

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION  
AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES  
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية  
École Supérieure en  
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث  
العلمي

المدرسة العليا في العلوم  
التطبيقية  
-تلمسان-

## Mémoire de fin d'étude

### Pour l'obtention du diplôme Master

Filière : Automatique  
Spécialité : Automatique

Présenté par : Mr. ABDELLI Mohamed Yacine et Mr. OUARTIOU Adel

Thème

## Techniques d'observation du quadrirotor autonome

Soutenu publiquement, le 09/ 09 /2020, devant le jury composé de :

Mr. KARAOUZENE Zoheir	Maître Assistant	ESSA. Tlemcen	Président
Mr. MEGNAFI Hicham	Maître de Conférences	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
Mr. SENTOUH Chouki	Maître de Conférences	Univ. Polytechnique Hauts-de-France	Co-Directeur de mémc
Mme DIDI Ibtisem	Maître de Conférences	ESSA. Tlemcen	Examinatrice
Mr. BENADDA BelKacem	Professeur	Univ. Tlemcen	Examinateur

Année universitaire : 2019 / 2020

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION  
AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES  
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية  
École Supérieure en  
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث  
العلمي

المدرسة العليا في العلوم  
التطبيقية  
-تلمسان-

## Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du **diplôme** Master

Filière : **Automatique**

Spécialité : **Automatique**

Présenté par : **Mr. ABDELLI Mohamed Yacine et Mr. OUARTIOU Adel**

Thème

## Techniques d'observation du quadrirotor autonome

Soutenu publiquement, le / 09 /2020, devant le jury composé de :

Mr. KARAOUZENE Zoheir	Maître Assistant	ESSA. Tlemcen	Président
Mr.MEGNAFI Hicham	Maître de Conférences	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
Mr. SENTOUH Chouki	Maître de Conférences	Univ. Polytechnique Hauts-de-France	Co-Directeur de mémoire
Mme DIDI Ibtisem	Maître de Conférences	ESSA. Tlemcen	Examinatrice
Mr. BENADDA BelKacem	Professeur	Univ. Tlemcen	Examineur

Année universitaire : 2019 / 2020

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



---

## Dédicaces

---

*Nous dédions ce travail  
à Nos très chers parents  
à Nos familles  
à Nos amis  
aux membres  
de la famille  
de l'ESSAT*

***ABDELLI Mohamed Yacine***

---

## Dédicaces

---

*Nous dédions ce travail  
à Nos très chers parents  
à Nos familles  
à Nos amis  
aux membres  
de la famille  
de l'ESSAT*

***OUARTIOU Adel***

---

## Remerciements

---

*Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à ALLAH Azza Wa Jal pour nous avoir donné le souffle de vie, la force, la santé et l'intelligence nécessaires pour accomplir ce travail.*

*Nous voudrions tout d'abord remercier notre encadreur Monsieur MEGNAFI Hicham Maître de Conférences à l'Ecole Supérieure en Sciences Appliquée de Tlemcen, et également notre co-encadreur Monsieur SENTOUH Chouki Maître de Conférences à Université Polytechnique Hauts-de-France pour leurs conseils judicieux, remarques objectives et le privilège qu'ils nous ont fait en acceptant de diriger ce travail et nous avoir dirigés.*

*Nos vifs remerciements vont également au président du jury Monsieur KARAOUZENE Zoheir, Maître Assistant à l'Ecole Supérieure en Sciences Appliquée de Tlemcen, d'avoir accepté de présider le jury.*

*Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury Monsieur BENADDA BelKacem Professeur à l'université de Tlemcen , et Madame DIDI Ibtissem Maître de Conférences à l'École Supérieure en Sciences Appliquée de Tlemcen pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.*

*Nous remercions généreusement toutes les personnes de L'ESSAT ayant contribué de près ou de loin à la réussite de ce projet.*

---

## RESUME

---

Les effets des perturbations indésirables agissant sur les différents systèmes d'ingénierie conduisent généralement à une dégradation des performances du contrôle et peuvent même provoquer l'instabilité du système de contrôle. Parmi ces systèmes nous avons les véhicules aériens sans pilote à bord, UAV «Unmanned Aerial Vehicle», qui sont des véhicules complexes et difficiles à contrôler. L'étude de ces engins a attiré l'attention des chercheurs depuis plusieurs années.

L'objectif du projet est d'étudier les véhicules autonomes volants UAV de point de vue de l'observation, en se focalisant sur un drone de type quadrirotor. Tout d'abord, une recherche bibliographique sur les méthodes de reconstitution de l'état dynamique et les entrées inconnues est réalisée pour savoir quel type d'observateurs peuvent être appliqués pour l'estimation de la dynamique des UAV et quel est son rôle dans la conception de la commande autonome des drones. Cette partie a permis de choisir une méthode adaptée au problème. L'approche proposée est validée à l'aide d'une simulation numérique qui a démontré que l'implémentation d'un observateur permet d'améliorer les performances de contrôle tout en garantissant une certaine robustesse par rapport aux incertitudes des systèmes non linéaires.

**Mots clés :** Drone, Quadrirotor, Modélisation, Estimation, Observateurs



---

## ABSTRACT

---

The effects of unwanted disturbances acting on different engineering systems generally lead to degradation of control performance and may even cause instability of the control system.

These systems include the Unmanned Aerial Vehicle, which is a complex system. The study of these machines has attracted the attention of researchers in recent years.

The objective of the project is to study autonomous flying vehicles UAV from the point of view of observation, focusing on the quadrotor type of drone. First of all, a bibliographic study on the methods of reconstitution of the dynamic state and unknown inputs is given to know what type of observers can be used for UAVs state estimation and what is its role in the autonomous control design of drones. This part allows us to choose a method adapted to the problem. The proposed approach is validated using numerical simulation which demonstrated that the implementation of an observer in the design of the control process allowed us to improve the control performance of the non-linear system in the presence of uncertainties.

**Keywords:** Drone, Quadrotor, Modeling, Estimation, Observers

تحدث آثار الاضطرابات غير المرغوب فيها على نطاق واسع في مختلف الانظمة الهندسية العملية وتوفر أداءً غير موات للمراقبة الدقيقة لنظام المراقبة واستقراره. وتشمل هذه الأنظمة المركبة الجوية غير المأهولة، وهي مركبة معقدة يصعب التحكم فيها. وقد اجتذبت دراسة هذه الآلات اهتمام الباحثين في السنوات الأخيرة.

الهدف من المشروع هو دراسة المركبات الجوية المستقلة من وجهة نظر المراقبة، مع التركيز على طائرة من نوع رباعية الدوار. أولاً وقبل كل شيء، لا بد من إجراء بحث ببليوغرافي عن أساليب إعادة تشكيل الحالة الديناميكية والاضطرابات غير معروفة لكي نعرف نوع المراقب الذين يستخدم في المركبات الجوية غير المأهولة وما هو دورها في السيطرة المستقلة على الطائرات بدون طيار. سيسمح لك هذا الجزء باختيار طريقة مناسبة للمسألة. ويتم التحقق من صحة النهج المقترح باستخدام محاكاة تبين أن تنفيذ مراقب مكننا من تحسين أداء التحكم في النظام غير الخطي لحالات عدم اليقين.

العلامات: طائرة بدون طيار ، الدوار الرباعي ، النمذجة، التقدير، المراقبين

# TABLE DES MATIERES

<b>RESUME.....</b>	<b>IV</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>V</b>
<b>ملخص .....</b>	<b>VI</b>
<b>TABLE DES MATIERES .....</b>	<b>VII</b>
<b>LISTE DES FIGURES.....</b>	<b>X</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>X</b>
<b>ABREVIATIONS .....</b>	<b>XI</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I : ETAT DE L'ART DES DRONES .....</b>	<b>4</b>
<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>5</b>
<b>I. UAVs(UNMANNED AERIAL VEHICLE).....</b>	<b>5</b>
I.1. Historique .....	5
I.2. Classification des UAVs .....	6
I.2.1. Altitude et endurance .....	7
HALE (Haute Altitude Longue Endurance) .....	7
MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance) .....	7
I.2.2. Taille .....	8
Mini-drones.....	8
Micro-drones.....	9
I.2.3. Voilure.....	9
Drone a voilure fixe .....	9
Drone à voilure tournante.....	10
Drone à voilure battante.....	10
I.3. Système drone .....	11
I.4. Les applications des drones.....	12
<b>II. TECHNIQUE D'OBSERVATION DU QUADRIOTOR .....</b>	<b>12</b>
II.1. Observation des systèmes linéaires.....	12
II.1.1. Quelques définitions d'observabilité des systèmes linières .....	12
II.1.2. Observateurs pour les systèmes linéaires.....	14
II.1.2.1. Observateur de Luenberger.....	14
II.1.2.2. Filtre de Kalman .....	15

II.2. Observation des systèmes non linéaires .....	16
II.2.1. Notion d'observabilité des systèmes non linéaires .....	16
II.2.2. Type d'Observateurs d'état des systèmes non linéaires .....	17
II.2.2.1. Méthodes de transformations linéaires .....	17
II.2.2.2. Observateurs étendus .....	18
II.2.2.3. Observateur à grand gain .....	19
II.3. Observateur à entrées inconnues .....	20
II.3.1. Observateur linéaire invariant à entrées inconnues ....	20
II.3.1.1. Observateurs linéaire à entrées inconnues qui affectent la sortie .....	20
II.3.1.2. Observateurs pour les mesures indépendantes des entrées inconnues.....	24
II.3.2. Observateur non linéaire à entrées inconnues .....	26
II.3.2.1. Observateur non linéaire à entrées inconnues qui affectent la sortie .....	26
II.3.2.2. Observateur pour les mesures indépendantes de l'entrée inconnue.....	29
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>32</b>
<b>CHAPITRE II : MODELISATION DU DRONE QUDRIROTOR .....</b>	<b>35</b>
<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>35</b>
<b>I. MODELISATION DU QUADRIROTOR.....</b>	<b>35</b>
I.1. Modèle dynamique.....	35
I.2. La matrice de rotation :.....	36
<b>II. DEVELOPPEMENT DU MODELE DYNAMIQUE DU QUADRIROTOR SELON NEWTON-EULER .....</b>	<b>37</b>
II.1. Équations de mouvements de rotation du quadrirotor ...	38
II.2. Équations de mouvements de translation du quadrirotor	39
<b>III. LA REPRESENTATION D'ETAT DU SYSTEME .....</b>	<b>41</b>
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>42</b>
<b>CHAPITRE III : APPLICATION DE LA COMMANDE/OBSERVATEUR SUR LE MODELE DE L'UAV .....</b>	<b>43</b>
<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>44</b>
<b>I. SYNTHESE DE LOI DE COMMANDE .....</b>	<b>44</b>
I.1. Algorithme de base.....	44
Etape 1 :.....	45

