatage de la membrane.

Le mémoire est composé de trois chapitres organisés comme suit :

Dans le premier chapitre, une étude bibliographique sur la digestion anaérobie et les bioréacteurs membranaires (BRM) est présentée en expliquant le principe de ces deux technologies. Par la suite, nous introduisons les produits microbiens solubles (Soluble Microbial Products) en se basant sur leur rôle dans le mécanisme du colmatage membranaire.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation de la digestion anaérobie en introduisant les SMP. Nous allons reprendre l'analyse mathématique du modèle AM2b qui a été proposé par Benyahia et al. [3]. L'analyse mathématique comprend l'étude des équilibres du modèle et leur stabilité.

Nous abordons dans le troisième et dernier chapitre, le problème des observateurs d'état pour le modèle développé. Le but est d'estimer la concentration des SMP, les concentrations des biomasses et ceci, à partir de mesures réalistes.

Enfin, nous présentons une conclusion générale sur les résultats obtenus ainsi que quelques perspectives.

## CHAPITRE

### 1

# SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE

**D**ans le premier chapitre de ce manuscrit, nous présentons une étude bibliographique sur la digestion anaérobie et les bioréacteurs membranaires (BRM) en rappelant le principe de ces deux technologies. Par la suite, nous introduisons les produits microbiens solubles (Soluble Microbial Products) en se basant sur leur rôle dans le mécanisme du colmatage membranaire.

## 1.1 Description de la digestion anaérobie

La digestion anaérobie dite aussi méthanisation est le processus naturel de transformation de la matière organique réalisée par des bactéries dans des conditions anaérobies (en absence d'oxygène). Cette transformation conduit à la formation de biogaz riche en méthane, qui constitue une source d'énergie renouvelable.

Par rapport aux techniques classiques de dépollution (digestion aérobie), la digestion anaérobie présente quelques avantages, à savoir

- La dégradation d'effluents à forte concentration en matière organique.
- Une faible production de boues.
- La valorisation énergétique du biogaz.
- Une faible demande énergétique car ce procédé n'a pas besoin de pompes d'aération.

Cependant, ce processus complexe, lent au démarrage dû à la croissance lente des microorganismes impose des phases de démarrage lentes (2 à 9 mois) avant d'atteindre le fonctionnement nominal. De plus, ce procédé est sensible aux facteurs environnementaux. En cas de surcharge organique, ce dernier cesse de fonctionner et perd sa capacité épuratoires et sa remise en route demande de lent délais.

### 1.1.1 Étapes de la digestion anaérobie

L'instabilité du procédé de digestion anaérobie s'explique par la chaîne réactionnelle mise en jeu. En effet, la digestion anaérobie d'un produit organique complexe comporte quatre grandes étapes :

#### 1. Hydrolyse

L'hydrolyse est toute réaction chimique dans laquelle les liaisons des molécules sont rompues par l'eau.

#### 2. Acidogenèse

La production d'acide est une réaction biologique dans laquelle des monomères simples sont convertis en acides gras volatils par des bactéries acidogènes.

#### 3. Acétogénèse

Production d'acide acétique par AGV (les AGV sont convertis en acétate en produisant de l'hydrogène  $H_2$  et du  $CO_2$  par des bactéries acétogènes.

#### 4. Méthanogénèse

Dans cette étape, les produits de la réaction précédente (principalement l'acétate, le formiate, le dioxyde de carbone et l'hydrogène) sont convertis en méthane par les bactéries méthanogènes.

La première population comprend les méthanogènes hydrogénophiles qui produisent du méthane à partir d'hydrogène. La deuxième population comprend des méthanogènes appelés acétoclastes, qui produisent du méthane à partir de l'acétate.

Cette description simpliste des réactions complexes mises en oeuvre par la digestion anaérobie, suffit à faire apparaître un point fondamental : le réacteur ne dépolluera efficacement que si les conditions permettent aux deux catégories de micro-organismes de travailler en accord. La figure 1.1 illustre le diagramme réactionnel de la digestion anaérobie.

### 1.1.2 Les conditions physico-chimiques

La digestion anaérobie est dépendante de plusieurs facteurs environnementaux, à savoir :

#### Le pH

La digestion anaérobie se déroule pour des valeurs de pH entre 6 et 8 .

#### La température

Pour le bon fonctionnement du digesteur, la température doit rester stable et comprise entre  $35C$  et  $40C$  degrés pour les bactéries mésophiles. Pour une température moins de  $35C$  les micro-organismes deviennent inactifs et pour une température plus de  $40C$  ils risquent des dommages irréversibles

#### Le potentiel d'oxydoréduction

Il affecte l'activité des bactéries méthanogènes. En plus de l'absence d'oxygène, ces bactéries nécessitent également un potentiel inférieur à  $330Mv$ .

#### Les inhibiteurs

Ils se forment lors de la dégradation des déchets, tels que l'ammoniac, les acides gras volatils, les acides gras à longue chaîne, etc...

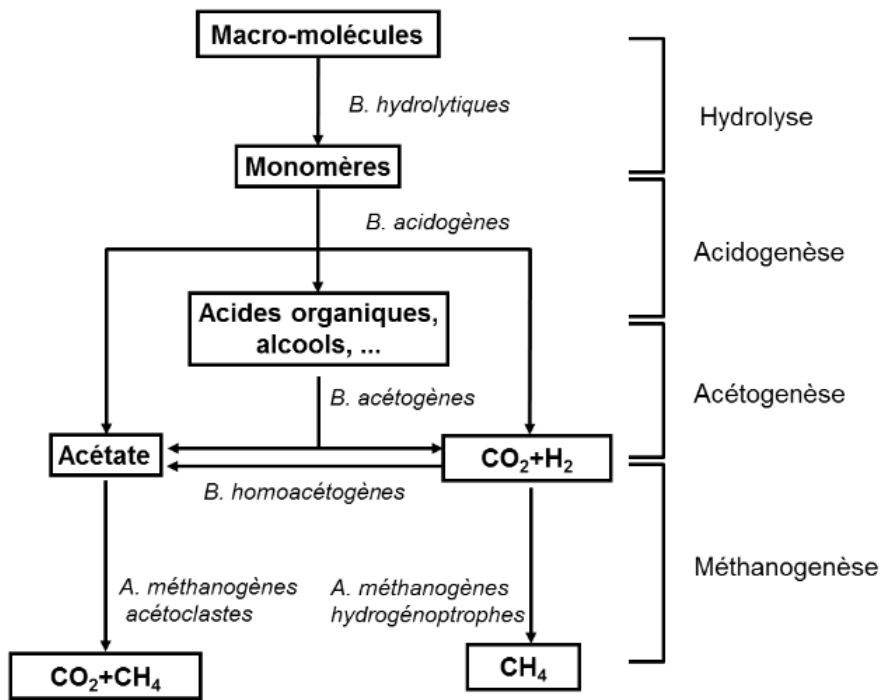


FIGURE 1.1: Les étapes de la digestion anaérobie [7]

### Le rapport Carbone/Azote

Le rapport C/N est la relation entre la teneur en carbone et celle de l'azote constituant de la matière organique. Il correspond au degré de minéralisation de la matière organique. Plus le taux d'azote est élevé, plus le rapport diminue et plus la vitesse de minéralisation augmente. Dans le cadre de la digestion anaérobie, le C/N optimum est dans un intervalle de 20 à 30. Un rapport plus élevé signifie une consommation plus rapide de l'azote et donc une faible production du biogaz. Un rapport plus faible signifie une accumulation de l'ammoniac. Ces derniers génèrent un pH supérieur à 8.5 qui inhibera toute l'évolution des bactéries méthanogènes.

## 1.2 Les bioréacteurs membranaires

### 1.2.1 Pourquoi utiliser des BRM ?

Le principe de traitement des eaux usées est de transformer la matière organique en boue via l'action des microorganismes (Biodégradation), puis de séparer la phase liquide épurée de la phase solide. Les procédés classiques de décantation présentent certains inconvénients. Leur principal point faible réside dans la sensibilité de la séparation aux conditions opérationnelles. Ainsi, l'eau produite ne peut pas satisfaire constamment les normes législatives de rejet [3]. Afin d'assurer une clarification plus fiable des eaux traitées, une technologie alternative est apparue depuis quelques années. Elle consiste à substituer la séparation par décantation par une séparation membranaire.

Cette technologie est mise en oeuvre dans les BioRéacteurs Membranaires (BRM), qui est basée sur le principe du tamis, c'est-à-dire du passage de l'effluent à travers des pores calibrés d'une membrane physique. Cette dernière est définie comme une couche de matière, permettant l'arrêt ou le passage sélectif de substances dissoutes ou non [13].

### 1.2.2 BRM à boucle externe

Le BRM à boucle externe (figure 1.2) est la première génération de la technologie membranaire. La biomasse circule à grande vitesse dans une boucle de façon à limiter le colmatage des membranes. L'inconvénient majeur de ces procédés est la consommation énergétique élevée à cause de la pression de cette boucle de circulation.

### 1.2.3 BRM immergés

Le BRM immergé (figure 1.2) est une configuration plus récente du BRM visant une plus faible consommation d'énergie que les procédés à boucle externe. Les membranes sont directement immergées dans le bioréacteur (boue activée). Le principe consiste à soutirer le perméat (eau clarifiée) par aspiration. Ces procédés sont largement utilisés aujourd'hui, mais leur inconvénient majeur est la faible capacité de traitement à cause de leur fonctionnement par aspiration.

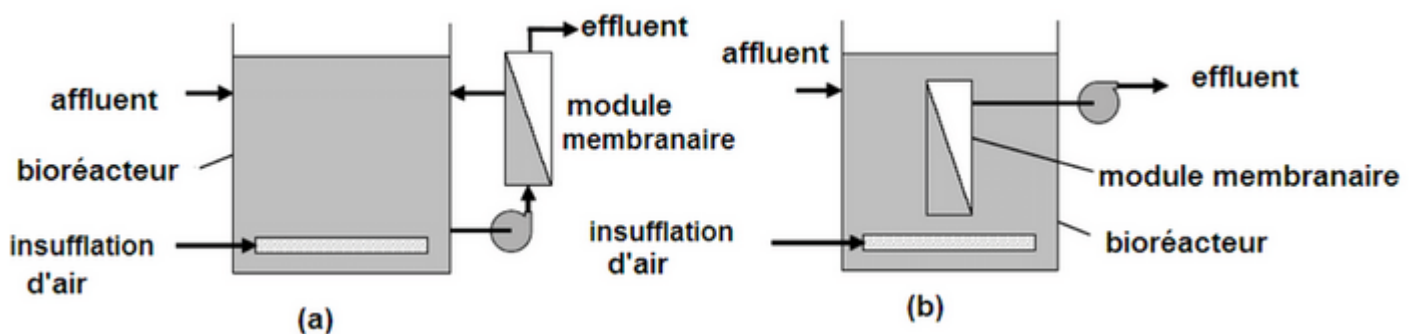


FIGURE 1.2: a) BRM à boucle externe, b) BRM immergé [19]

### 1.2.4 Avantages et limites du bioréacteur à membrane

Aujourd'hui, les utilisateurs d'eau conviennent que l'application de la technologie des membranes a prouvé son utilité dans le domaine du traitement des eaux usées. En effet, par rapport au procédé de traitement conventionnel utilisant des boues activées, les modules membranaires présentent de nombreux avantages. Ces avantages peuvent être divisés en 3 catégories principales : l'installation, l'exploitation et le procédé (tableau 1.1).

Concernant l'installation, les BRMs ne nécessitent pas de décanteur (contrairement au boue activée classique). Ils sont donc plus compacts (la surface au sol peut être divisée par 5) et peuvent être installés dans des espaces restreints. De plus, les BRMs ont l'avantage de la modularité. Il est facile d'augmenter ou de diminuer la surface membranaire impliquée (en particulier dans les bioréacteurs à membranes externes). Ces caractéristiques signifient que le procédé peut être facilement mis en œuvre dans des équipements existants qui possèdent déjà des bioréacteurs, par exemple lors de la réparation d'une ancienne station de traitement (conversion des décanteurs en bassin tampon).

La polarisation de concentration ainsi que le colmatage sont considérés comme des limites majeures qui tendent à diminuer les performances des membranes. Le phénomène de polarisation de concentration est la conséquence de l'accumulation de composés au voisinage de la membrane. Une diminution de la pression transmembranaire ou arrêt de la filtration permet d'éliminer instantanément la couche de polarisation de concentration : le phénomène est donc réversible.