Etape 2 : .....	45
Etape 3 : .....	46
<b>II. CONCEPTION DE CONTROLEUR ROBUSTE PAR BACKSTEPPING BASEE SUR L'OBSERVATEUR DE PERTURBATION NON LINEAIRE .....</b>	<b>46</b>
Sous-système d'altitude Z : .....	47
Sous-système de roulis : .....	48
Sous-système de tangage : .....	48
Sous-système de lacet : .....	49
<b>II. VALIDATION PAR SIMULATION .....</b>	<b>50</b>
III.1. Hypothèses de simulation .....	50
III.2. Résultat de simulation .....	51
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>54</b>
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>55</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>57</b>

## LISTE DES FIGURES

Figure I. 1: Voisin BN3.....	6
Figure I. 2 : Global Hawk.....	7
Figure I. 3 : B-Hunter.....	8
Figure I. 4 : a) Hovereye, b) Dragon Eye.....	8
Figure I. 5 : Le PicoFlyer (ProxyFlyer) .....	9
Figure I. 6 : a) Carolo P50, b) eBee, c) Techpod.....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
Figure I. 7 : voilure tournante.....	10
Figure I. 8 : a) micro Delfly, b) Robobee.....	11
Figure I. 9: Structure d'observateur de Luenberger.....	15
Figure I. 10: Principe de l'observateur à entrées inconnues.....	21
Figure I. 11: Structure générale du NDO pour les perturbations harmoniques.....	31
Figure II. 1: Repérage du quadrirotor.....	33
Figure III. 1: structure générale de la commande RBC-NDO.....	48
Figure III. 2: Les perturbations externes.....	50
Figure III. 3 : Les réponses des sous-systèmes d'attitude et d'altitude.....	50
Figure III. 4 : Les erreurs.....	51
Figure III. 5 : Les signaux de commande.....	51

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau III. 1: Les paramètres du quadrirotor] .....	51
Tableau III. 2: Les paramètres du contrôleur robuste basé sur NOD.....	51

## **ABREVIATIONS**

UAV	Véhicules aériens sans pilote
DDL	Degree De Liberté
ESC	Contrôleur de vitesse électrique
GPS	Système de positionnement global
MALE	Moyenne Altitude Longue Endurance
HALE	Haute Altitude Longue Endurance
UAS	Systèmes d'Avions sans pilote
IoT	Internet des Objet
GSMA	Association du Système Global pour les Communications Mobiles
NDO	Observateur Non linéaires de Perturbations
RBC	Contrôle de Backstepping Robuste
BC	Contrôle de Backstepping
LTI	Linéaire Temps Invariant
MISO	Multi entrée Unique Sortie
MIMO	Multi Entrée Multi Sortie
ONLEI	Observateur Nonlinéaire à Entrées Inconnues





# **INTRODUCTION GENERALE**

Ces dernières années, le développement des véhicules aériens sans pilote (UAV) a connu une croissance en raison de la miniaturisation croissante des capteurs et des actionneurs. Parmi ces systèmes, nous avons les drones à quatre hélices (quadrirotors) qui sont des véhicules complexes et difficiles à contrôler. Leur intérêt de recherche réside dans leur opérabilité leur permettant d'accomplir un grand nombre de tâches, comme la surveillance aérienne ou toute autre application où l'intervention manuelle est difficile ou dangereuse.

Lors de la mise en œuvre de la loi de commande sur un prototype réel, il semble qu'une partie de l'état du système considéré soit difficile à mesurer ou certaines mesures ne sont pas suffisamment précises. En général, la direction et la vitesse angulaire des petits avions comme les quadrirotors sont estimées à l'aide de filtres complémentaires, qui sont calculés en combinant des mesures de capteurs tels que des gyroscopes, des accéléromètres et des magnétomètres. Le rôle principal de l'observateur d'état est d'estimer la position et la vitesse angulaire pour stabiliser le système observé.

Le contrôle n'apporte pas de robustesse par rapport aux incertitudes paramétriques et les perturbations externes dans la mesure où tous les paramètres du quadrirotor sont considérés connus et qu'il n'existe pas de perturbations externes appliquées sur le système (forces et couples supplémentaires en raison des rafales de vent). Les effets des perturbations indésirables sur la dynamique du système engendrent une dégradation des performances du contrôle et impactent également la stabilité d'un système de contrôle. Par conséquent, le rejet des perturbations est l'un des critères cruciaux et des objectifs importants de la conception d'un contrôleur.

Ce mémoire est composé de trois chapitres et organisé de la manière suivante :

Le premier chapitre est un chapitre introductif qui présente une étude bibliographique. Nous allons présenter un bref historique sur les différents types de drones, ainsi que leur classification selon la taille et le mode de propulsion. Puis, nous aborderons un état de l'art sur les méthodes de reconstruction d'état dynamique et les entrées inconnues, et leurs principales définitions liées au concept d'observabilité des systèmes dynamiques où nous présentons les méthodes pour l'estimation des entrées inconnues qui fait l'objectif de notre étude.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation dynamique du quadrirotor à 6 degrés de liberté adapté au type d'observateur choisi. Nous allons présenter un modèle mathématique du quadrirotor selon les équations de Newton-Euler, puis nous allons mettre en évidence notre modèle sous forme d'espace d'état, ce qui permettra d'appliquer l'observateur présenté dans le chapitre suivant.

Dans le troisième chapitre, nous allons présenter un algorithme de base pour la synthèse de commande des systèmes perturbés, puis nous allons proposer un contrôleur robuste par backstepping basé sur l'observateur de perturbation non linéaire, permettant de stabiliser le drone. Par la suite, cette méthode est appliquée sur le modèle du quadrirotor. Cette approche est ensuite validée en simulation numérique en utilisant l'outil Matlab/Simulink.

# **CHAPITRE I : ETAT DE L'ART DES DRONES**

## **INTRODUCTION**

Les drones sont d'origine anglais, ce terme signifie un faux bourdon, ou bourdonnement en référence au bruit que font certains d'entre eux en volant, c'est ainsi que ce nom reste utilisé non seulement en anglais mais également en français [1].

Au début, les drones ont été utilisés dans le domaine militaire, principalement pour des missions d'observation de reconnaissance et d'attaques ciblées. Dans le civil, les drones possèdent aussi de multiples applications dans différents domaines (agriculture, loisir, cinéma, télévision, etc.) grâce à leur capacité à embarquer des appareils photo, des caméras infrarouges ou des capteurs environnementaux [2].

Mais techniquement, les drones ou UAV (Unmanned Aerial Vehicles) sont des aéronefs sans pilote à bord, capables de mettre en œuvre une mission en autonomie ou semi-autonomie [3]. Dans un premier axe, nous tenterons de présenter les drones de façon générale, l'historique, la classification des drones et d'avoir une vue particulière sur les quadrirotors qui fait l'objectif de notre étude.

## **I. UAVS(UNMANNED AERIAL VEHICLE)**

### **I.1. Historique**

Les pertes de vie humaines et la destruction infligées par les deux guerres mondiales et dans des certains conflits à cette époque furent à l'origine de l'idée de créer les objets volants sans pilote à bord [4].

Après la première guerre mondiale, George Clémenceau, président de la Commission Sénatoriale de l'Armée française, a mis en œuvre le projet «d'avions sans pilote», où le capitaine Max Boucher a développé un système de contrôle autonome permettant à un avion voisin BN3 illustré sur la figure I.1 de voler sur plus de cent kilomètres. Ainsi, dans cette époque-là, plusieurs engins volants sans pilote radiocommandés sont apparus, équipés de missiles et d'armes pour faire torpiller les positions stratégiques de l'ennemi sans mettre en danger la vie humain. Alors le premier drone français a été réalisé et expérimenté dès 1923 par

le capitaine Max Boucher et l'ingénieur Maurice Percheron [5].



*Figure I. 1: Voisin BN3.*

Le drone a été élaboré en secret par les États-Unis comme un outil efficace de supériorité stratégique en permettant la surveillance de l'ennemi et l'intervention militaire sans encourir de risques humains, ce que le public n'a plus soutenu. De plus, il est utilisé pour déposer des tracts durant la guerre froide [5].

La première fois, les drones avaient été utilisés durant la guerre du Vietnam, puis durant la guerre du Kippour. Ils font désormais partie des outils tactiques et stratégiques de zone opérationnelle. Le manque de pilote permet d'opérer sur les lignes ennemies dans des missions risquées, sans encourir de risques humains [6].

Le secteur militaire est la principale raison de l'émergence des aéronefs sans pilote, qui seront ensuite utilisés dans le secteur civil. Durant une vingtaine d'années, les drones sont développés et utilisés en France dans un contexte militaire pour l'exécution des missions d'observation et de renseignement. A l'instar des certaines innovations militaires initialement importantes (satellite, turboréacteur, GPS, internet), la technologie des drones s'est adaptée au secteur civil ces dernières années [5].