Le colmatage quant à lui peut se manifester sous trois formes. Il peut s'agir de l'adsorption des composés sur le matériau membranaire avec lequel se créent de fortes interactions. Un colmatage en profondeur peut également avoir lieu, cela se produit lorsque les composés à filtrer sont de taille inférieure à celle des pores de la membrane (exemple des macromolécules présentes dans les BRMs). La troisième forme de colmatage est le dépôt de particules à la surface de la membrane, ce qui peut générer un gâteau plus ou moins compact. Le colmatage des BRMs est généralement une combinaison de ces trois formes. Le colmatage par adsorption nécessite un lavage chimique afin de régénérer les performances de filtration de la membrane. Le blocage des pores et le dépôt de particules peuvent, quant à eux, être éliminés par le rétrolavage lorsque la technologie des membranes le permet (le cas de membranes à fibres creuses). Pour les autres technologies membranaires, le lavage chimique s'impose. Le lavage chimique consiste à utiliser une solution acide (par exemple l'acide citrique) pour éliminer le colmatage dû à la matière inorganique et un oxydant (par exemple une solution de NaOCl) pour oxyder la matière organique [17].

Avantages du BRM		
Catégories	Caractéristiques	Avantage
Installation	Compacité	modularité Adaptabilité pour l'amélioration d'installations existante.
Exploitation	Fiabilité	Excellente qualité de l'eau traitée
Procédé	Qualité de l'eau biomasse	Meilleure élimination de DCO, DBO5, Azote et Phosphore Clarification et désinfection quasi totale (dont bactéries, virus) Possibilité de réutilisation de l'eau traitée Rétention totale de la biomasse Âge de boues élevées et découplé du temps de séjour hydraulique Capacité à traiter des composés récalcitrants (phénols) Faible production de boues excédentaires Forte concentration de biomasse dans le réacteur

TABLE 1.1: Les avantages du BRM [17].

## 1.3 Les Produits Microbiens Solubles

### 1.3.1 Définition des SMP

Noguera et al définissent les SMP comme l'ensemble des composés organiques en solution provenant du métabolisme du substrat (généralement associé à la croissance bactérienne) et de la mortalité de la biomasse durant une minéralisation complète des substrats simples. Les auteurs précisent que lorsque la minéralisation n'est pas complète, comme dans le cas des réactions fermentaires, les SMP ne doivent pas inclure les produits finaux, car ces derniers viennent directement du substrat et non du métabolisme microbien. Ils concluent que pour les systèmes anaérobies, les composants intermédiaires comme les AGV doivent être exclus de la définition des SMP, car ils ne sont pas d'origine microbienne [3].

### 1.3.2 Mécanismes de production des SMP

Nous caractérisons deux mécanismes de production des SMP, ceux liés à l'utilisation de substrat accompagnée de la croissance bactérienne et ceux liés à la mortalité de la biomasse.

### SMP liés à l'utilisation du substrat et à la croissance bactérienne

- **Équilibre de concentration** : pour maintenir le gradient de la concentration des deux côtés de la membrane cellulaire, les micro-organismes sécrètent du SMP. Un stress environnemental des micro-organismes (par exemple, un changements de température) peut provoquer la libération de SMP.
- **Croissance et métabolisme microbien** : en phase de croissance cellulaire, les micro-organismes renouvellent certains composants des parois cellulaires et des protéines cellulaires. Par conséquent, ces composants sont dégradés puis excrétés dans le milieu de culture sous forme de SMP.

### SMP liés à la mortalité de la biomasse

- **Manque ou jeûne** : pendant une période de manque en substrat, les micro-organismes ont besoin d'énergie de maintenance. Cette dernière peut être fournie par la respiration endogène ou par l'oxydation des composants cellulaires endogènes et des produits de stockage. Lorsque cela se produit, les micro-organismes excrètent des SMP et les SMP peuvent être utilisées comme énergie d'entretien pendant la respiration endogène ou le métabolisme local.
- **Mortalité et lyse cellulaire** : la formation de SMP par l'enchaînement de ces 3 étapes :
  1. La perte de viabilité ou d'activité cellulaire (la mort).
  2. La défragmentation des cellules mortes (la lyse cellulaire).
  3. L'hydrolyse des particules microbiennes et EPS.

### 1.3.3 Classement des SMP

Les SMP selon leurs origines, sont classés en deux groupes figure 1.3 :

- Les UAP (Utilization Associated Products) : composés de petites molécules carbonées dérivées des substrats originaux.
- Les BAP (Biomass Associated Products) : macromolécules cellulaires contenant sur-tout du carbone et de l'azote.

### 1.3.4 Le colmatage des BRM

Le colmatage est l'inconvénient majeur des BRM car c'est un phénomène difficile à prévoir et à maîtriser ce qui limite leur mise en oeuvre à l'échelle industrielle.

Le colmatage des membranes induit une diminution du flux du perméat pour une filtration à pression constante, ou une augmentation du gradient de pression lors d'une filtration à flux constant. A long terme, la durée de vie des membranes diminue à cause du colmatage, donc il faut les laver périodiquement (lavages physiques et/ou chimiques).

### 1.3.5 Types de colmatage

Deux types de colmatage sont définis :

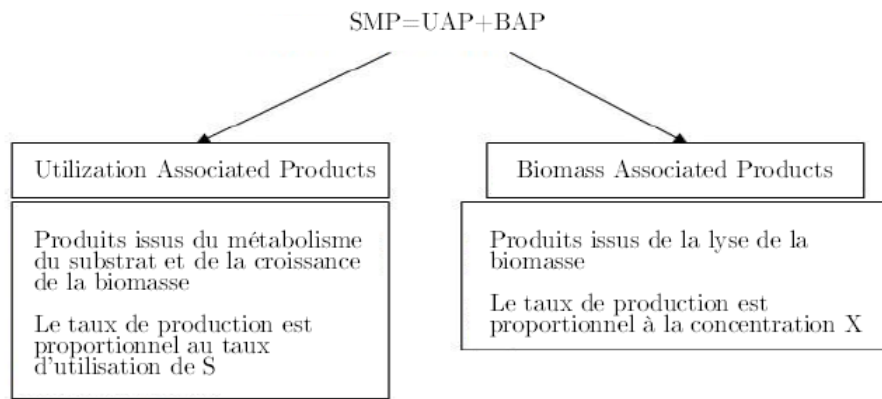


FIGURE 1.3: Classification des SMP en UAP et BAP. [3]

### — Le colmatage réversible

Ce colmatage peut être éliminé par un lavage hydraulique (par rétrolavage à l'eau : passage du fluide en sens inverse de celui utilisé lors de la filtration) ou à l'air (par un système d'aération).

### — Le colmatage irréversible

Il ne peut être éliminé que par un lavage chimique de la membrane car il correspond à une perte définitive partielle de la perméabilité.

## 1.3.6 Le rôle des SMP dans le colmatage

Le concept de colmatage membranaire dû aux SMP est relativement nouveau. Les SMP sont désormais reconnus comme des colmatants majeurs à prendre en compte dans l'étude du colmatage des membranes dans les BRM [16]. A cause du temps de séjour des solides important dans les BRM, les SMP s'accumulent facilement dans le bioréacteur entraînant un colmatage et une faible filtrabilité.

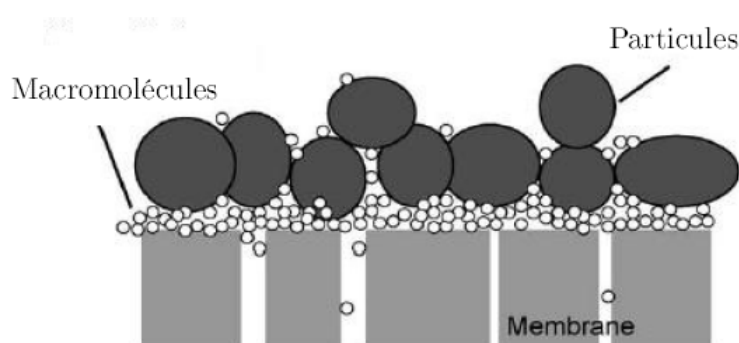


FIGURE 1.4: Rôle des SMP dans le colmatage [14].

Beaucoup de travaux de la littérature ont étudié la relation entre le phénomène du colmatage et les SMP. Nous donnons par la suite un récapitulatif de ces travaux d'après l'étude bibliographique de [16].

- Les SMP sont probablement responsables du colmatage [20].
- Si la concentration des SMP diminue, alors l'index de colmatage baisse [10].



- Le taux de colmatage est corrélé avec la concentration des SMP [21].
- Les SMP jouent un rôle important dans le colmatage [11].

Les études citées ci-dessus indiquent que les SMP sont des colmatants majeurs des membranes ce qui nécessite de les prendre en compte lors de la modélisation des BRM.

### 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé brièvement les concepts fondamentaux de la digestion anaérobie. Par la suite, nous avons présenté la technique des BioRéacteurs Membranaires (MBR), leurs intérêts et leur couplage avec le traitement anaérobie des eaux usées. Finalement, nous avons introduits les produits microbiens solubles (SMP) en précisant leur origine et leur mécanisme de formation. Ces composants présentent un rôle majeur dans le colmatage de la membrane (blocage des pores). Il est donc primordial d'inclure leur dynamique dans les modèles de la digestion anaérobie. A cet effet, nous étudions dans le chapitre suivant le modèle mathématique AM2b de la digestion anaérobie qui prend en compte une nouvelle variable modélisant la présence des SMP dans le système.

## CHAPITRE

### 2

# MODÉLISATION DES SMP DANS UN BIORÉACTEUR MEMBRANAIRE ANAÉROBIE

**D**ans ce deuxième chapitre et à la suite de notre PFE d'ingénieur, nous proposons de modifier le modèle AM2 à deux étapes en modélisant la production et la dégradation des produits microbiens solubles (SMP) dans un bioréacteur membranaire anaérobie. Nous analysons ensuite les équilibres possibles du modèle développé et nous étudions l'influence de la nouvelle variable sur son comportement qualitatif, selon le jeu de paramètres biologiques choisis ou sous différentes conditions de fonctionnement.

## 2.1 Le modèle AM2b

Un modèle mathématique basé sur la modification du modèle AM2 a été développé pour analyser et comprendre le comportement d'un BRM anaérobie en présence des SMP, le modèle AM2+SMP nommé AM2b a été développé par Benyahia et al [3]. Dans ce chapitre nous allons reprendre l'analyse des équilibres du modèle ainsi que leur stabilité.

## 2.2 Le modèle mathématiques du AM2b

### 2.2.1 Approche proposée et hypothèses de développement

Le modèle proposé permet de décrire par des équations différentielles ordinaires, les réactions biologiques dans un BRMA à boucle externe. Il présente une certaine originalité par rapport aux modèles de la littérature dont il diffère largement :

- Il est développé pour les BRMA intégrant la dynamique de formation et de dégradation des SMP.
- Il est suffisamment simple d'un point de vue mathématique afin qu'il soit utilisé pour superviser et commander le système.
- Les modèles mathématiques des BRMA fournis dans la littérature ne sont pas couplés avec des modèles de colmatage : ils ne prennent donc pas en compte les caractéristiques des systèmes à membranes. Le modèle AM2b tente de prendre en compte le colmatage des pores membranaires dû aux SMP et la rétention partielle de ces derniers. Il nous apparaît comme un bon candidat pour être couplé avec des modèles de colmatage.

La figure 2.1 représente le procédé membranaire à modéliser.

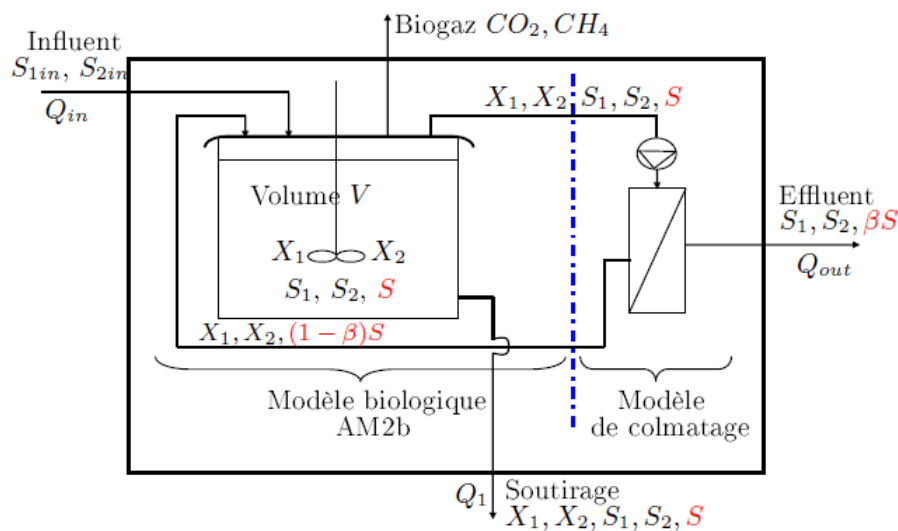


FIGURE 2.1: Représentation schématique du modèle AM2b [3]

Les notations sont les suivantes

$S_1$  est la concentration en matière organique caractérisée par la DCO, avec  $s_{1in}$  la concentration en entrée,

$S_2$  est la concentration des acides gras volatiles AGV, avec  $s_{2in}$  la concentration à l'entrée,

$X_1$  et  $X_2$  sont respectivement les biomasses acidogène et méthanogène ,

$S = UAP + BAP$  sont les produits microbiens solubles (SMP).