## **I.2. Classification des UAVs**

La classification des drones aériens n'est pas facile, parce qu'il y en a plusieurs types. Cependant, les drones autonomes peuvent être classés selon plusieurs critères : l'altitude, l'endurance, la taille (poids, envergure, etc.) ainsi, leur voilure (fixe, tournante ou battante).

### **I.2.1. Altitude et endurance**

#### ***HALE (Haute Altitude Longue Endurance)***

Dans cette catégorie, nous atteignons les dimensions d'un avion civil (Airbus A320) pour l'autonomie de plusieurs milliers de kilomètres (10 000 km et plus) voyageant, volant nettement au-dessus du trafic aérien actuel, civil et militaire (jusqu'à 20 000 m d'altitude) [7]. Les moteurs sont cette fois turboréacteurs. Par exemple, nous pouvons citer Global Hawk comme le montre la figure I.2.



*Figure I. 2 : Global Hawk.*

Le poids au décollage des drones HALE peut dépasser considérablement 10 tonnes, dont environ 10% pour la charge utile [7].

Toutes les informations collectées par les capteurs sont envoyées par satellite au centre d'opérations. Leur densité nécessite généralement des capacités de transmission énormes, et donc un support pour un grand segment spatial.

Les capacités de ces drones HALE doivent être comparées aux capacités des aéronefs pilotés, du type d'avion espion U2 ou de l'avion de renseignement électronique Sigint [7].

#### ***MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance)***

L'altitude de vol dans cette catégorie est de 5000 à 12000 mètres, ce qui permet de parcourir jusqu'à 1000 km à des vitesses relativement faibles de 220 à 360 km/h (induites par des moteurs à pistons ou turbopropulseurs). Cette fois, elle peut atteindre 3,5 tonnes et la portée est généralement de 10 à 20 mètres. Si les Américains n'étaient pas très présents dans le domaine des drones moyens tactiques, ils ont immédiatement conçu des systèmes MALE à la taille de la zone opérationnelle, en ce qui concerne non seulement les missions de reconnaissance

et d'observation, mais aussi le marquage et la torpille des cibles au sol. Les drones MALE opérationnels les plus célèbres sont le Hunter illustré sur la figure I.3, nous mentionnons également le Predator américain (General Atomics) [7].



*Figure I. 3 : B-Hunter.*

## **I.2.2. Taille**

### ***Mini-drones***

Ce sont des drones plutôt légers de taille réduite (d'une masse de quelques kilogrammes et d'une envergure 1 à 2 mètres) facilitant la mise en œuvre d'une autonomie de 10 à 30 minutes et est généralement servent pour la surveillance des zones difficiles d'accès. Tels que Hovereye (Bertin Technologies) illustré sur la figure I.4.a) ou Dragon Eye (AeroVironment) illustré sur la figure I.4.b), dont la dimension maximale ne dépasse pas un mètre [1].



*Figure I. 4 : a) Hovereye, b) Dragon Eye.*



### **Micro-drones**

Ce sont des drones de tailles allant du centimètre à plusieurs dizaines de centimètres. Généralement alimentés, ils vous permettent donc de voler à l'intérieur. Comme le PicoFlyer (Proxyflyer) illustré à la figure I.5, dont la dimension maximale ne dépasse pas 15 cm [1].



Figure I. 5 : Le PicoFlyer (ProxyFlyer)

### **I.2.3. Voilure**

#### **Drone a voilure fixe**

Les drones à voilure fixe consistent en une paire d'ailes assurant la portance, le fuselage, l'aileron et la queue, la propulsion est assurée par une ou plusieurs hélices. Cette configuration offre la plus grande autonomie, mais nécessite un support de plateforme pour être servi. Les projets en cours incluent Carolo P50 de l'Université de Technologie de Braunschweig / Allemagne illustré sur la figure I.6.a). Ce mini-drone est capable d'atteindre une vitesse de 65 kilomètres par heure avec un plafond supérieur à 100 mètres. L'avion drone Parrot eBee illustré à la figure I.6.b) se déplace à 57 kilomètres à l'heure dans une plage de 45 minutes et une envergure de 96 cm, ou le micro drone Black Widow d'AeroVironment à la figure I.6.c), qui pèse 42 grammes avec une portée de 20 centimètres et une autonomie de 30 minutes.



Figure I. 6 : a) Carolo P50, b) eBee, c) Techpod.

Le principal inconvénient de cette configuration est qu'elle ne permet pas les vols stationnaires, les vols à basse vitesse et à basse altitude, ainsi que la nécessité de décoller ou d'atterrir sur des pistes. [8]

### ***Drone à voilure tournante***

Les drones à voilure tournante sont des appareils volants avec la possibilité de décollage, de vol et d'atterrissage vertical (ADAV, en anglais Vertical Take-off and Landing aircraft ou VTOL) et ne nécessitent donc pas de piste de décollage ou d'atterrissage. Ils utilisent des pales rotatives ou plusieurs rotors pour planer au-dessus d'une zone définie, et même des vols à basse vitesse et à basse altitude. Ils peuvent effectuer une grande variété d'applications impossibles pour les aéronefs à voilure fixe, comme la surveillance, le renseignement et le sauvetage, les hélicoptères sont les représentants les plus célèbres des véhicules à ailes tournantes, à savoir : les quadrirotors de Pennsylvanie comme le montre la figure I. 7. Ce types d'aéronef est également appelé giravion équivalent de « Rotorcraft » en anglais [8]

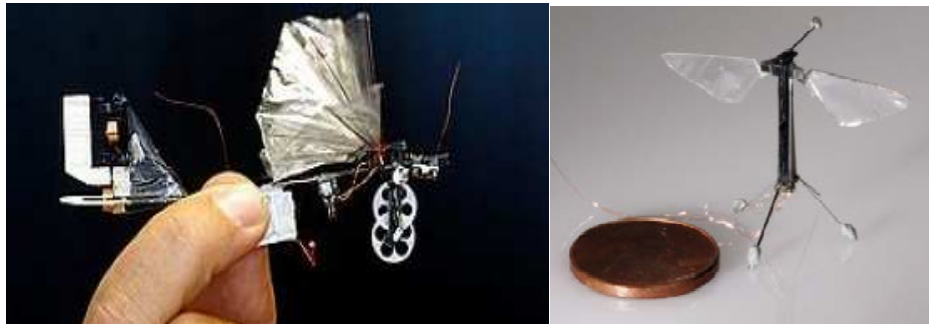


*Figure I. 7 : voilure tournante.*

### ***Drone à voilure battante***

Concernant cette catégorie, la sustentation et le pilotage sont assurés par des ailes battantes. Équipés de la capacité de voler avec des trajectoires semblables à celles des insectes, et le décollage et l'atterrissage verticaux, comme les drones voilures tournantes, ce qui est remarquable pour les services internes ou dans de petits espaces. Ces configurations permettent des mouvements agiles tout en étant plus discrètes que les voilures tournantes, ce qui représente un autre avantage pour les missions d'observation ou de surveillance. Le micro Delfly illustré sur la figure I.8.a) pèse à peu près 3 grammes et une envergure de 10 centimètres avec une vitesse de déplacement pouvant aller jusqu'à 18 kilomètres par heure. Parce qu'il avait également une caméra embarquée, il a été déclaré "le

plus petit avion avec une caméra au monde" dans le livre Guinness des records de 2009. Le Robobee de l'Université de Harvard en figure I.8.b) pèse seulement 80 milligrammes et ne dépasse pas 3 centimètres d'envergure. Cet objet volant utilise des matériaux particulièrement petits, très légers pour que ses ailes activées par des muscles artificiels battent à environ 120 fois par seconde, comme une mouche. [8]



*Figure I. 8 : a) micro Delfly, b) Robobee.*

### **I.3. Système drone**

Pour maximiser la simplicité, le drone se compose principalement de 3 parties:

- **Châssis** : ressemble au squelette d'un drone. Il pouvait revêtir diverses formes selon le modèle et le nombre de bras. Il y a donc des tricoptères, des quadrirotors, des hexacoptères, etc. Il est en aluminium, en plastique et même en bois, le châssis peut vraiment différer selon le modèle de drone.
- **Système de propulsion**: se compose de moteurs plus précisément appelés rotors, hélices, contrôleurs de vitesse électriques (ESC) et batteries liPo (lithium polymère).
- **Contrôleur de vol**: utilisé pour faire une connexion entre le drone et le pilote, via un récepteur connecté, avec l'aide de circuit intégré avec un microprocesseur, les capteurs et les broches d'entrée et de sortie de notre composant.

## **I.4. Les applications des drones**

Avec l'émergence du marché des UAV commerciaux (drones) et leur application dans un large éventail d'industries telles que l'agriculture, le bâtiment et l'immobilier, il suffirait d'un peu de créativité pour les intégrer et les exploiter dans toute autre industrie qui nécessite de grands moyens logistiques comme l'industrie des télécommunications.

Le marché des systèmes d'avions sans pilote (UAS) est l'un des secteurs les plus innovants et en croissance rapide de IoT (Internet des Objets) et représente une énorme opportunité commerciale et stratégique pour les opérateurs et leurs partenaires technologiques [9].

La GSMA travaille activement avec les secteurs des télécommunications et de l'aviation pour maximiser l'utilisation des capacités hors visibilité directe des UAS, développer de nouveaux cas d'utilisation et aider à créer un environnement réglementaire ouvert et fiable [10].

## **II. TECHNIQUE D'OBSERVATION DU QUADRIROTOR**

### **II.1. Observation des systèmes linéaires**

#### **II.1.1. Quelques définitions d'observabilité des systèmes linéaires**

**Contrôlabilité [11] :**

Définition 1 : Si pour chaque condition initiale  $x(t_0)$  et chaque état final  $x_1 \in \mathbb{R}_n$ , il existe un temps fini  $t_1$  et un vecteur de contrôle  $u(t) \in \mathbb{R}_m, t \in [0, t_1]$ , alors le système dynamique est contrôlable, tels que :

$$x(t_1, x(0), u) = x_1 \quad (I.1)$$

Cette définition ne nécessite que tout état initial  $x(t_0)$  puisse être réorienté vers tout état final  $x_1$  dans un temps fini  $t_1$ . Pourtant, la trajectoire du système dynamique entre  $t_0$  et  $t_1$  n'est pas précisée. Ainsi, il n'y a pas de contraintes sur le vecteur de contrôle  $u(t)$  et le vecteur d'état  $x(t)$ .

Pour formuler un critère de contrôlabilité algébrique facile à calculer, introduisons la matrice dite de contrôlabilité  $W$ , appelée matrice de Kalman, qui est définie par :

$$W = [B \mid AB \mid A^2B \mid \dots \mid A^k B \mid \dots \mid A^{n-1}B] \quad (\text{I.2})$$

**Théorème 1.** Le système dynamique est contrôlable si et seulement si le rang de  $W = n$ .

On peut dire alors que la paire  $(A ; B)$  est contrôlable.

**Observabilité :**

L'observabilité a pour nature de garantir que les mesures effectuées sur le système ont une valeur d'information suffisante, afin que toutes les variables non mesurées du système puissent en être déduites.

**Définition 2 [12]:**

Un système dynamique est dit observable si l'observation de ses entrées et de ses sorties durant un intervalle de temps fini  $[t_i ; t_f]$  permet de retrouver l'état initial  $x$ . Tant que, pour les systèmes linéaires nous pouvons avoir une solution analytique, l'observabilité nous permet donc de connaître l'état  $x(t)$  à tout moment **contenu** dans l'intervalle  $[t_i ; t_f]$ .

Pour le concept d'observabilité, il existe également un critère de Kalman impliquant la matrice dynamique  $A$  et la matrice de sortie  $C$ , qui est donné par le théorème suivant :

**Théorème 2 :** (Critère de Kalman)

Pour formuler un critère d'observabilité algébrique facile à calculer, introduisons la matrice dite d'observabilité  $O$ , et ses lignes sont calculées de manière itérative :  $CA^{k+1} = CA^k * A$ , qui est définie par :

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{I.3})$$

Un système LTI d'équation dynamique d'état est observable si et seulement si le rang de  $O = n$ .

On dit alors que la paire  $(A ; C)$  est observable.

**Déteçtabilité :**

Lorsqu'une paire  $(A ; C)$  ne peut pas être pleinement observée, nous devons étudier la déteçtabilité de cette même paire  $(A ; C)$ .

**Définition 3 :**

Un système est déteçtable si et seulement si les états non observables sont stables c'est à dire les valeurs propres ont une partie réelle négative.

**Stabilisabilité :**

Si tous les modes instables du système LTI sont commandables, on peut dire que la représentation d'état du système est stabilisable, c'est-à-dire la paire  $(A ; B)$  est stabilisable [13].

**Définition 4 :**

Un système dynamique est stabilisable si et seulement si, pour tout  $\lambda \in \mathbb{C}^+$ , c'est-à-dire pour les valeurs propres instables de  $A$ , nous avons :

$$\text{rang} [\lambda I - AB] = n$$

**II.1.2. Observateurs pour les systèmes linéaires**

Luenberger [13] et Kalman [14] ont proposé une méthode optimale simple pour estimer l'état d'un système linéaire. Dans les deux cas, nous traitons le modèle dynamique comme un système linéaire de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Lw(t) \\ y(t) = Cx(t) + v(t) \end{cases} \tag{I.4}$$

Où  $t > 0, x(t) \in R_n, u(t) \in R_m, y(t) \in R_p, w(t) \in R_r$  et  $v(t) \in R_p$  sont deux bruits blancs gaussiens, non corrélés, avec une espérance nulle, une covariance supposant respectivement Q et R. La matrice du système a une taille appropriée avec les conditions initiales  $x(0) = x_0$ .

**II.1.2.1. Observateur de Luenberger**

La théorie de l'observation de Luenberger comme le montre la figure I.9 est basée sur la technique de placement de pôles, supposant que les bruits  $w$  et  $v$  sont nuls. L'observateur proposé est décrit comme suit :

$$\hat{x}(t) = A. \hat{x}(t) + B. u(t) + K (y(t)- C \hat{x}(t)) \tag{I.5}$$

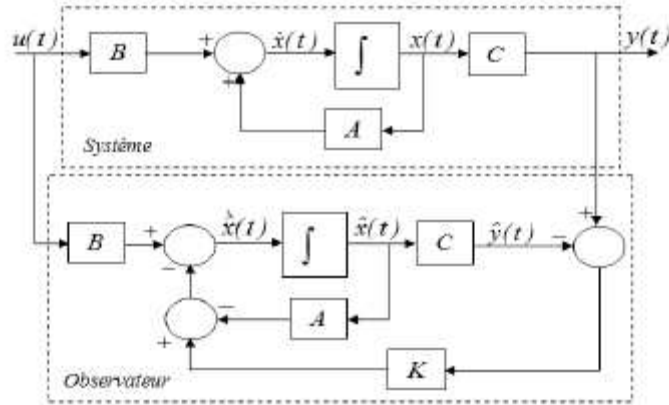


Figure I. 9: Structure d'observateur de Luenberger

Avec  $\hat{x}(t)$  l'estimé de  $x(t)$  et  $K$  est un gain à choisir pour que l'erreur d'estimation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  converge vers 0.

La dynamique d'erreur d'estimation peut être exprimée sous la forme suivante:

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) \quad (I.6)$$

En utilisant la technique de placement de pôles, il suffit alors de choisir le gain  $K$  de l'observateur pour que la matrice  $A - KC$  soit Hurwitz, c'est-à-dire que ses valeurs propres sont dans le demi-plan complexe gauche.

Le choix de la matrice  $K$  a un effet sur la vitesse de convergence de l'erreur  $e(t)$  vers 0 [15].

En présence de bruits  $w, v$ , la dynamique de l'erreur s'écrit par l'équation :

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) + Lw(t) - Kv(t) \quad (I.7)$$

Par conséquent, cette erreur est sensible au bruit par l'intermédiaire des deux fonctions de transfert  $(sI - A + KC)^{-1}L$  et  $(sI - A + KC)^{-1}K$ . L'étude du gain fréquentiel permet la quantification de l'effet des bruits sur l'erreur.

### II.1.2.2. Filtre de Kalman

La théorie de l'observation de Kalman nécessite de résoudre l'équation de Riccati. Kalman a utilisé les propriétés statistiques des bruits  $w$  et  $v$  et a proposé la structure suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A.\hat{x}(t) + B.u(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (I.8)$$

En minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation  $S(t) = E[e(t)e(t)^T]$ , on obtient l'expression du gain de l'observateur :

$$K(t) = S(t)C^T R^{-1} \quad (I.9)$$

Tel que  $S(t)$  est la solution de l'équation de Riccati :

$$\dot{S}(t) = AS(t) + S(t)A^T - S(t)C^T R^{-1}CS(t) + LQL^T \quad (I.10)$$

Sous certaines conditions abordées dans [15], on peut montrer que la matrice  $S(t)$  tend vers une limite et que le filtre est stable, ce qui permet éventuellement de conserver pour  $K$  sa valeur en régime permanent. On trouve dans [16] quelques résultats de convergence pour l'observateur de Kalman.

## II.2. Observation des systèmes non linéaires

### II.2.1. Notion d'observabilité des systèmes non linéaires

#### Définition 1 (Indistinguabilité)

Deux états différents  $x_0, x_1 \in R$  sont dit indistinguables si :  $\forall u(t)$  et  $\forall t \geq 0$  :  $y_0 = y_1$

Tel que  $y_0$  et  $y_1$  sont des signaux de sortie associés respectivement à  $x_0$  et  $x_1$ ,  $u(t)$  entrée admissible appliqué sur le système [17].

Sinon,  $x_0$  et  $x_1$  sont considérés comme étant distinguables.

#### Définition 2 : (Observabilité)

Si  $x_0$  n'admet aucun état indiscernable, le système dynamique non linéaire est dit observable à  $x_0 \in X$ .

Contrairement aux systèmes linéaires, l'observabilité des systèmes non linéaires dépend des entrées.

À cette fin, nous introduisons les notions d'entrées universelles et d'entrées singulières [17].



**Définition 3** :(universalité et singularité)

Une entrée  $u(t)$  est dite universelle pour un système dynamique sur  $[0, T]$ . Si pour deux états initiaux différents  $x_0, x_1 \in \mathbb{R}$ , il existe  $t \in [0, T]$  tel que  $y_0(t) \neq y_1(t)$ . Les entrées non universelles sont appelées singulières.

L'universalité de l'entrée permet de définir les systèmes observables de manière uniforme.

**Définition 4** :(uniformité)

Si toutes les entrées du système sont universelles, on dit que le système est uniformément observable, c'est-à-dire quelle que soit l'entrée, il peut être observé [17].

## II.2.2. Type d'Observateurs d'état des systèmes non linéaires

Souvent, il est nécessaire et préférable de considérer la non linéarité des systèmes au cours du processus d'observation, par exemple, pour améliorer la qualité de la reconstruction de l'état.

Cependant, dans le cas des systèmes non linéaires, il n'existe actuellement aucune méthode systématique pour la reconstruction des observateurs, et le développement et la mise en œuvre de ces méthodes sont inévitablement plus compliqués [18]. Parmi les méthodes d'estimation utilisées, nous citons :

### II.2.2.1. Méthodes de transformations linéaires

Cette technique est similaire à l'observateur étendu. Elle est basée sur la linéarisation par injection de sortie, qui convertit un système non linéaire en un système linéaire de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

La principale difficulté est de trouver les changements de coordonnées pour que la dynamique de l'erreur d'estimation devienne linéaire. Une fois les changements de coordonnées obtenus, l'utilisation d'observateurs de type Luenberger (corrigé par injection de sortie) est suffisante pour estimer l'état de système.