Le modèle est développé sous les hypothèses (H1-H7) suivantes où l'objectif est de prendre en compte les caractéristiques spécifiques d'un BRM.

H1 : Le bioréacteur considéré est homogène et continu.

H2 : Les substrats  $S_1$  et  $S_2$  traversent la membrane sans rétention (la taille des molécules est inférieure au diamètre des pores).

H3 : On considère une rétention totale des biomasses  $X_1$  et  $X_2$  par la membrane (la taille des bactéries est supérieure au diamètre des pores). Par conséquent, il n'y a pas de solides dans l'effluent et donc

pas de terme  $-DX$  dans les équations de  $\dot{X}_i$  (voir les équations (2.6) et (2.8)).

H4 : Le taux de mortalité  $D_0$  des biomasses est pris en compte.

H5 : Le soutirage de la biomasse avec un débit  $Q_1$  est pris en compte.

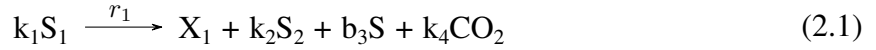
H6 : Les  $SMP = UAP + BAP$  sont groupés en une seule variable  $S$ , dont seulement une fraction  $\beta$  passe à travers la membrane. Le reste, correspondant aux macromolécules, est retenu par la membrane.

H7 : Nous supposons qu'il n'y a pas de colmatage critique.

## 2.2.2 Les équations dynamiques du modèle AM2b

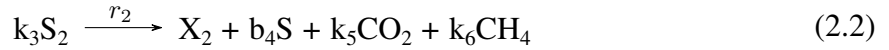
Le modèle est basé sur une modification du modèle AM2, la variable  $S$  pour la "composante SMP" est ajoutée. La production des SMP dépend de la dégradation de  $S_1$ ,  $S_2$  et de la mortalité des biomasses  $X_1$ ,  $X_2$ . Ils sont aussi dégradés et transformés en  $S_2$  et  $CO_2$  par le consortium  $X_1$ .

1. Acidogénèse + Production des SMP :



Avec  $r_1$  est la vitesse de réaction décrite par l'équation  $r_1 = \mu_1(S_1)X_1$ .  
telle que  $\mu_1(S_1)$  est le taux de croissance spécifique de  $X_1$  sur  $S_1$ .

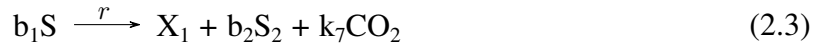
2. Méthanogénèse + Production des SMP :



où  $r_2$  est la vitesse de réaction décrite selon l'équation  $r_2 = \mu_2(S_2)X_2$ .

$\mu_2(S_2)$  est le taux de croissance spécifique de  $X_2$  sur  $S_2$

3. Dégradation des SMP :



où  $r$  est la vitesse de réaction décrite selon l'équation  $r = \mu(S)X_1$ .  
 $\mu(S)$  est le taux de croissance spécifique de  $X_1$  sur  $S$ .

4. Production des SMP à partir de la lyse de  $X_1$  et  $X_2$  :



Soit  $\xi = [S_1; X_1; S_2; X_2; S]^T$  le vecteur des variables d'état du modèle AM2b.  
Avec

$S_1$  : La concentration de la matière organique à dégrader (DCO).

$X_1$  : La concentration de la biomasse acidogène.

$S_2$  : La concentration des acides gras volatiles (AGV),

$X_2$  : La concentration de la biomasse méthanogène.

$S$  : La concentration des SMP.

En se basant sur les réactions chimiques précédentes et en utilisant le bilan de masse, le modèle AM2b s'écrit sous la forme

$$\dot{S}_1 = D(S_{1in} - S_1) - k_1\mu_1(S_1)X_1 \quad (2.5)$$

$$\dot{X}_1 = (\mu_1(S_1) + \mu(S) - D_0 - D_1)X_1 \quad (2.6)$$

$$\dot{S}_2 = D(S_{2in} - S_2) + [k_2\mu_1(S_1) + b_2\mu(S)]X_1 - k_3\mu_2(S_2)X_2 \quad (2.7)$$

$$\dot{X}_2 = (\mu_2(S_2) - D_0 - D_1)X_2 \quad (2.8)$$

$$\dot{S} = (b_3\mu_1(S_1) - b_1\mu(S) + D_0)X_1 + (b_4\mu_2(S_2) + D_0)X_2 - MS \quad (2.9)$$

où

$k_i$  : les coefficients stoechiométriques du modèle AM2 tel que :

$k_1$  désigne le rendement de dégradation de  $S_1$  par  $X_1$  mesuré en ([g/g]),

$k_2$  désigne le rendement de production de  $S_2$  par  $X_1$  mesuré en ([mmol/g]),

$k_3$  désigne le rendement de dégradation de  $S_2$  par  $X_2$  mesuré en ([mmol/g]).

$b_1$  : coefficient de dégradation de  $S$  par  $X_1$  ([g/g]),

$b_2$  : coefficient de production de  $S_2$  par  $X_1$  à partir de  $S$  ([g/g]),

$b_3$  : coefficient de production de  $S$  par  $X_1$  à partir de  $S_1$  ([g/g]),

$b_4$  : coefficient de production de  $S$  par  $X_2$  à partir de  $S_2$  ([g/g]),

$S_{1in}$  : la concentration de  $S_1$  à l'entrée ([g/l]),

$S_{2in}$  : la concentration de  $S_2$  à l'entrée ([g/l]),

$D_1$  : taux de dilution dû au soutirage du bioréacteur ([1/j]),

$D$  : taux de dilution ([1/j]),

$D_0$  : taux de mortalité des biomasses  $X_1$  et  $X_2$  ([1/j]),

$M = [\beta D + (1 - \beta)D_1]$  : constante positive avec :

$\beta$  : fraction de  $S$  sortante du bioréacteur,

**Remarque** : Si  $\mu(s) = 0$  dans les équations (2.5)-(2.9), nous retrouvons alors le modèle AM2 en dimension 4, avec  $\alpha D \equiv D_0 + D_1$ .

Les équations du modèle AM2b (2.5)-(2.9) peuvent être écrites sous la forme matricielle suivante

$$\dot{\xi} = K\phi(\xi) - d\xi - Q + d\xi_{in} \quad (2.10)$$

avec

—  $\phi(\xi)$  est le vecteur des cinétiques,

—  $K$  est la matrice des rendements de conversion,

- $Q$  est le terme d'échange gazeux entre les milieux réactionnel et extérieur,
- $d$  est la matrice des taux de dilution, de soutirage et de mortalité.

$$\begin{pmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{S}_2 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k_1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ k_2 & -k_3 & b_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ b_3 & b_4 & -b_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_0 + D_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_0 + D_1 & 0 \\ 0 & -D_0 & 0 & -D_0 & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ X_1 \\ S_2 \\ X_2 \\ S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} DS_{1in} \\ 0 \\ DS_{2in} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

### 2.2.3 Positivité et bornitude des variables

Pour les systèmes biologiques, la positivité et la bornitude sont des propriétés importantes. nous devons vérifier que pour des conditions initiales nulles ou positives, les variables du modèle (2.5)-(2.9) restent nulles ou positives et bornées pour tous les temps.

#### Positivité

**Proposition :** Toutes les variables ( $S_1; X_1; S_2; X_2; S$ ) du système (2.5)-(2.9) sont positives.

**Démonstration :** Nous avons les solutions suivantes pour les équations (2.6)-(2.8) :

$$\begin{aligned} X_1(t) &= X_1(0)e^{\int_0^t [\mu_1(S_1(\tau)) + \mu(S(\tau)) - D_0 - D_1] d\tau} \\ X_2(t) &= X_2(0)e^{\int_0^t [\mu_2(S_2(\tau)) - D_0 - D_1] d\tau} \end{aligned}$$

Nous avons alors :

$$\begin{aligned} X_1(0) = 0 &\Rightarrow X_1(t) = 0 \text{ et } X_2(0) = 0 \Rightarrow X_2(t) = 0, \\ X_1(0) > 0 &\Rightarrow X_1(t) > 0 \text{ et } X_2(0) > 0 \Rightarrow X_2(t) > 0. \end{aligned}$$

Pour prouver la positivité de  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S$ , nous annulons ces variables dans les équations (2.5), (2.7) et (2.9) respectivement et nous vérifions si les dérivées obtenues sont positives. Nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= DS_{1in} > 0, \\ \dot{S}_2 &= DS_{2in} > 0, \\ \dot{S} &= D_0X_1 + D_0X_2 > 0, \text{ si } X_1 > 0 \text{ et } X_2 > 0. \end{aligned}$$

#### Bornitude

**Proposition :** Les variables ( $S_1, X_1, S_2, X_2, S$ ) du système (2.5)-(2.9) sont bornées.

**Démonstration :** Soit

$$\Sigma = S_1 + S_2 + X_1 + X_2 + S$$

La dynamique de  $\Sigma$  s'écrit alors sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\Sigma} &= D(S_{1in} + S_{2in}) - D(S_1 + S_2) - D_1(X_1 + X_2) - MS \\ &\quad - (k_1 - 1 - b_3 - k_2)\mu_1(S_1)X_1 - (k_3 - 1 - b_4)\mu_2(S_2)X_2 - (b_1 - 1 - b_2)\mu(S)X_1. \end{aligned}$$

Trois taux de dilution interviennent dans cette équation :  $D$ ;  $D_1$  et  $M$  qui est une combinaison de  $D$  et de  $D_1$ . Nous posons  $D_{min} = \min(D; D_1)$ , donc nous pouvons écrire :

$$\dot{\Sigma} \leq D(S_{1in} + S_{2in}) - D_{min}\Sigma - (k_1 - 1 - b_3 - k_2)\mu_1 X_1 - (k_3 - 1 - b_4)\mu_2 X_2 - (b_1 - 1 - b_2)\mu(X_1) \quad (2.12)$$

Relativement aux schémas réactionnels (2.1), (2.2) et (2.3), contraintes biologiques suivantes sont introduite :

1.  $k_1 > 1 + b_3 + k_2$  : La quantité de  $S_1$  dégradée est supérieure ou égale aux quantités de  $X_1$  développée et de  $S_2$  et  $S$  produites.
2.  $k_3 > 1 + b_4$  : La quantité de  $S_2$  dégradée est supérieure ou égale aux quantités de  $X_2$  développée et de  $S$  produite.  $b_1 > 1 + b_2$  : La quantité de  $S$  dégradée est supérieure ou égale aux quantités de  $X_1$  développée et de  $S_2$  produite.

Nous pouvons alors réécrire l'inégalité (2.12) comme suit

$$\dot{\Sigma} \leq D(S_{1in} + S_{2in}) - D_{min}\Sigma$$

Comme la solution de l'équation  $\dot{\Sigma}_0 = D(S_{1in} + S_{2in}) - D_{min}\Sigma_0$  est :

$$\Sigma_0(t) = \frac{D(S_{1in} + S_{2in})}{D_{min}} + C e^{-D_{min}t}.$$

avec  $C$  constante

Alors, nous avons  $\Sigma_t \leq \Sigma_0(t)$ , c'est-à-dire

$$\Sigma(t) \leq \frac{D(S_{1in} + S_{2in})}{D_{min}} + C e^{-D_{min}t} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \Sigma(t) \leq \frac{D(S_{1in} + S_{2in})}{D_{min}}$$

Donc, les variables du système (2.5)-(2.9) restent bornées.

## 2.2.4 Calcul des équilibres du modèle AM2b

L'analyse mathématique des équilibres du modèle AM2b et de leur stabilité a été faite par Benyahia et al [3] de manière très rigoureuse et complète que nous allons, d'ailleurs, reprendre dans ce qui suit.

La condition de stationnarité s'écrit de manière générale comme l'annulation des dérivées :

$$\dot{S}_1 = 0 \quad (2.13)$$

$$\dot{X}_1 = 0 \quad (2.14)$$

$$\dot{S}_2 = 0 \quad (2.15)$$

$$\dot{X}_2 = 0 \quad (2.16)$$

$$\dot{S} = 0 \quad (2.17)$$

Nous considérons quatre cas qui peuvent avoir lieu dans le bioréacteur.

1.  $X_1 = 0$  et  $X_2 = 0$ . Nous les remplaçons respectivement dans (2.13) et (2.15) nous obtenons :

$$S_1^* = S_{1in}$$

et

$$S_2^* = S_{2in}$$

Nous obtenons ainsi le point d'équilibre toujours existant.

$$E_0^0 = (S_{1in}, 0, S_{2in}, 0, 0).$$

2.  $X_1 = 0$  et  $X_2 \neq 0$ . De (2.13), nous avons

$$S_1^* = S_{1in}$$

Nous déduisons de l'équation (2.16) que

$$\mu_2(S_2) = D_0 + D_1$$

Donc nous calculons les deux solutions

$$\lambda_2^1 = \frac{-k_i}{2(D_0+D_1)}(D_0 + D_1 - m_2 + \sqrt{\Delta}),$$

$$\lambda_2^2 = \frac{-k_i}{2(D_0+D_1)}(D_0 + D_1 - m_2 - \sqrt{\Delta}).$$

Avec

$$\Delta = (D_0 + D_1 - m_2)^2 - \frac{4K_2}{k_i}(D_0 + D_1)^2$$

De (2.15), nous obtenons deux expressions de  $X_2$  tel que

$$X_2^{i*} = \frac{D(S_{2in} - \lambda_2^{i*})}{k_3(D_0 + D_1)}$$

En remplaçant dans l'équation (2.17) on obtient les valeurs correspondantes de  $S^{i*}$  tel que :

$$S^{i*} = \frac{b_4 + \frac{D_0}{D_0 + D_1}}{Bk_3}, \quad i = 1, 2$$

Avec :

$$B = \frac{M}{D}.$$

Les équilibres dans ce cas existent si et seulement si  $S_{2in} > \lambda_2^i$ .

$$E_1^i = (S_{1in}, 0, \lambda_2^{i*}, X_2^{i*}, S^{i*}), \quad i = 1, 2$$



3.  $X_1 \neq 0$  et  $x_2 = 0$  :

De (2.14) on déduit que

$$S_1^* = \mu_1^{-1}(D_0 + D_1 - \mu(S^*))$$

De l'équation (2.13) nous calculons

$$X_1^* = \frac{D(S_{1in} - S_1^*)}{k_1 \mu_1(S_1^*)}$$

$S_2$  est calculé de (2.15) tel que

$$S_2^* = S_{2in} + [k_2 \mu_1(S_1^*) + b_2 \mu(S^*)] \frac{S_{1in} - S_1^*}{k_1 \mu_1(S_1^*)}$$

Nous remplaçons  $X_1$  par sa valeur dans la formule (2.17). Nous obtenons alors

$$S^* = (S_{1in} - S_1^*) \left( \frac{b_3 + b_1}{k_1 B} + \frac{D_0 - b_1(D_0 + D_1)}{\mu_1(S_1^*)} \right)$$

Notons cet équilibre  $E^*$  qui existe si et seulement si  $S_{1in} > S_1^*$

$$E^* = (S_1^*, X_1^*, S_2^*, X_2^*, S^*)$$

4.  $X_1 \neq 0$  et  $X_2 \neq 0$

Alors, nous avons  $X_1^*, S_1^*$  et  $\lambda_2^i$ ,  $i = 1, 2$  qui sont déjà calculées précédemment

De (2.15) on déduit :

$$X_2^{i*} = D \frac{(S_{1in} - S_1^*)(k_2 \mu_1(S_1^*) + b_2 \mu(S^*))}{k_1 k_3 (D_0 + D_1) \mu_1(S_1^*)}$$

En remplaçant dans la formule (2.17) on obtient

$$S^* = \frac{A}{B}(S_{2in} - S_2^{i*}) + (S_{1in} - S_1^*) \left( \frac{A(k_2 - b_2) + b_3 + b_1}{k_1 B} + \frac{(Ab_2 - b_1)(D_0 + D_1) + D_0}{k_1 B \mu_1(S_1^*)} \right) = H$$

$$H_i(S_1^*) = G(S_1) + \frac{A}{B}(S_{2in} - S_2^{i*} + (k_2 \mu_1(S_1) + b_2 \mu(s)) \frac{S_{1in} - S_1^*}{k_1 \mu_1(S_1)})$$

Avec

$$A = \frac{b_4(D_0 + D_1) + D_0}{k_3(D_0 + D_1)}$$

Ainsi, nous obtenons le point d'équilibre qui existe si et seulement si  $H_i(S_1^*) > G(S_1^*)$  et  $S_{1in} > S_1^*$

$$E_2^i = (S_1^*, X_1^*, S_2^{i*}, X_2^{i*}, S^*)$$

La figure 2.2 résume les différents cas correspondant aux équilibres du système.

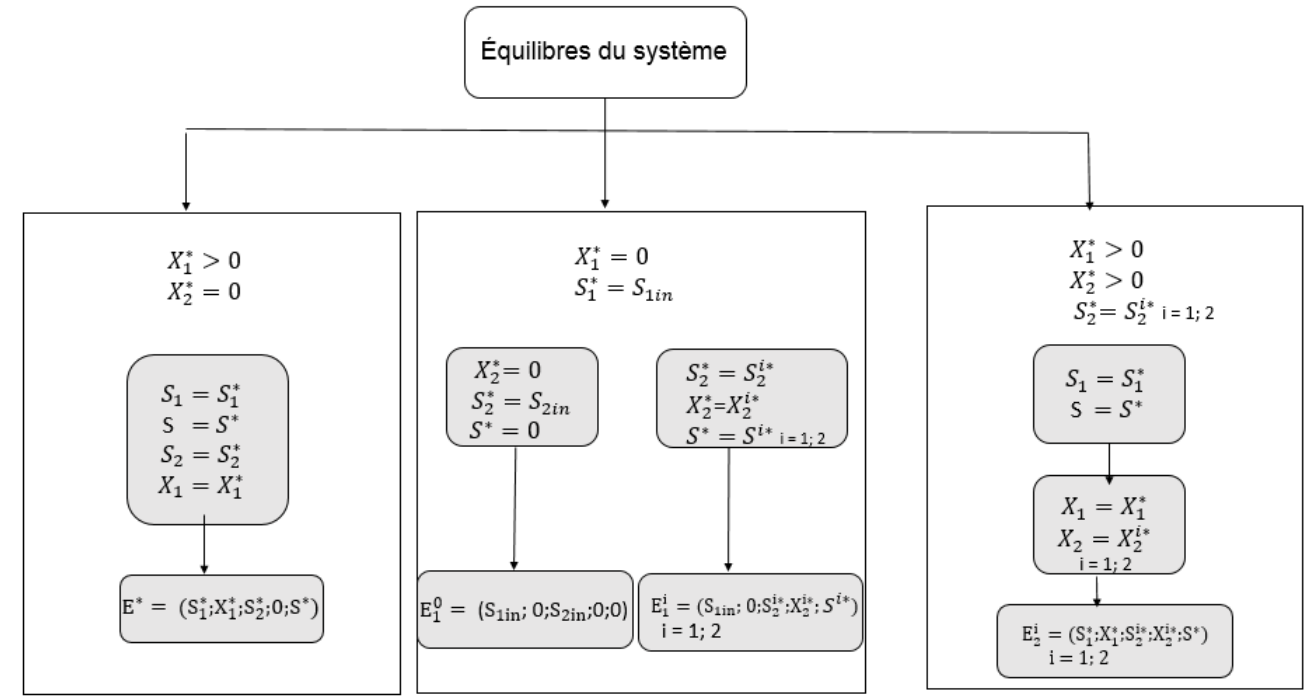


FIGURE 2.2: Diagramme résumant les équilibres du système (2.5)-(2.9).

### 2.2.5 Étude numérique du modèle en fonction des paramètres opératoires

Les équilibres du modèle AM2b dépendent des valeurs des paramètres opératoires ( $D, S_{in}$ ). Ces entrées influencent fortement leur stabilité et donc le fonctionnement du processus.

Un autre moyen d'étudier la stabilité des équilibres du modèle AM2b est le diagramme opératoire. Ce dernier, est un outil qui nous permet de visualiser graphiquement les zones d'existence et de stabilité des points d'équilibres d'un système. Ce moyen numérique se répond de plus en plus surtout dans l'étude de digestion anaérobie et nous permet d'en déduire les conditions optimales de fonctionnement. En se fondant sur les propriétés qualitatives révélées, l'opérateur s'attachera ainsi à choisir préalablement les valeurs de ses paramètres d'entrée ou à la synthèse d'une commande par exemple.

Afin d'étudier la stabilité des équilibres du modèle AM2, nous évaluons la matrice jacobienne en chaque point d'équilibre. Dans le cas où seule une ou deux bactéries au plus, existent, la nature des équilibres peut être étudiée analytiquement en utilisant le critère de Routh-Hurwitz.

En revanche, lorsque tous les groupes bactériens coexistent, l'étude analytique des conditions de stabilité des équilibres devient très compliquée et nous devons recourir à des outils numériques pour déterminer la nature des équilibres.

Nous avons tenté d'étudier numériquement la stabilité des équilibres selon les valeurs des paramètres opératoires. Pour cela, nous avons mis en oeuvre un programme Matlab en considérant une large gamme des valeurs des paramètres de contrôle. En effet, le but est de voir comment les paramètres de contrôle influent sur le nombre et la nature des équilibres du système. Ensuite, nous avons calculé les équilibres et la matrice jacobienne correspondante, pour une gamme donnée de paramètres d'entrée  $D$  et  $s_{in}$ . Pour chacun des six équilibres du modèle AM2b, nous avons associé deux propriétés exprimant son existence et, le cas échéant, la nature de sa stabilité locale. Cela permet d'établir un ensemble de combinaisons pour chaque paire  $(D, s_{in})$ .

Malheureusement, vu la nature fortement couplée des équilibres du modèle (certaines équations dépendent fortement des autres équations) a été un frein pour obtenir le tracé du diagramme opératoire et demande un beaucoup de temps de simulation. Faute de temps, nous avons abandonné cette partie intéressante du travail.

### 2.3 Quelques résultat de simulation

Nous avons remarqué lors de l'étude de stabilité des points d'équilibres que les conditions de stabilité dépendent des valeurs des entrées  $D_0, D_1, S_{1in}(t)$  et  $S_{2in}(t)$ . En réalité, il est difficile d'opérer sur  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$ . Nous allons donc fixer une seule valeur constante des entrées  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$  et nous simulons notre système autour des points d'équilibres avec différentes valeurs de  $D_0 + D_1$  pour chaque simulation en prenant toujours  $D_0 + D_1 = \text{constante}$ .

Le tableau 2.1 contient les valeurs des paramètres et les conditions initiales du modèle AM2b que nous avons utilisé pour la simulation .

paramètres	valeurs	paramètres	valeurs	paramètres	valeurs
$m_1$	1.2 [1/j]	$\beta$	0.6	$b_2$	0.6 [g/g]
$k_1$	10, 16 ou 18 [g/j]	$k_1$	25 [g/g]	$b_3$	7 [g/g]
$m_2$	1.5 [1/j]	$k_2$	15 [g/g]	$b_4$	5 [g/g]
$k_2$	0.3 [g/l]	$k_3$	16.08 [g/g]	$m$	varie [1/j]
$k_I$	0.9 [g/l]	$b_1$	5 [g/g]	$k$	3 [g/l]
$D$	1 [1/j]	$D_0$	0.25 [1/j]	$D_1$	0.4 ou 0.25 [1/j]
$S_{1in}$	15 ou 10 [g/l]	$S_{2in}$	1 ou 0.6 [g/l]		

TABLE 2.1: Valeurs des paramètres du modèle AM2b

#### Cas de lessivages des deux biomasses

La figure 2.3 représente l'évolution des états  $S_1, S_2, X_1, X_2$  et  $S$  en fonction du temps. Dans ce cas, il faut prendre  $D_0 + D_1 > m_1, D_0 + D_1 > m_2$  et  $D_0 + D_1 > m$ . Prenons  $D_0 + D_1 = 2$  et différentes conditions initiales.

Nous remarquons sur cette figure que pour  $D_0 + D_1 = 2$  les états  $S_1, S_2$  convergent vers  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$  respectivement, et on a un lessivage de  $X_1$  et  $X_2$  et les SMP convergent vers 0. Il s'agit du cas correspondant au point d'équilibre  $E_1^0 = (S_{1in}, 0, S_{2in}, 0, 0)$ .