L'équation de l'observateur proposé est la suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (\text{I.12})$$

On trouve dans [19], les conditions nécessaires et suffisantes pour convertir un système non linéaire en une forme canonique.

### **II.2.2.2. Observateurs étendus**

Il s'agit d'adapter certaines techniques linéaires à des systèmes non linéaires, c'est pourquoi l'observateur de Luenberger étendu et le filtre de Kalman étendu [17] sont implémentés en calculant le gain d'observateur du modèle linéaire autour d'un point de fonctionnement.

Pour l'observateur Luenberger étendu, la forme de l'estimateur est :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t), t) + K(t) \left( y(t) - h(\hat{x}(t)) \right) \quad (\text{I.13})$$

Où le gain de l'observateur  $K(t)$  est calculé de telle sorte que les valeurs propres de la formule  $\left( \frac{\partial f(\hat{x}(t), u(t), t)}{\partial \hat{x}} - K(t) \frac{\partial h(\hat{x}(t))}{\partial \hat{x}} \right)$  soient stables.

**Remarque** : Cet observateur peut provoquer des instabilités qui se manifestent en s'éloignant du point de fonctionnement. La méthode de changement de coordonnées ne peut être appliquée qu'à un certain type de système non linéaire. En fait, il existe plusieurs méthodes qui proposent un ensemble d'intégrales d'équations aux dérivées partielles non linéaires, Cela augmente la difficulté de reconstruction d'observateur [8].

Pour l'observateur étendu de Kalman, nous considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

Après la technique classique de linéarisation de la dynamique non linéaire, les matrices  $A$  et  $C$  sont remplacées par les matrices jacobienne de  $f$  et  $h$  évaluées en  $x(t)$ .

On note :

$$A(t) = \frac{\partial f(\hat{x}(t), u(t))}{\partial x} \quad (I.15)$$

$$C(t) = \frac{\partial h(\hat{x}(t), u(t))}{\partial x} \quad (I.16)$$

L'estimateur est de la forme :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + K(t) (y(t) - h(\hat{x}(t))) \quad (I.17)$$

L'expression du gain de l'observateur :

$$K(t) = S(t)C^T R^{-1} \quad (I.18)$$

$S(t)$  est donc la solution de l'équation de Riccati :

$$\dot{S}(t) = A(t)S(t) + S(t)A(t)^T - S(t)C(t)^T R^{-1}C(t)S(t) + LQL^T \quad (I.19)$$

### II.2.2.3. Observateur à grand gain

Des observateurs de type grand gain sont synthétisés pour une classe de systèmes non linéaires à sorties multiples uniformément observables [19]. Le but est de faire en sorte que le gain de l'observateur soit suffisamment grand pour réduire l'effet de la non-linéarité du système. Par conséquent, la catégorie du système considérée comprend une partie linéaire non contrôlée et une partie non linéaire contrôlée, qui sont supposées lipchitziennes. Par exemple, considérons le système MISO suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (I.20)$$

**Définition 1 :** (Fonction Lipchitzienne)

Soit  $I$  un intervalle de  $\mathbb{R}$ ,  $f$  une fonction de  $I$  dans  $\mathbb{R}$ . On dit que  $f$  est lipchitzienne de rapport  $k > 0$  si pour tout  $x, y$  de  $I$  :

$$|f(x) - f(y)| \leq k |x - y|$$

L'expression de l'observateur proposée est la suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x} + (f(u, \hat{x}) + K(y - C\hat{x})) \quad (I.21)$$

Le terme « grand gain » vient de la structure de l'observateur, lorsque la fonction non linéaire a une grande constante de Lipschitz, l'erreur minimale entre l'état réel et l'état observé se répercutera et augmentera. Le gain  $K$  de l'observateur (I.21) doit donc être important pour compenser cette amplification des erreurs [19].

Si le gain  $K$  peut être sélectionné pour rendre  $(A - KC)$  stable, l'erreur d'estimation est asymptotiquement stable.

## **II.3. Observateur à entrées inconnues**

Dans la partie précédente, nous avons passé en revue quelques techniques classiques d'estimation d'état pour les systèmes linéaires et non linéaires. Pour les observateurs standard, dans tous les cas, la reconstruction de l'état se fait à partir des entrées et des sorties du système.

Le problème de reconstruction de l'état des systèmes invariants affectés par des entrées connues et inconnues a fait l'objet de nombreuses recherches au cours des deux dernières décennies.

La présence d'entrées inconnues est considérée comme importante, car dans la réalité, il y aura des interférences ou une inaccessibilité à certaines entrées du système. Par conséquent, les observateurs traditionnels supposeront que toutes les entrées sont connues ne peuvent pas être utilisées. Cela rend le problème de reconstruction d'observateur plus compliqué.

### **II.3.1. Observateur linéaire invariant à entrées inconnues**

#### ***II.3.1.1. Observateurs linéaire à entrées inconnues qui affectent la sortie***

L'observateur à entrées inconnues est développé pour estimer l'état d'un système en présence d'entrées inconnues. Si l'entrée inconnue affecte la sortie du système. La figure I.10 montre le principe de l'observateur à entrées inconnues [20].

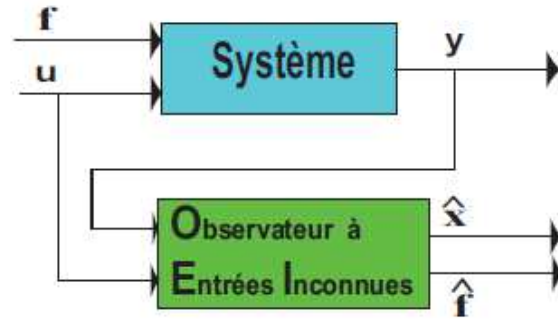


Figure I. 10: Principe de l'observateur à entrées inconnues

Pour les systèmes LTI où la sortie est affectée par l'entrée inconnue exprimée sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Rs \\ y = Cx + Ds \end{cases} \quad (\text{I.22})$$

$x \in R^n$  est le vecteur d'état,  $s \in R^m$  est le vecteur d'entrées inconnues et  $y \in R^p$ , est le vecteur de sorties.

$A \in R^{n \times n}$  est la matrice d'état,  $R \in R_{n \times m}$  est la matrice de commande associée aux entrées inconnues,  $C \in R^{p \times n}$  est la matrice d'observation et  $D \in R^{p \times m}$  est la matrice d'influence des entrées inconnues sur les mesures.

La matrice  $D$  est considérée de rang plein colonnes, c'est-à-dire  $\text{rang}(D) = m$ .

Les entrées connues ne sont pas incluses dans la reconstruction de l'observateur et le système ne prend en compte que les entrées inconnues. Il y aura des observateurs avec des entrées inconnues, si et seulement si le système (I.22) est à minimum de phase [20]. Autrement dit, le système (I.22) est détectable.

**Le nombre d'entrées inconnues est inférieur au nombre de mesures ( $m < p$ ):**

Le nombre d'entrées inconnues est inférieur au nombre de mesures. Puisque la matrice  $D$  est de rang plein colonnes, la forme des deux matrices ( $C, D$ ) permet de réorganiser la sortie. La sortie du système (I.22) peut être exprimée sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} s \quad (\text{I.23})$$

$D_1$  est une matrice carrée inversible d'ordre  $m$  et  $D_2$  est une matrice de taille  $(p - m) \times m$ . L'entrée inconnue  $s$  peut être estimée à partir de la première ligne de (I.23) de la manière suivante :

$$s = D_1^{-1}(y_1 - C_1 x) \quad (\text{I.24})$$

Définissons le changement de la variable qui permet à la nouvelle sortie du système  $\bar{y}_2$  d'être exprimée en fonction de  $y_1, y_2$  :

$$\bar{y}_2 = y_2 - D_2 D_1^{-1} y_1 = (C_2 - D_2 D_1^{-1} C_1) x \quad (\text{I.25})$$

En utilisant l'expression de la nouvelle sortie  $\bar{y}_2$  (I.25) et l'expression de  $s$  (I.24), le système (I.22) peut être exprimé sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x} = (A - R D_1^{-1} C_1) x + R D_1^{-1} y_1 \\ = Fx + Gy_1 \\ \bar{y}_2 = (C_2 - D_2 D_1^{-1} C_1) x \\ = Hx \end{cases} \quad (\text{I.26})$$

La construction des états non mesurables est alors celle d'un système classique d'entrée connue et de sortie  $\bar{y}_2$ .

Ensuite, la construction de l'état non mesurable est la construction du système classique avec l'entrée  $y_1$  et la sortie  $y_2$  connues.

Enfin, l'observateur suivant donne des estimations de l'état du système (I.26) et des entrées inconnues :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = (A - R D_1^{-1} C_1) \hat{x} + R D_1^{-1} y_1 + L(\bar{y}_2 - (C_2 - D_2 D_1^{-1} C_1) \hat{x}) \\ \hat{s} = D_1^{-1}(y_1 - C_1 \hat{x}) \end{cases} \quad (\text{I.27})$$

**Le nombre d'entrées inconnues est égal au nombre de mesures ( $m = p$ ) :**

Le but ici est de concevoir un observateur pour le système (I.22), dans le cas où le nombre d'entrées inconnues est égal au nombre de mesures [20] :

$$\begin{cases} \dot{z} = Nz + Ly \\ \hat{x} = z \end{cases} \quad (\text{I.28})$$

Où  $z$  et  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  est l'estimation du vecteur d'état  $x$ .