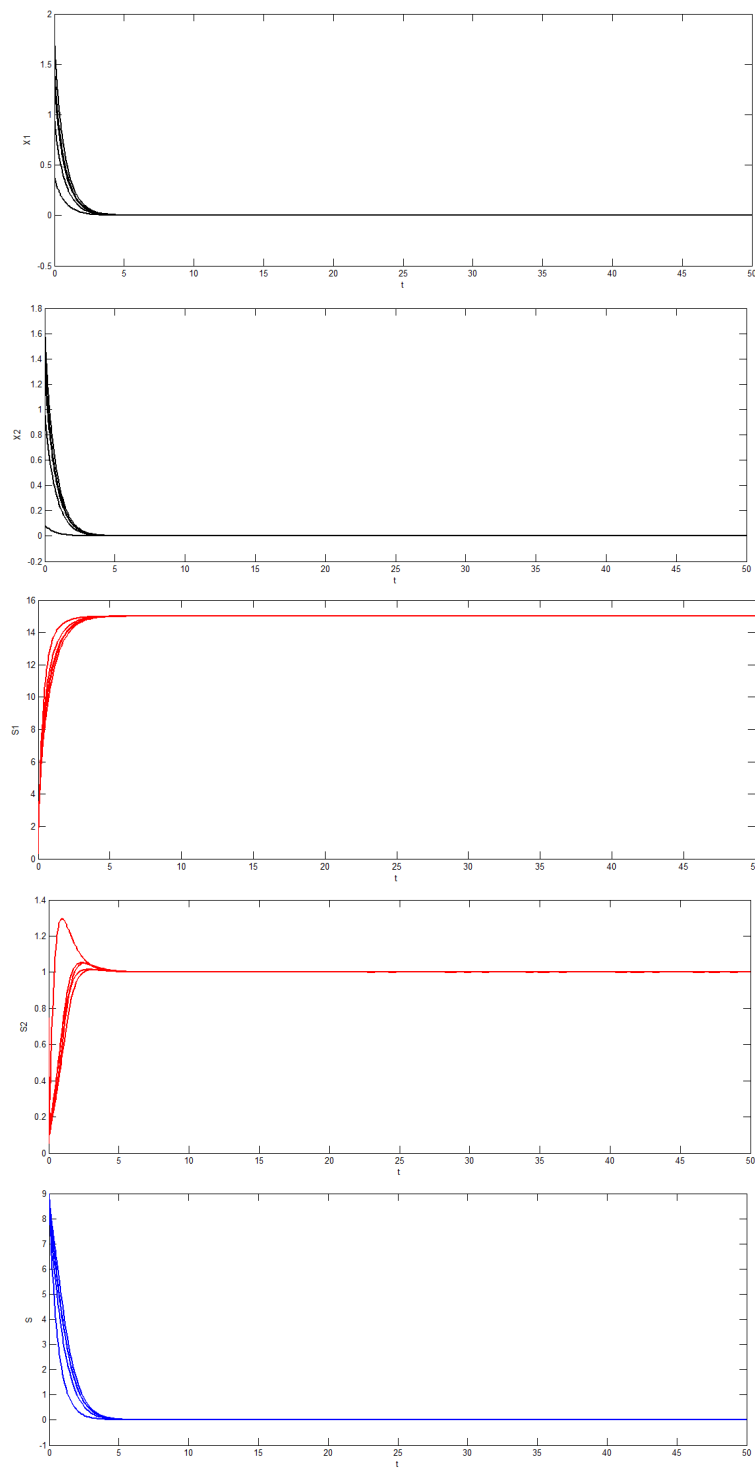


FIGURE 2.3: La progression des états  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $X_1$ ,  $X_2$  et  $s$  pour  $D_0 + D_1=2$

### Cas de non lessivage des deux biomasses

La figure 2.4 représente l'évolution des états  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $X_1$ ,  $X_2$  et  $S$  en fonction du temps. Pour illustrer le cas où les deux biomasses existent, il faut prendre les conditions d'existence  $D_0 + D_1 < m_1$ ,  $D_0 + D_1 < m_2$  et  $D_0 + D_1 < m$ . A ce propos, prenons  $D_0 + D_1 = 0.65$  et différentes conditions initiales.

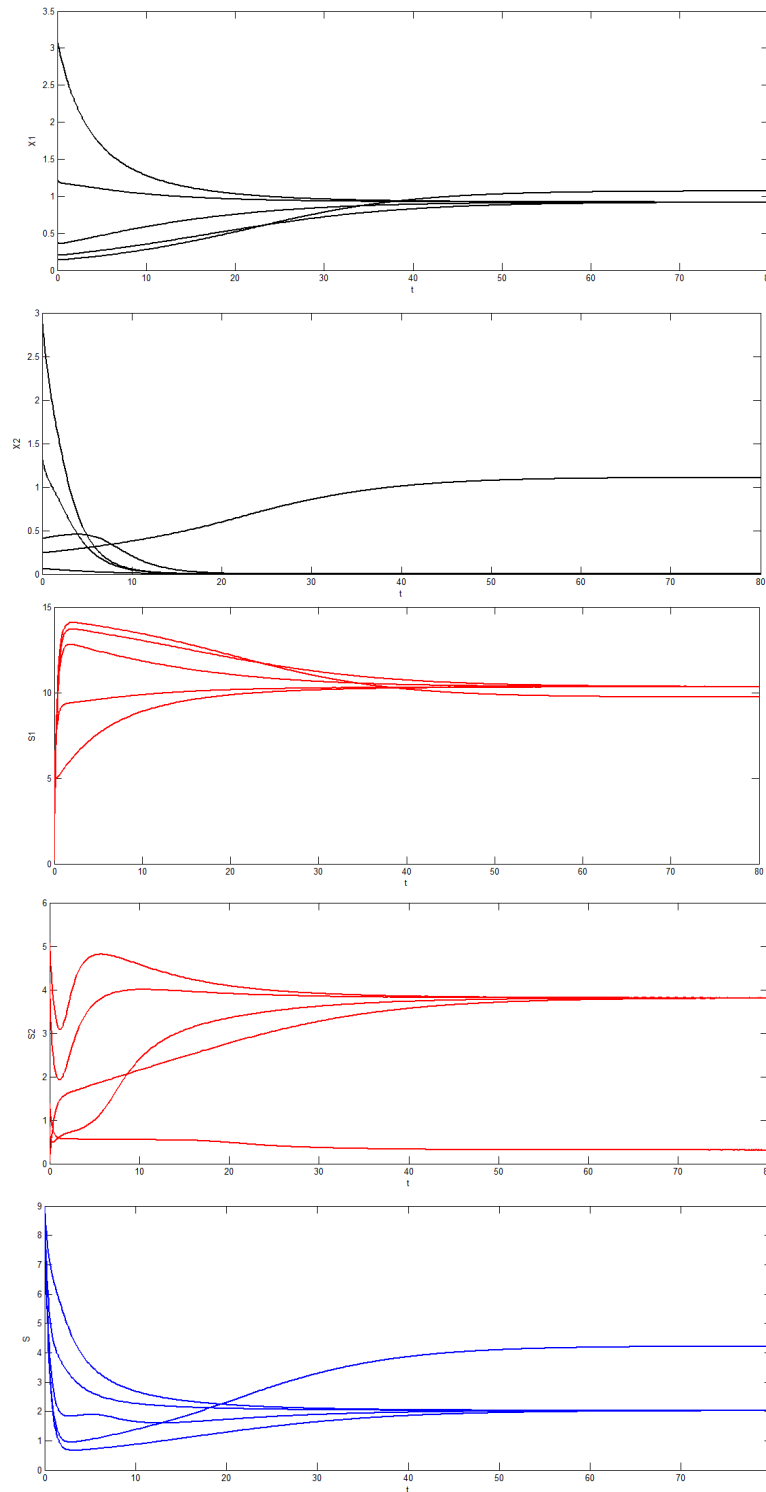


FIGURE 2.4: La progression des états  $S_1, S_2, X_1, X_2$  et  $S$  pour  $D_0 + D_1 = 0.65$ .

Nous remarquons que pour  $D_0 + D_1 = 0.65$  et les différentes conditions initiales nous distinguons deux cas :

Le premier cas correspond à l'existence des deux biomasses acidogène et méthanogène donc ça correspond au quatrième point d'équilibre :  $E_2^i = (S_1^*, X_1^*, S_2^{i*}, X_2^{i*}, S^*)$ . Dans ce cas les états  $S_1, S_2$  convergent vers  $S_1^*$  et  $S_2^{i*}$  respectivement, les états  $X_1, X_2$  convergent vers  $X_1^*$  et  $X_2^{i*}$  respectivement et les SMP converge vers  $S^*$ ,

Le deuxième cas correspond à l'existence de la biomasse acidogène et le lessivage de la biomasse

méthanogène donc ça correspond au troisième point d'équilibre :  $E^*=(S_1^*, X_1^*, S_2^*, 0, S^*)$ , dans ce cas les états  $S_1, S_2$  convergent vers  $S_1^*$  et  $S_2^{i*}$  respectivement, les états  $X_1, X_2$  convergent vers  $X_1^*$  et 0 respectivement et les SMP convergent vers  $S^*$ .

Pour  $D_0 + D_1 = 0.65$ , nous avons distingué deux cas correspondant à deux points d'équilibre car : le point d'équilibre  $E_2^i$  a comme condition d'existence  $H_i(S_1^*) > G(s_1^*)$  et  $S_{1in} > s_1^*$ , et le point d'équilibre  $E^*$  existe si et seulement si  $S_{1in} > S_1^*$ , donc c'est clair que la condition d'existence de  $E^*$  est incluse dans les conditions d'existence de  $E_2^i$  c'est pour cela le point  $E_2^i$  est considéré comme un cas particulier de  $E^*$ .

Rappelons que l'équation de  $S_1^*$  et  $X_1^*$  est la même pour les deux points d'équilibres  $E_2^i$  et  $E^*$  alors que  $S^*$  est différente pour chaque point, c'est pour cela qu'on voit dans la figure 2.4 que le substrat organique  $S_1$  et la biomasse  $X_1$  convergent pratiquement vers un seul point tandis que les SMP  $S$  convergent vers deux points différents. Aussi  $S_2^{i*}$  est différente de  $S_{2in}$  c'est pour cela que les AGV  $S_2$  convergent vers deux points différents.

## 2.4 Conclusion

Le modèle développé dans ce chapitre est basé sur la modification du modèle classique AM2 afin d'intégrer la production et la dégradation des SMP dans un BRM anaérobie.

Après avoir introduit les équations du modèle et prouvé la positivité et la bornitude de ses variables, nous avons étudié mathématiquement ses régimes permanents. Nous avons simulé le modèle avec un jeu de paramètres donné et nous avons trouvé qu'en l'absence d'une croissance de la biomasse sur les SMP, son comportement qualitatif est exactement le même que celui du modèle classique AM2 étudié dans notre PFE d'inéniorat. Lorsqu'il y a une croissance sur les SMP, le système garde le nombre et la nature de ses équilibres, modifiant uniquement leurs valeurs lorsque le taux de croissance maximum varie.

Toutefois, sous certaines conditions opératoires ou avec d'autres jeux de paramètres biologiques, le comportement qualitatif du modèle développé peut changer radicalement. Des bifurcations des équilibres peuvent avoir lieu pour certaines valeurs du taux de croissance maximum sur les SMP.

Il est à noter que ce modèle est suffisamment simple du point de vue mathématique pour être utilisé comme modèle de synthèse pour des observateurs et des lois de commande. Le chapitre suivant a pour objet la synthèse d'observateurs, afin d'estimer les biomasses et les SMP du modèle développé à partir des mesures disponibles des substrats et du biogaz.

## CHAPITRE

### 3

# OBSERVATEUR POUR LE MODÈLE AM2B

Ce chapitre a pour objectif la synthèse pour le modèle AM2b. Plus précisément, il s'agit d'estimer les concentrations des SMP et des biomasses du modèle. Dans un premier temps, nous proposons un bref état de l'art sur les observateurs d'état utilisés pour les bioprocédés, que nous appliquons par la suite au modèle AM2b. Nous discuterons par la suite quelques résultats de simulations.

## 3.1 Observateurs pour les bioprocédés

Un observateur est un moyen de mesure " informatique " qui permet de retrouver tous les états d'un système industriel en disposant du minimum d'informations sur ces états. Ce minimum d'informations est obtenue à l'aide d'un capteur. Un observateur permet donc d'optimiser le nombre de capteurs dans une application industrielle ; d'où son intérêt économique dans l'industrie. Durant les dernières décennies beaucoup de travaux en automatique ont été menés sur la conception d'observateurs [8].

Les méthodes utilisées pour la synthèse des observateurs se divisent en deux grande catégories selon le type de modèle considéré : linéaire ou non linéaire. Pour les systèmes linéaires, l'observateur de Luenberger [15] est utilisé dans le domaine déterministe et le filtre de Kalman [12] est utilisé dans le domaine stochastique. Pour les systèmes non linéaires (comme les bioprocédés), il existe plusieurs approches pour synthétiser un observateur. Le choix de la méthode dépend de la qualité des mesures et aux incertitudes. Les observateurs asymptotiques basés sur un modèle de bilan de matières sont souvent utilisé dans le cas des cinétiques biologiques mal connues ; les observateurs par intervalles sont utilisé pour les système qui présente des incertitudes sur les entrées ou sur les paramètres pour encadrer les états estimés. Dans le cas des modèles correctement validés, les observateurs à grands gains peuvent être utilisé. D'autre approches peuvent aussi être utilisé pour les systèmes non linéaires comme les estimateurs basés-observateurs, les observateurs à modes glissants ou encore les filtres particuliers.



En ce qui suit nous allons rappeler le principe de l'observateur asymptotique pour ensuite l'appliquer sur le modèle AM2b .

## 3.2 Observabilité d'un système non linéaire

Avant de passer à la synthèse d'observateur pour le modèle AM2b, faisons quelques rappels théoriques.

### 3.2.1 Équations d'état d'un système non linéaire

Les systèmes réels sont des systèmes non linéaires, on utilise des équations différentielles non linéaires pour les modéliser mathématiquement, il n'y a pas de méthodes générale pour résoudre ces équations. la théorie des perturbations peut être utilisé dans le cas ou les termes non linéaires dépendent de petits paramètres .Dans le cas de fortes non linéarités, la simulation numérique est utilisé. La structure de la représentation d'état des systèmes non linéaires est donnée par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t) + u(t)) \\ y(t) = h(x(t) + u(t)) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Avec

$x(t) \in \mathbb{R}^n$  :le vecteur d'état,  
 $y(t) \in \mathbb{R}^p$  :le vecteur de sortie du système dynamique,  
 $f$  et  $h$  sont deux fonctions non linéaires de  $\mathbb{R}^n$ ,  
 $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée du système dynamique 3.1.

### 3.2.2 Observabilité des systèmes non linéaires

Un observateur est un système auxiliaire dont les entrées sont les entrées et les sorties mesurées d'un système physique et les sorties sont supposées donner une estimation de l'état du système comme illustré sur le schéma suivant

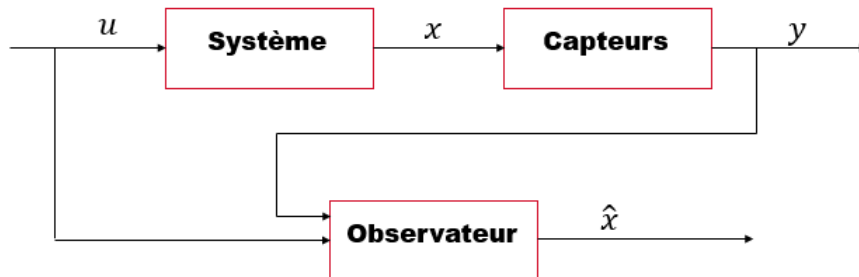


FIGURE 3.1: Principe de l'observateur

Pour concevoir un observateur d'un système dynamique, il faut s'assurer que les états puissent être estimés en se basant sur les entrées et les sorties du système. La notion de l'observabilité peut expliquer si les états sont estimables à partir des entrées et sorties du système dynamique. Le principe

de l'observabilité est plus compliqué dans le cas des systèmes non linéaires. Dans ce type de système, l'observabilité dépend non seulement des entrées appliquées mais aussi des conditions initiales, elle est définie à partir de la notion d'indistinguabilité.

Considérons le système non linéaire 3.1 les définitions suivantes sont importantes pour la compréhension de l'observabilité.

### Indistinguabilité

**Définition.** Soient  $y_u^0(t), (t \geq 0)$  et  $y_u^1(t), (t \geq 0)$  deux signaux de sortie générés par l'application du signal d'entrée  $u(t), (t \geq 0)$  au système avec les conditions initiales  $x^0$  et  $x^1$ , respectivement. On dit que  $x^0$  et  $x^1$  sont indistinguables si

$$y_u^0(t) = y_u^1(t) \forall t \geq 0 \quad (3.2)$$

pour toute entrée  $u$ .

Dans le cas contraire, on dit que  $x^0$  et  $x^1$  sont distinguables.

### Observabilité

**Définition.** Un système non linéaire de la forme 3.1 est dit observable [resp. en  $x^0$ ] si il n'admet pas de paire indistinguable [resp. aucun état indistinguable en  $x^0$ ].

Ces notions sont relativement difficiles à vérifier dans la pratique, c'est pour cela qu'on fait souvent appel au critère suivant :

**Observabilité au sens du rang Critère.** On dit que la paire  $(f, h)$  est observable au sens du rang si la différentielle de la sortie  $h$  avec les différentielles de ses dérivées de Lie successives dans la direction  $f$  jusqu'à l'ordre  $n - 1$  sont indépendantes c'est-à-dire :

$$\text{Rang} \begin{pmatrix} dh \\ dL_f h \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h \end{pmatrix} = n$$

L'expression  $dL_f^k h$  est donnée par le vecteur

$$dL_f^k h = \left( \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_n} \right)$$

## 3.3 Observateur asymptotique

La synthèse de l'observateur asymptotique qui a été introduite la première fois par [2], est caractérisé par sa simplicité car elle permet d'observer l'état du système dynamique sans connaître son modèle cinétique, c'est pour cela, cet observateur peut être développé pour les modèles des bioprocédés qui sont souvent mal connus, notamment les cinétiques des réactions, pour l'estimation des variables non mesurées .

Les observateurs asymptotique est une technique très intéressante mais qui présente aussi quelques inconvénients. En effet, le changement de coordonnées est dépendant aux coefficients stoechiométriques et la vitesse de convergence de l'observateur ne peut pas être réglée.

Le principe de cet observateur est basé sur un changement de variables permettant de réécrire le système initial dans une base où le système est indépendant des cinétiques inconnues. Ceci n'est possible que sous les hypothèses suivantes [3] :

- H1 : La matrice des coefficients de rendement est connue ;
- H2 : Le nombre de mesures disponibles est supérieur ou égal au nombre de réactions biologiques.

Dans le cadre de notre travail nous allons synthétiser un observateur asymptotique pour le modèle AM2b afin d'estimer les variables  $x_1, x_2$  et  $s$ .

### 3.3.1 Synthèse d'observateur asymptotique pour le modèle AM2b

Rappelons la forme matricielle du modèle AM2b :

$$\dot{\xi} = K\phi(\xi) - D\xi - Q + D\xi_{in} \quad (3.3)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{S}_2 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k_1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ k_2 & -k_3 & b_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ b_3 & b_4 & -b_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_0 + D_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_0 + D_1 & 0 \\ 0 & -D_0 & 0 & -D_0 & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ X_1 \\ S_2 \\ X_2 \\ S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} DS_{1in} \\ 0 \\ DS_{2in} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

avec  $\phi(\xi)$  le vecteur des vitesses de réactions tel que

$$\phi(\xi) = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_1(S_1)X_1 \\ \mu_2(S_2)X_2 \\ \mu(S)X_1 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Nous supposons que les mesures suivantes sont disponibles :

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ Q_m = k_6\mu_2(s_2)x_2 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Rappelons que

$S_1$  : la matière organique.

$S_2$  : les AGV.

$Q_m$  : le débit du méthane.

Le but de notre travail est d'estimer les variables  $X_1$ ,  $X_2$  et  $S$  en utilisant un observateur asymptotique.

Afin de trouver une nouvelle représentation d'état indépendante des cinétiques inconnues, nous proposons les combinaisons suivantes

$$\begin{aligned} z_1 &= s_2 - b_2 x_1 + \frac{k_2 - b_2}{k_1} s_1, \\ z_2 &= x_2, \\ z_3 &= s_2 + \frac{b_2}{b_1} s + \frac{1}{k_1} \left( k_2 + \frac{b_3 b_2}{b_1} \right) s_1. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Donc les variables suivantes peuvent être estimées :

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= \frac{1}{b_2} \left[ s_2 - \hat{z}_1 + \frac{k_2 - b_2}{k_1} s_1 \right], \\ \hat{x}_2 &= \hat{z}_2, \\ \hat{s} &= \frac{b_1}{b_2} \left[ \hat{z}_3 - s_2 - \frac{1}{k_1} \left( k_2 + \frac{b_3 b_2}{b_1} \right) s_1 \right]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Les dynamiques  $z_1$ ,  $z_2$  et  $z_3$  dans la nouvelle base

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= - (D_0 + D_1) z_1 - (D - D_0 - D_1) s_2 - \left[ \frac{(D - D_0 - D_1)(k_2 - b_2)}{k_1} \right] s_1 + D s_{2in} \\ &\quad + \frac{D}{k_1} (k_2 - b_2) s_{1in} - k_3 \varphi_2, \\ \dot{z}_2 &= \varphi_2 - (D_0 + D_1) z_2, \\ \dot{z}_3 &= - \frac{D_0}{b_1} z_1 + \frac{D_0 b_2}{b_1} z_2 - M z_3 - \left[ D - \frac{D_0}{b_1} - M \right] s_2 - \left[ k_3 - \frac{b_4 b_2}{b_1} \right] \varphi_2 + D s_{2in} \\ &\quad + \frac{D}{k_1} \left( k_2 + \frac{b_3 b_2}{b_1} \right) s_{1in} + \left[ \frac{D_0 (k_2 - b_2)}{b_1 k_1} + \frac{M}{k_1} \left( k_2 + \frac{b_3 b_2}{b_1} \right) \right] s_1 \end{aligned} \quad (3.9)$$

**Remarque :** A partir de 3.6 nous pouvons estimer  $\varphi_2$  avec la relation  $\varphi_2 = \mu_2(s_2) x_2 = \frac{Q_m}{k_6}$

Posons :  $e_1 = z_1 - \hat{z}_1$ ,  $e_2 = z_2 - \hat{z}_2$  et  $e_3 = z_3 - \hat{z}_3$ . La forme matricielle de la dynamique des erreurs est donnée par

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(D_0 + D_1) & 0 & 0 \\ 0 & -(D_0 + D_1) & 1 \\ \frac{-D_0}{b_1} & \frac{-D_0 b_2}{b_1} & -M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Pour que les solutions  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$  du système 3.10 convergent asymptotiquement vers l'équilibre 0 il faut que  $(D_0 + D_1)$  soit régulièrement persistante, c'est à dire  $\exists c_1 > 0, c_2 > 0$  tel que,  $\forall t$  on a :

$$0 < c_1 \leq \int_t^{t+c_2} (D_0(\tau) + D_1(\tau)) d\tau \quad (3.11)$$

Par la suite ça entraîne la convergence de  $e_3(t)$  à condition que  $M$  soit persistante aussi.

### 3.3.2 Résultat de simulation

Les figures 3.2, 3.3 et 3.4 présentent les résultats de simulation . La simulation a été faite en utilisant les valeurs des paramètres biologiques du tableau 2.1 avec,  $K_1 = 10$ ,  $S_{1in} = 10$ ,  $S_{2in} = 10$ ,  $k_6 = 400$ ,  $m = 0.14$  et  $D_1 = 0.25$ .

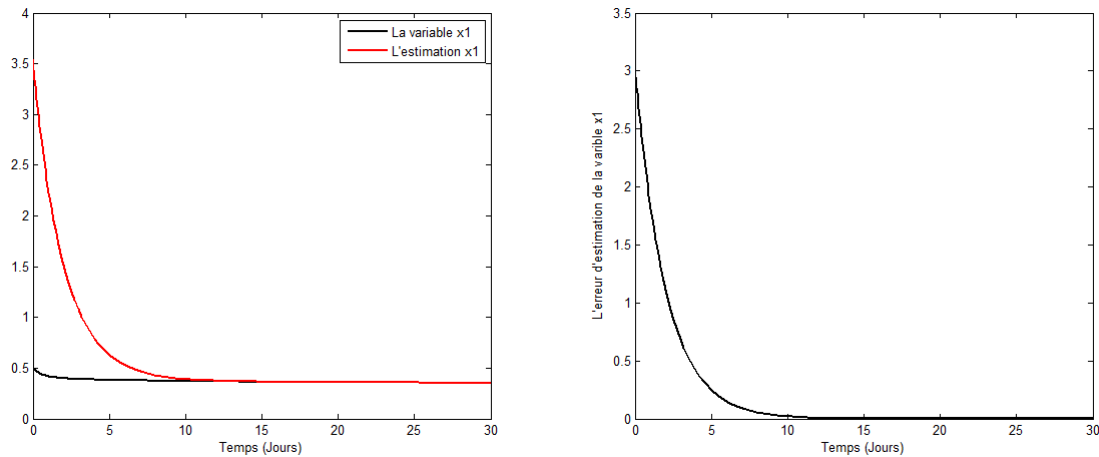


FIGURE 3.2: L'estimation de la variable  $x_1$  par l'observateur asymptotique et son erreur d'estimation.