$N \in \mathbb{R}^{n \times n}, L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  sont des matrices qui doivent être sélectionnées pour que l'erreur d'observation converge asymptotiquement à zéro.

La dynamique d'erreur d'observation s'écrit alors :

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = Ax + R s - (Nz + Ly) \quad (\text{I.29})$$

Nous remplaçons  $z$  par  $(x - e)$  et  $y$  par  $Cx + Ds$  pour obtenir.

$$\dot{e} = Ne + (A - LC - N)x + (R - LD)s \quad (\text{I.30})$$

L'erreur d'estimation d'état convergera vers zéro asymptotiquement si et seulement si les matrices  $N$  et  $L$  satisfont aux conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{la matrice } N \text{ soit stable (matrice de Hurwitz)} \\ A - LC - N = 0 \\ R - LD = 0 \end{array} \right. \quad (\text{I.31})$$

La dynamique d'erreur d'observation s'écrit alors :

$$\dot{e} = Ne \quad (\text{I.32})$$

La matrice  $D$  étant carrée et inversible, on peut en déduire que

$$L = RD^{-1} \text{ et } N = A - RD^{-1}C$$

Si l'état est connu, les entrées inconnues peuvent être estimées à partir de la sortie du système (I.24) comme suit :

$$s = D^{-1}(y - Cx) \quad (\text{I.33})$$

Dans ce cas ( $m = p$ ), l'état du système (I.22) et la valeur estimée de l'entrée inconnue sont donnés par la relation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}} = (A - RD^{-1}C)\hat{x} + RD^{-1}y \\ \hat{s} = D^{-1}(y - C\hat{x}) \end{array} \right. \quad (\text{I.34})$$

### **II.3.1.2. Observateurs pour les mesures indépendantes des entrées inconnues**

Le but ici est de concevoir un observateur pour un système dynamique linéaire invariable dont la mesure n'est pas affectée par des entrées inconnues de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Rs \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{I.35})$$

$x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^u$  est le vecteur d'entrées connues et

$s \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée inconnue,  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sorties.

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la matrice d'état,  $B \in \mathbb{R}^{n \times u}$  est la matrice de commande associée aux entrées connues,  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  est la matrice d'observation et  $R \in \mathbb{R}^{n \times m}$  est la matrice de commande associée aux entrées inconnues.

Supposons que la matrice  $R$  est de rang plein colonnes  $\text{Rang}(R) = m$  et que les matrices  $(C, R)$  ont les structures suivantes :

$$C = (I_p \ 0 \ \dots \ 0) \quad (\text{I.36})$$

$$R = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \end{pmatrix} \quad (\text{I.37})$$

Les résultats que nous allons présenter dans cette section ont été traités de manière significative dans un certain nombre de travaux, à savoir [11]. Ces résultats sont utilisés pour synthétiser le gain de l'observateur pour le système linéaire à entrées inconnues.

Le système (I.35) aura un observateur avec une entrée inconnue si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

$$\text{Rang}(CR) = \text{Rang}(R_1) = m \quad (\text{I.38})$$

$$\forall w \in \mathbb{C}, \text{Re}(w) \geq 0, \text{Rang} \begin{pmatrix} wI_n & R \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + m \quad (\text{I.39})$$

On suppose l'observateur d'ordre plein :

$$\begin{cases} \dot{z} = Nz + Mu + Ly \\ \hat{x} = z - Ey \end{cases} \quad (\text{I.40})$$



Où  $z \in \mathbb{R}^n$  est une variable interne à l'observateur,  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  est l'estimation du vecteur d'état.  $N \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $M \in \mathbb{R}^{n \times u}$ ,  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $E \in \mathbb{R}^{n \times p}$  sont des matrices qui doivent être sélectionnées pour que l'erreur d'observation converge asymptotiquement à zéro.

La dynamique d'erreur d'observation  $e = x - \hat{x}$  s'écrit alors :

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (I + EC) \dot{x} - \dot{z} \quad (\text{I.41})$$

On remplace les expressions de  $\dot{x}$  et  $\dot{z}$  pour obtenir :

$$\dot{e} = (I + EC) (A x + B u + R s) - (N z - L y) \quad (\text{I.42})$$

Par construction, nous avons  $\hat{x} = z - E y$  qui peut également s'écrire  $z = \hat{x} + E y$

$$\dot{e} = (I + EC)(A x + B u + R s) - (N \hat{x} + M u + (L C + N E C)x) \quad (\text{I.43})$$

En posant :

$$P = I + EC \quad (\text{I.44})$$

On obtient :

$$\dot{e} = N e + (P B - M) u + P R s + (P A - N P - L C) x \quad (\text{I.45})$$

L'erreur d'estimation d'état convergera asymptotiquement vers zéro si et seulement si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{la matrice } N \text{ soit stable (matrice de Hurwitz)} \\ P R = (I - EC) R = 0 \\ M = P B = (I + EC) B \\ L C = P A - N P \end{array} \right. \quad (\text{I.46})$$

**Définition 1 :** (matrice de Hurwitz)

une matrice carrée  $A$  est appelée matrice de Hurwitz si toutes les valeurs propres de  $A$  ont une partie réelle strictement négative, c'est-à-dire :

$$\text{Re}[\lambda_i] < 0$$

La dynamique d'erreur d'observation s'écrit alors :

$$\dot{e} = N e \quad (\text{I.47})$$

Si l'état est connu à partir de la sortie du système (I.35) et du pseudo-inverse de la matrice d'influence de l'entrée inconnue sur l'état, l'entrée inconnue  $s$  peut être représentée par :

$$s = R + (\dot{x} - Ax - Bu) \quad (I.48)$$

**Définition 1 :** (pseudo-inverse)

Soit  $M$  une matrice à  $n$  lignes et  $p$  colonnes. On appelle pseudo-inverse de  $M$  toute matrice  $M^+$  à  $p$  lignes et  $n$  colonnes telle que :

$$MM^+M=M \text{ et } M^+MM^+ = M^+$$

En utilisant le résultat de l'observateur  $\hat{x}$  (I.40), l'estimation de l'entrée inconnue  $S$  peut être représentée par :

$$\hat{s} = R + (\dot{z} - E\dot{y} - A\hat{x} - Bu) \quad (I.49)$$

Enfin, l'état du système (I.35) et l'estimation de l'entrée inconnue sont donnés par le système suivant:

$$\text{OEI}_3 \begin{cases} \dot{z} = Nz + Mu + Ly \\ \hat{x} = z - Ey \\ \hat{s} = R + (\dot{z} - E\dot{y} - A\hat{x} - Bu) \end{cases} \quad (I.50)$$

## II.3.2. Observateur non linéaire à entrées inconnues

### **II.3.2.1. Observateur non linéaire à entrées inconnues qui affectent la sortie**

Le but ici est de concevoir un observateur à entrées inconnues, lorsqu'ils interfèrent avec l'expression de sortie de la classe des systèmes non linéaires. Ce problème a été résolu dans plusieurs travaux, à savoir [21], où le système non linéaire considéré consiste en une partie linéaire utilisée pour synthétiser le gain de l'observateur de la partie non linéaire qui satisfait certains concepts plus ou moins restrictifs.

Considérons une classe de systèmes MIMO non linéaires de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, s, u) \\ y = h(x, u) + W(u)s \end{cases} \quad (I.51)$$

$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ X \end{bmatrix} \in R^n$  est le vecteur d'état, tel que  $x_1 \in R^p, X \in R^{n-p}$ .

$u \in \mathring{U}$  est le vecteur d'entrée connu où  $\mathring{U}$  est l'ensemble des fonctions absolument continues à dérivées bornées de  $R^+$  dans  $\mathring{U}$  un compact de  $R^u$ .

$s \in R^m$  est le vecteur des entrées inconnues dont le nombre est égal ou inférieur au nombre de mesures ( $m \leq p$ ).

$y \in R^p$ , est le vecteur de sortie.

$f(x, s, u) = \begin{bmatrix} f^1(x, s, u) \\ f_X(x, s, u) \end{bmatrix} \in R^n$  où  $f^1(x, s, u) \in R^p$  et  $f_X(x, s, u) \in R^{n-p}$ .

$W(u) = \begin{bmatrix} W_1(u) \\ W_2(u) \end{bmatrix} \in R^{p \times m}$ ,  $W_1(u) \in R^{m_1 \times m}$  où  $m \leq m_1 \leq p$

est de rang plein colonne et  $W_2(u)$  est une matrice de dimension  $(p - m_1) \times m$ .

La partition de  $W(u)$  impose la partition de  $h(x, u)$  sous la forme :

$$h(x, u) = \begin{bmatrix} h_1(x, u) \\ h_2(x, u) \end{bmatrix} \text{ où } h_1(x, u) \in R^{m_1 \times m}, h_2(x, u) \in R^{(p-m_1) \times m}.$$

Le vecteur de mesures sera divisé en deux parties pour obtenir :

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x, u) \\ h_2(x, u) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_1(u) \\ W_2(u) \end{bmatrix} s \quad (\text{I.52})$$

Où  $y_1 \in R^{m_1}, y_2 \in R^{(p-m_1)}$ .

Nous considérons les deux cas selon que  $m_1 < p$  ou  $m_1 = p$ .

Pour gérer ces deux cas, il faudra réorganiser le système. Tant que nous supposons que la matrice  $W_1(u)$  a un rang de colonne complet, nous pouvons définir un pseudo-inverse, représenté par  $W_1^+(u)$ .

Dans ce cas, si l'état  $x$  est connu, l'entrée inconnue  $s$  peut être représentée à partir l'équation (I.52):

$$s = W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u)) \quad (\text{I.53})$$

L'objectif de cette manipulation est de reformuler une mesure dont l'expression ne dépend pas de l'entrée inconnue. Ainsi, la fonction d'observation peut être réarrangée et se limiter à l'expression de la sortie.

Le but de cette opération est de reconstruire une métrique dont la représentation ne dépend pas d'une entrée inconnue. Par conséquent, la fonction d'observation peut être réorganisée et limitée à l'expression de  $y_2$ :

$$y_2 = h_2(x, u) + W_2(u)W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u)) \quad (\text{I.54})$$

Enfin, le système (I.51) devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u)), u) \\ y_2 = h_2(x, u) + W_2(u)W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u)) \end{cases} \quad (\text{I.55})$$

### Synthèse d'observateur avec $m_1 < p$ : ONLEI<sub>1</sub>

Le problème initial de synthèse d'observateurs avec des entrées inconnues est réduit au problème de la synthèse d'observateurs standards pour des systèmes non linéaires sans entrées inconnues. Donc, l'entrée inconnue remplacée par (I.53) permet d'écrire le système sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y_1, u) \\ y_2 = f_0(x, y_1) \end{cases} \quad (\text{I.56})$$

$x$  est l'état et  $y_1$  et  $u$  sont les entrées connues du système,  $y_2$  est la sortie.

Avec :

$$f(x, y_1, u) = f(x, W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u)), u) \quad (\text{I.57})$$

$$f_0(x, y_1) = h_2(x, u) + W_2(u)W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u)) \quad (\text{I.58})$$

Une fois l'état  $x$  estimé, la valeur estimée de l'entrée inconnue peut être déduite de l'équation suivante :

$$\hat{s} = W_1^+(u)(y_1 - h_1(\hat{x}, u)) \quad (\text{I.59})$$

### La synthèse d'observateur avec $m_1 = p$ : ONLEI<sub>2</sub>

Dans ce cas, la matrice  $W_1(u)$  est identique à la matrice  $W(u)$ . Le système (I.51) devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, u) = f(x, W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u)), u) \\ y = h(x, u) + W(u)s \end{cases} \quad (\text{I.60})$$

Pour synthétiser l'observateur, nous devons adopter le concept de détectabilité du système. Il existe une matrice  $P(t)$ , symétrique définie positive telle que:

$$(i) \exists \alpha_1, \alpha_2 > 0; \forall t \geq 0 : \alpha_1 I_n \leq P(t) \leq \alpha_2 I_n \quad (\text{I.61})$$

$$(ii) \exists \alpha_3 > 0, \forall x \in R^n; \forall t \geq 0 :$$

$$\dot{P}(t) + P(t) \left( \frac{\partial f}{\partial x}(x, y, u) \right) + \left( \frac{\partial f}{\partial x}(x, y, u) \right)^T P(t) \leq -\alpha_3 I_n \quad (\text{I.62})$$

Ainsi, le système

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, y, u) \quad (\text{I.63})$$

est un observateur du système (I.60) .

Enfin, l'observateur d'état et l'estimateur de l'entrée inconnue du système (I.60) sont donnés par:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, W_1^+(u)(y - h(\hat{x}, u)), u) \\ \hat{s} = W_2^+(u)(y - h(\hat{x}, u)) \end{cases} \quad (\text{I.64})$$

#### II.3.2.2. Observateur pour les mesures indépendantes de l'entrée inconnue

Un système non linéaire du second ordre est considéré comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)u + \xi(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{I.65})$$

où  $x = [x_1, x_2]^T$ ,  $x_1$  and  $x_2$  représentent les états du système,  $y$  désigne la sortie,  $u \in R$  désigne l'entrée de commande,  $f(x)$  et  $g(x)$  représentent la fonction lisse en terme de  $x$ , et  $\xi(t)$  désigne l'entrée inconnue (une perturbation externe).

L'équation (I.65) peut-être réécrite en :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ f(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g(x) \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \xi(t) \leftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = F(x) + G_1 u + G_2 \xi(t) \\ y = H(x) \end{cases} \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{I.66})$$

où  $F(x) = [x_2, f(x)]^T$ ,  $G_1 = [0, g(x)]^T$ ,  $G_2 = [0, 1]^T$ , et  $H(x) = x_1$

### Synthèse d'observateur :

Supposons que l'entrée inconnue est considérée comme une perturbation harmonique d'amplitude inconnue mais que sa fréquence connue est générée par un système exogène comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = W\mathbf{r} \\ \xi = E\mathbf{r} \end{cases} \quad (\text{I.67})$$

Où  $\mathbf{r} \in R^m$ ,  $W$  est une matrice  $m \times m$ , et  $E$  est une matrice de lignes de dimension  $1 \times m$ . Cette matrice peut être obtenue à partir de nombreuses approches existantes telles que l'utilisation d'un observateur d'état étendu [22], l'estimation du champ de vent basée sur un positionnement global Système (GPS), vitesse anémométrique (IMU) et magnétomètre [23], ou basé sur l'aérodynamique des moteurs et des hélices [24].

Soit  $\hat{\mathbf{r}} \in R^m$  et  $\hat{\xi} \in R$  l'estimation de  $\mathbf{r}$  et  $\xi$  respectivement;  $\varepsilon = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m]^T$ ,  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m \in R^+$  sont des constantes à déterminer,  $L_F$  désigne une dérivation de Lie de la fonction  $f(x)$ , et  $r$  est un degré relatif de la perturbation en sortie.

En se référant maintenant aux travaux de Chen [25], l'observateur de l'entrée inconnue non linéaire du système est représenté dans l'équation (I.68) comme suit :

$$\begin{cases} \dot{z} = [W - l(x)G_2(x)E]z + Wp(x) - l(x)[G_2(x)Ep(x) + F(x)] \\ \hat{\mathbf{r}} = z + p(x) \\ \hat{\xi} = E\hat{\mathbf{r}} \end{cases} \quad (\text{I.68})$$

Où  $z \in R^m$  est l'état externe de l'observateur de l'entrée inconnue. La fonction non linéaire  $p(x) \in R^m$  et le gain d'observateur  $l(x)$  sont conçus comme suit:

$$p(x) = \varepsilon L_F^{r-1} H(x) \quad (\text{I.69})$$

$$l(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial L_F^{r-1} H(x)}{\partial x} \quad (\text{I.70})$$

Selon le système non linéaire du deuxième ordre dans l'équation (I.65), nous pouvons obtenir  $m = 2$ . Par conséquent, la fonction  $p(x)$  peut être obtenue à partir des équations (I.66) et (I.96) comme suit:

$$\begin{aligned} p(x) &= \varepsilon L_F H(x) = \varepsilon \frac{\partial H(x)}{\partial x} F(x) \\ &= \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial(H(x))}{\partial x_1} & \frac{\partial(H(x))}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ f(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ f(x) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \varepsilon_1 x_2 \\ \varepsilon_2 x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I.71})$$

Les équations (I.70) et (I.71) peuvent être calculées comme suit:

$$l(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\varepsilon_1 x_2)}{\partial x_1} & \frac{\partial(\varepsilon_1 x_2)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial(\varepsilon_2 x_2)}{\partial x_1} & \frac{\partial(\varepsilon_2 x_2)}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_1 \\ 0 & \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.72})$$

La structure générale de l'observateur de perturbation non linéaire est construite comme le montre la figure I.11:

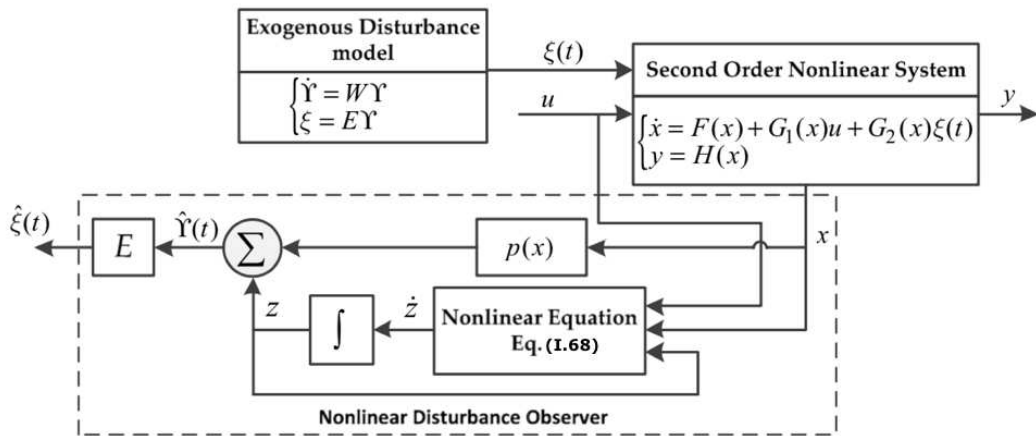


Figure I. 11: Structure générale du NDO pour les perturbations harmoniques [26].

## CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons essayé de réaliser une étude bibliographique générale sur les drones et les différentes techniques de conception d'observateurs pour les systèmes dynamiques, en rappelant quelques définitions sur la notion d'observabilité, et également la synthèse des observateurs à entrées inconnus dans le cas des systèmes linéaires, et non-linéaires. Dans le chapitre suivant, nous allons présenter une modélisation mathématique d'un système de quadrirotor pour appliquer par la suite le type d'observateur sélectionné.



# **CHAPITRE II : MODELISATION DU DRONE QUDRIROTOR**



## INTRODUCTION

Le quadrirotor est un engin volant qui change son altitude et son attitude grâce à quatre hélices rotatives [18]. Les rotors du quadrirotor font face vers le haut et sont placés sous une forme carrée, dont chacun à une distance égale au centre de gravité du quadrirotor. Ce chapitre présente un modèle mathématique du quadrirotor adapté au type d'observateur choisi.

Le modèle mathématique a pour but de décrire le comportement du quadrirotor par rapport à la valeur de la perturbation externe (entrée inconnue) pour la conception du contrôleur et l'estimation de ces perturbations [19]. Cela permet de simuler le mouvement du quadrirotor dans diverses conditions.