La figure 3.2 représente la concentration de la biomasse acidogène  $x_1$  et son estimation  $\hat{x}_1$  ainsi que l'erreur  $E$  en fonction du temps (jours). Nous constatons que l'observateur asymptotique converge après 10 jours avec une erreur qui tend vers 0.

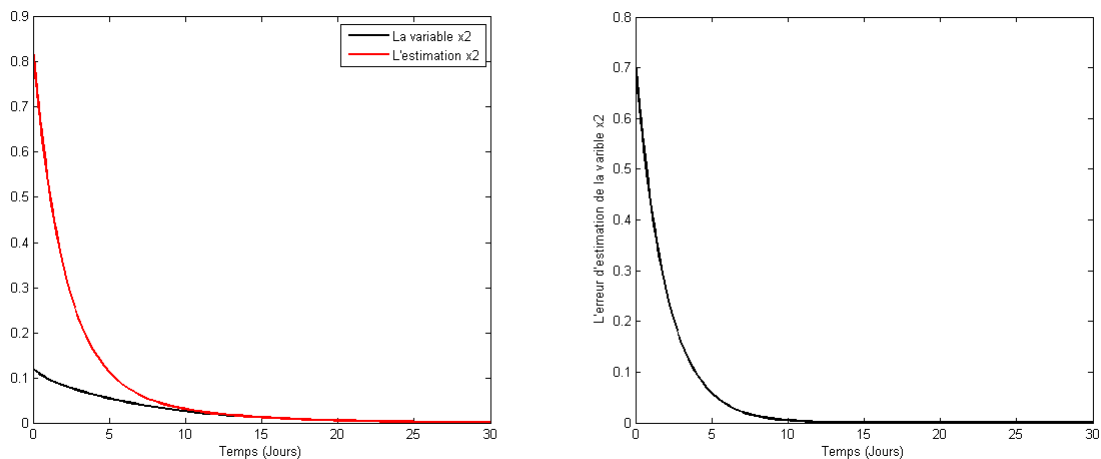


FIGURE 3.3: L'estimation de la variable  $x_2$  par l'observateur asymptotique et son erreur d'estimation.

La figure 3.3 représente la concentration de la biomasse méthanogène  $x_1$  et son estimation  $\hat{x}_1$  ainsi que l'erreur  $E$  en fonction du temps (jours). Nous constatons que l'observateur asymptotique converge après 10 jours avec une erreur qui tend vers 0.

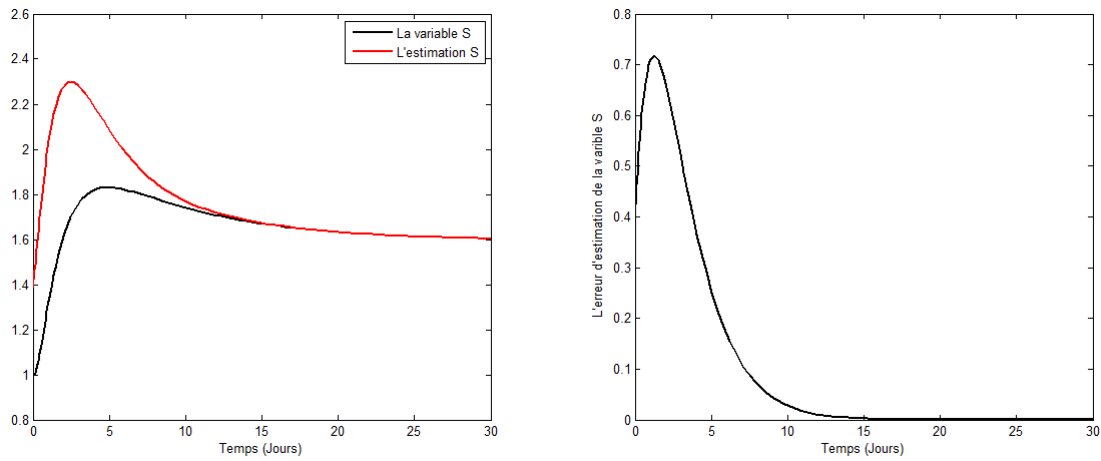


FIGURE 3.4: L'estimation de la variable  $s$  par l'observateur asymptotique et son erreur d'estimation.

La figure 3.4 représente la concentration des SMP 4 et son estimation  $\hat{s}$  ainsi que l'erreur  $E$  en fonction du temps (jours). Là aussi, nous constatons que l'observateur asymptotique converge après 13 jours avec une erreur qui tend vers 0.

### 3.3.3 Discussion autour de la robustesse

Dans cette partie, nous allons étudier la robustesse de l'observateur en perturbant la sortie  $Q_m$  qui représente le débit du méthane par un bruit blanc puis observer le comportement du système tout en conservant les mêmes valeurs des paramètres et les conditions initiales utilisés dans la simulation précédente. Les figures 3.5, 3.6 et 3.7 montrent les résultats de simulations.

Après la perturbation de la sortie  $Q_m$ , nous remarquons que notre observateur asymptotique converge

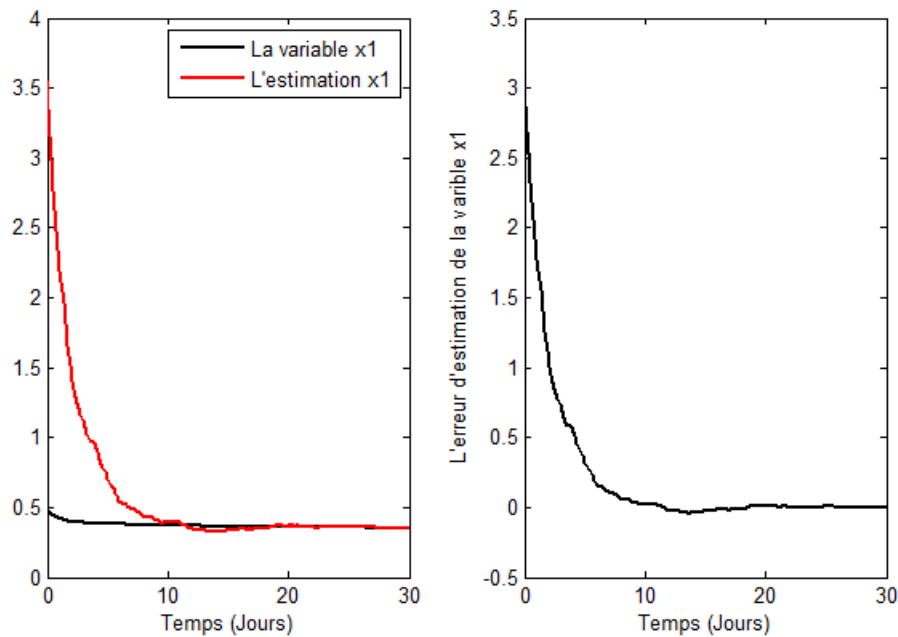


FIGURE 3.5: La concentration de la variable  $x_1$  avec une perturbation sur  $Q_m$  et son erreur d'estimation

après 20 jours pour la variable  $s$  qui représente les SMP. Concernant les deux variables  $x_1$  et  $x_2$  qui représentent respectivement la biomasse acidogène et la biomasse méthanogène, l'observateur converge

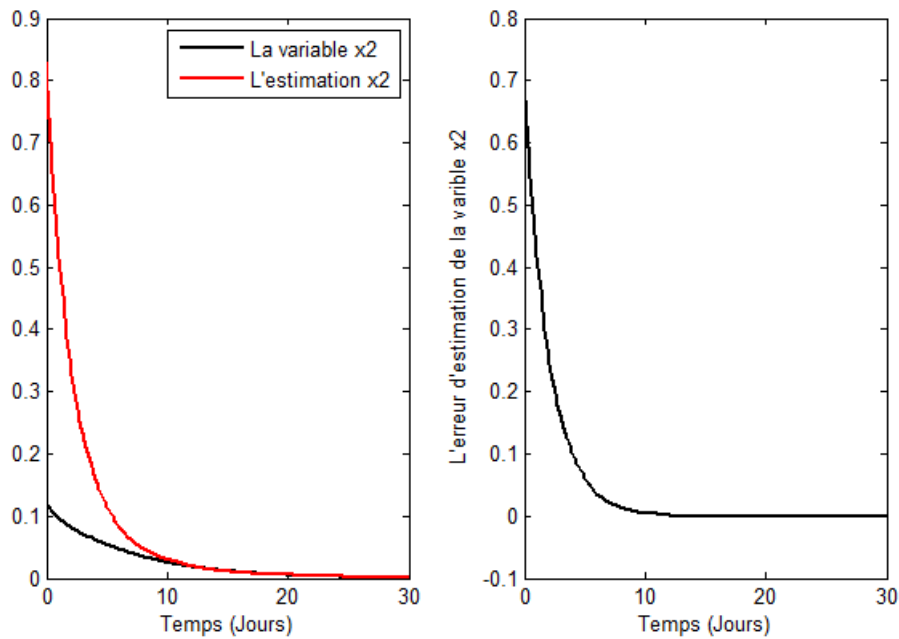


FIGURE 3.6: La concentration de la variable  $x_2$  avec une perturbation sur  $Q_m$  et son erreur d'estimation

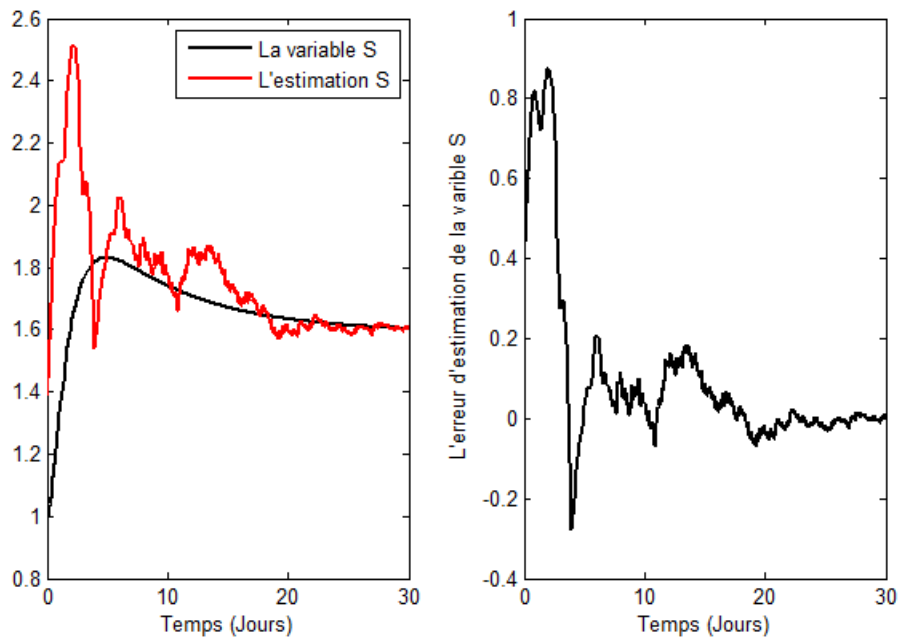


FIGURE 3.7: La concentration de la variable  $s$  avec une perturbation sur  $Q_m$  et son erreur d'estimation plus rapidement après 10 jours avec une erreur qui tend pratiquement vers 0.

Maintenant, nous allons introduire un bruit blanc dans la variable  $x_1$  puis observer le comportement du système .

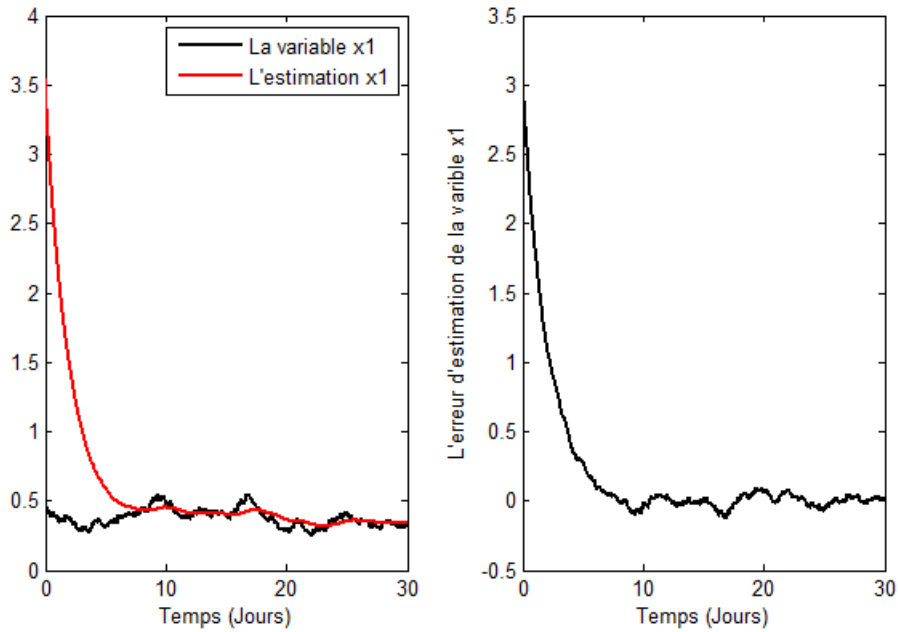


FIGURE 3.8: La concentration de la variable  $x_1$  avec une perturbation sur  $x_1$  et son erreur d'estimation

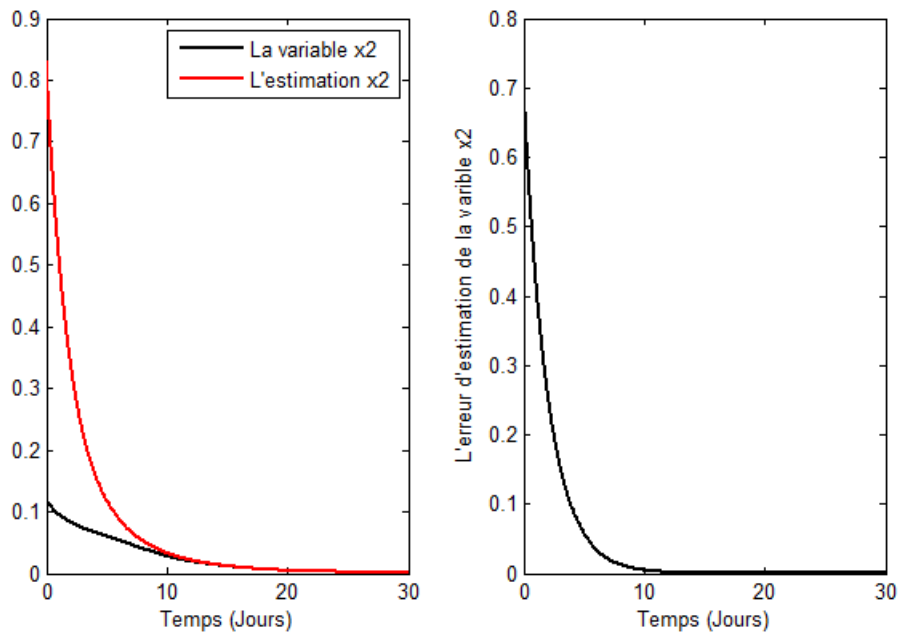


FIGURE 3.9: La concentration de la variable  $x_2$  avec une perturbation sur  $x_1$  et son erreur d'estimation

Après avoir introduit un bruit blanc dans la variable  $x_1$  nous remarquons que notre observateur asymptotique converge après 10 jours avec une erreur qui tend pratiquement vers 0. Nous avons obtenu une réponse satisfaisante de l'observateur, ce qui signifie que notre observateur asymptotique est robuste face aux bruits .



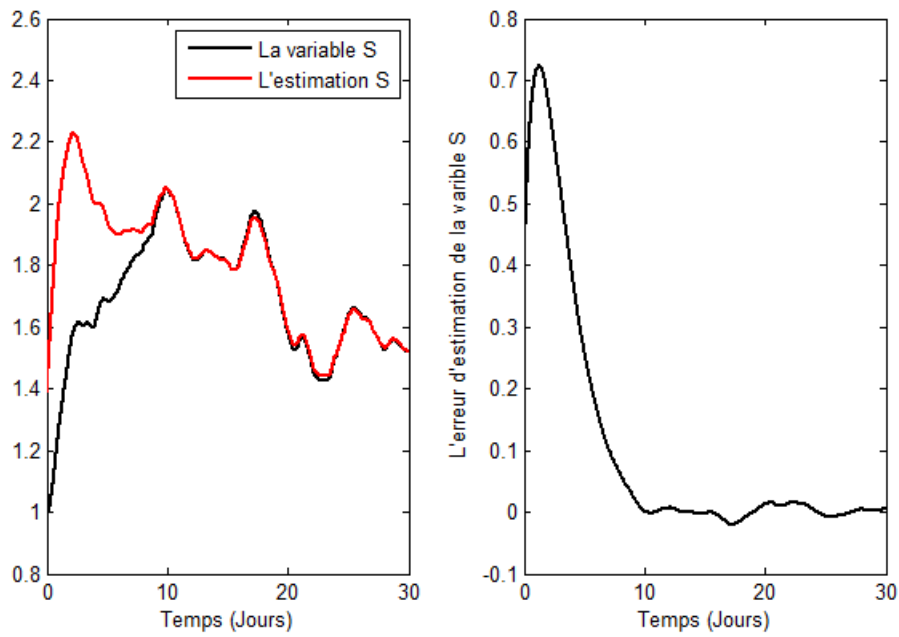


FIGURE 3.10: La concentration de la variable  $s$  avec une perturbation sur  $x_1$  et son erreur d'estimation

## 3.4 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons introduit le problème d'observation du modèle AM2b. Nous avons rappelé brièvement le principe de deux observateurs appliqués au bioprocédés. Nous avons opté pour l'observateur asymptotique que nous avons appliqué au modèle AM2b pour estimer les variables supposées non mesurées, à savoir, la concentrations des SMP et des biomasses acidogènes et méthanogènes. L'observateur s'est avéré robuste et donne dans l'ensemble des résultats satisfaisants.

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans ce travail de master, nous avons présenté le procédé de digestion anaérobie traitant les eaux usées domestiques dédiées à l'agriculture .

Dans un premier temps, nous avons rappelé brièvement les principes fondamentaux de la digestion anaérobie et les bioréacteurs membranaires. Bien que la technologie membranaire anaérobie soit prometteuse, son essor est limité par un véritable handicap devant son application potentielle : le colmatage de la membrane dû au différentes composantes de la liqueur mixte. Parmi ces composantes, nous avons réalisé un état de l'art relativement aux produits microbiens solubles (SMP : Soluble Micro- bial Products), en soulignant leur rôle dans le mécanisme du colmatage membranaire, notamment dans le blocage des pores. Les SMP sont produits à partir de la croissance bactérienne et la lyse de la biomasse. Il est donc important d'intégrer leur dynamique dans la modélisation des processus de traitement biologique afin de mieux comprendre leur rôle dans le fonctionnement des bioprocédés. Nous avons par la suite, analyser un nouveau modèle de digestion anaérobie incluant la dynamique des SMP nommé AM2b (modèle proposé par [3]). Ce dernier, se comporte comme le système AM2 (modèle étudié lors de notre PFE d'ingénierat). Il présente six points d'équilibres et fonctionne en bistabilité. Toutefois, sous d'autres conditions opérationnelles et lorsqu'il y a une croissance sur les SMP, le système AM2b présente un comportement qualitatif plus riche que le modèle AM2.

Evidemment, comme tout système automatique, un bioprocédé nécessite un bon suivi en ligne et un contrôle efficace basé sur des capteurs physiques. Lorsque ces derniers n'existent pas, nous avons alors recours aux observateurs d'état ou capteurs logiciels pour estimer les variables manquantes. A cet effet, nous avons présenté dans le troisième chapitre un rappel sur la notion d'observabilité et passé en revue quelques observateurs existants dans la littérature appliqués aux bioprocédés.

Nous avons opté par la suite pour un observateur type asymptotique que nous avons appliqué au modèle AM2b afin d'estimer les biomasses et les SMP. Après quelques tests de robustesse, l'observateur s'est avéré robuste et a donné des résultats satisfaisants.

Dans la continuité de ce travail, les perspectives sont nombreuses. Notamment, l'application d'autres techniques d'observateurs sur le modèle AM2b afin de faire une étude comparative et opter pour l'observateur qui converge le plus rapidement dont lequel la vitesse de convergence est réglable.

Suite à ça, il nous semble aussi intéressant de faire un couplage observateur-régulateur et donc synthétiser une loi de commande basée sur les variables estimées par notre observateur. Parmi les objectifs de commande, nous pouvons citer, la stabilisation du procédé, l'optimisation de ses performances, la régulation de la pollution en sortie, la maximisation de la production de biogaz ou encore, la minimisation des SMP dans le bioréacteur en appliquant au système un contrôle optimal afin de minimiser l'effet de colmatage membranaire.

Enfin, il serait judicieux de confronter le modèle AM2b à des données expérimentales afin de le valider.

# BIBLIOGRAPHIE

- [1] Duncan J Barker and David C Stuckey. A review of soluble microbial products (smp) in wastewater treatment systems. *Water research*.
- [2] G Bastin and D Dochain. On-line estimation and adaptive control of bioreactors, 1991.
- [3] Boumédiène Benyahia. *Modélisation et observation des bioprocédés à membranes : Application à la digestion anaérobie*. PhD thesis, Université Montpellier 2 (Sciences et Techniques); Université Abou Bekr, 2012.
- [4] Boumédiène Benyahia, Brahim Cherki, Jérôme Harmand, and Tewfik Sari. Quelques résultats sur l'observation du modèle am2b. In *11. African Conference on Research in Computer Science and Applied Mathematics. CARI'12*, 2012.
- [5] Boumediene Benyahia, Tewfik Sari, Brahim Cherki, and Jérôme Harmand. Anaerobic membrane bioreactor modeling in the presence of soluble microbial products (smp)–the anaerobic model am2b. *Chemical Engineering Journal*.
- [6] Boumediene Benyahia, Tewfik Sari, Jérôme Harmand, and Brahim Cherki. Modeling of the soluble microbial products (smp) in anaerobic membrane bioreactors (ambr) : equilibria and stability of the am2b model. *IFAC Proceedings Volumes*.
- [7] Nicolas Bernet. Principes et application de la digestion anaérobie pour la production d'énergie.
- [8] Driss Boutat, 2014.
- [9] DIDI Ibtissem. *Sur l'observation des systèmes non linéaires invariants : Application aux Bioprocédés*. PhD thesis, PhD thesis, 2015.
- [10] Namjung Jang, Xianghao Ren, Jaeweon Cho, and In S Kim. Steady-state modeling of bio-fouling potentials with respect to the biological kinetics in the submerged membrane bioreactor (smbr). *Journal of Membrane Science*.
- [11] Zhang Jinsong, Chua Hwee Chuan, Zhou Jiti, and AG Fane. Effect of sludge retention time on membrane bio-fouling intensity in a submerged membrane bioreactor. *Separation Science and Technology*.
- [12] Rudolph E Kalman and Richard S Bucy. New results in linear filtering and prediction theory. 1961.
- [13] A. Saddoud Ben Kraiem. *Application des bioréacteurs membranaires pour le traitement anaérobie des eaux usées urbaines et industrielles en vue de leurs réutilisations potentielles*. PhD thesis, Université de Sfax, 2007.

- [14] Pierre Le-Clech, Vicki Chen, and Tony AG Fane. Fouling in membrane bioreactors used in wastewater treatment. *Journal of membrane science*.
- [15] David G Luenberger. Observing the state of a linear system. *IEEE transactions on military electronics*.
- [16] Fangang Meng, So-Ryong Chae, Anja Drews, Matthias Kraume, Hang-Sik Shin, and Fenglin Yang. Recent advances in membrane bioreactors (mbrs) : membrane fouling and membrane material. *Water research*.
- [17] Yassine Ouarda. *Le bioréacteur à membrane pour le traitement des eaux usées contaminées par le bisphénol A*. PhD thesis, Université du Québec, Institut national de la recherche scientifique, 2014.
- [18] Tewfik Sari. Modèles multi-étapes. 2015.
- [19] Brahim Seyhi, Patrick Droguil, Géraldo Buelna, Jean-François Blais, and Marc Héran. State-of-the-art review of the membrane bioreactor processes for urban and industrial wastewater treatment and reuse. *Journal of Water Science/Revue des Sciences de l'Eau*.
- [20] M Sperandio, A Masse, MC Espinosa-Bouchot, and C Cabassud. Characterization of sludge structure and activity in submerged membrane bioreactor. *Water Science and Technology*.
- [21] R Shane Trussell, Rion P Merlo, Slawomir W Hermanowicz, and David Jenkins. The effect of organic loading on process performance and membrane fouling in a submerged membrane bioreactor treating municipal wastewater. *Water research*.