## I. MODELISATION DU QUADRIROTOR

### I.1. Modèle dynamique

La configuration de quadrirotor et les deux repères utilisés pour l'étude de mouvement de l'UAV sont illustrés sur la figure II. 1.

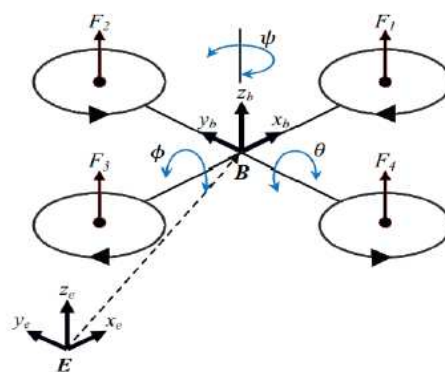


Figure II. 1: Repérage du quadrirotor.

- E est un repère inertiel orthonormé lié à la terre, ayant un point de référence O appelé l'origine. E est associé à la base  $\{X_e, Y_e, Z_e\}$ ,  $\{X_e\}$  pointe vers le Nord,  $\{Y_e\}$  pointe vers l'Est et  $\{Z_e\}$  pointe vers le centre de la terre.

- B est un repère mobile dont l'origine G est lié au centre de gravité du quadrirotor. Défini par la base  $\{X_b, Y_b, Z_b\}$  ou par convention  $\{X_b\}$  est l'axe de roulis,  $\{Y_b\}$  est l'axe de tangage et  $\{Z_b\}$  l'axe de lacet du quadrirotor.

## I.2. La matrice de rotation :

La matrice de rotation R donne l'orientation du référentiel mobile B par rapport au référentiel inertiel E. Elle est également appelée matrice de passage ou encore matrice d'attitude. Par conséquent, la matrice de passage R du repère engin B au repère inertiel E est paramétrée par les angles d'Euler qui décrit les trois rotations d'angles  $\phi$  autour de X (roulis),  $\theta$  autour de Y (tangage) et  $\psi$  autour de Z (lacet) [9]:

La rotation d'angle  $\phi$  autour de X :

$$R(x, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

La rotation d'angle  $\theta$  autour de Y :

$$R(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

La rotation d'angle  $\psi$  autour de Z :

$$R(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

Avec:

$$R = R_z(\psi) \times R_y(\theta) \times R_x(\phi) \quad (\text{II.4})$$

On trouve :

$$R(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Où :

$$\begin{cases} R_{11} = \cos(\psi) \cdot \cos(\theta) \\ R_{12} = \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\varphi) - \sin(\psi) \cdot \cos(\varphi) \\ R_{13} = \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\varphi) + \sin(\psi) \cdot \cos(\varphi) \\ R_{21} = \sin(\psi) \cdot \cos(\theta) \\ R_{22} = \sin(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\varphi) + \cos(\psi) \cdot \cos(\varphi) \\ R_{23} = \sin(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\varphi) - \cos(\psi) \cdot \sin(\varphi) \\ R_{31} = -\sin(\theta) \\ R_{32} = \cos(\theta) \cdot \sin(\varphi) \\ R_{33} = \sin(\theta) \cdot \cos(\varphi) \end{cases}$$

## II. DEVELOPPEMENT DU MODELE DYNAMIQUE DU QUADRIROTOR SELON NEWTON-EULER

Nous choisissons de développer le modèle dynamique du quadrirotor avec la méthode de Newton-Euler [21], les équations de la dynamique s'écrivent sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \ddot{\xi} = \vartheta \\ m\ddot{\xi} = F_f + F_g \\ J_r \dot{\Omega} = -\Omega \times J_r \Omega - \tau_{gh} - \tau \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

Avec :

$\xi$  : le vecteur de position du quadrirotor

$m$  : la masse totale du quadrirotor

$\Omega$  : la vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\varphi) & \cos(\theta) \cdot \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (\text{II.7})$$

$J_r$ : est l'inertie des rotors

$$J_r = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Avec :

$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$ : les moments d'inertie.

$F_f$ : regroupe les forces de poussée générées par les quatre rotors:

$$F_f = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + s\varphi s\psi \\ \cos(\varphi) \cdot \sin(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\psi) \\ \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \end{pmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i \quad (\text{II.9})$$

Avec  $F_i = k_p w_i^2$  avec  $k_p$  est le coefficient de portance

$F_g$  regroupe les forces liées à la gravité:

$$F_g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \quad (\text{II.10})$$

$\tau$  : représente le vecteur résultant des moments appliqués sur la structure du quadrotor :

$$\tau = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ k_p(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

Avec « l » est la longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadrotor.

$\tau_{gh}$ : le moment gyroscopique des hélices est décrit par la relation suivante :

$$\tau_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \cdot \omega_i]^T \quad (\text{II.12})$$

Avec:  $\Omega$  la vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe et  $J_r$  est l'inertie des rotors.

## II.1. Équations de mouvements de rotation du quadrotor

On a:

$$J_r \dot{\Omega} = -\Omega \times J_r \Omega - \tau_{gh} + \tau \quad (\text{II.13})$$

On remplace chaque paramètre par sa formule, nous obtenons:

$$\begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

$$= - \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \right) - \begin{pmatrix} J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} \\ -J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ k_d(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2) \end{pmatrix}$$

Avec:  $\bar{\Omega}_r = w_1 - w_2 + w_3 - w_4$

Nous obtenons les équations des mouvements de rotation suivante :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_{xx}} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} + \frac{k_p l (w_4^2 - w_2^2)}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} + \frac{k_p l (w_3^2 - w_1^2)}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{k_d (w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2)}{I_{zz}} \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

Où

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_{xx}} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} + \frac{l}{I_{xx}} U_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} + \frac{l}{I_{yy}} U_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{1}{I_{zz}} U_4 \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

## II.2. Équations de mouvements de translation du quadrirotor

On a:

$$m \ddot{\xi} = F_f + F_g \quad (\text{II.17})$$

À partir des expressions (II.13), (II.9), et (II.10), nous obtenons les équations des mouvements de translation suivantes:

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\varphi) \cdot \sin(\psi) \\ \cos(\varphi) \cdot \sin(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\psi) \\ \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \end{pmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} \quad (\text{II.18})$$

Donc les équations des mouvements de translation deviennent :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{\cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\varphi) \cdot \sin(\psi)}{m} k_p (w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2) \\ \ddot{y} = \frac{\cos(\varphi) \cdot \sin(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\psi)}{m} k_p (w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2) \\ \ddot{z} = \frac{\cos(\varphi) \cdot \cos(\theta)}{m} k_p (w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2) - g \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Où:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{\cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\varphi) \cdot \sin(\psi)}{m} U_1 \\ \ddot{y} = \frac{\cos(\varphi) \cdot \sin(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\psi)}{m} U_1 \\ \ddot{z} = \frac{\cos(\varphi) \cdot \cos(\theta)}{m} U_1 - g \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Le modèle dynamique se réécrit alors :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{\cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\varphi) \cdot \sin(\psi)}{m} U_1 \\ \ddot{y} = \frac{\cos(\varphi) \cdot \sin(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\psi)}{m} U_1 \\ \ddot{z} = \frac{\cos(\varphi) \cdot \cos(\theta)}{m} U_1 - g \\ \ddot{\varphi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_{xx}} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} + \frac{l}{I_{xx}} U_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\varphi} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}} \bar{\Omega}_r \dot{\varphi} + \frac{l}{I_{yy}} U_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\varphi} \dot{\theta} + \frac{1}{I_{zz}} U_4 \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

Où,  $U_1, U_2, U_3$  et  $U_4$  sont les entrées de commande du système et le vecteur des entrées de commande est exprimé alors en fonction des vitesses de rotation comme suit :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_p & k_p & k_p & k_p \\ 0 & k_p & 0 & -k_p \\ k_p & 0 & -k_p & 0 \\ -k_d & k_d & -k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1^2 \\ w_2^2 \\ w_3^2 \\ w_4^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.22})$$



### III. LA REPRESENTATION D'ETAT DU SYSTEME

Le modèle présenté dans la section précédente peut être réécrit en forme d'espace d'état  $\dot{X} = f(X, U, \xi)$  [21] :

où  $U = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4]^T$  est l'entrée de commande, les perturbations  $\xi = [\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3 \ \xi_4]^T$ , et le vecteur d'état  $X$  est choisi comme :

$$X = [x \ \dot{x} \ y \ \dot{y} \ z \ \dot{z} \ \varphi \ \dot{\varphi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi}]^T \\ = [x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 \ x_6 x_7 x_8 x_9 x_{10} x_{11} x_{12}]^T$$

$$f(X, U, \xi) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{U_1}{m} (\cos(x_7) \cdot \cos(x_{11}) \cdot \sin(x_9) + \sin(x_7) \cdot \sin(x_{11})) \\ x_4 \\ \frac{U_1}{m} (\cos(x_7) \cdot \sin(x_{11}) \cdot \sin(x_9) + \sin(x_7) \cdot \cos(x_{11})) \\ x_6 \\ \frac{U_1}{m} \cos(x_7) \cdot \cos(x_9) - g + \xi_1 \\ x_8 \\ a_1 x_{10} x_{12} - a_2 \bar{\Omega}_r x_{10} + b_1 U_2 + \xi_2 \\ x_{10} \\ a_3 x_8 x_{12} + a_4 \bar{\Omega}_r x_8 + b_2 U_3 + \xi_3 \\ x_{12} \\ a_5 x_8 x_{10} + b_3 U_4 + \xi_4 \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

Où  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  et  $\xi_4$  représentent les perturbations (entrées inconnues) incompatibles en axe d'altitude et roulis, tangage, lacet du quadrirotor.  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_1, b_2$  et  $b_3$  sont des constantes données comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \\ a_2 = \frac{J_r}{I_{xx}} \\ a_3 = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \\ a_4 = \frac{J_r}{I_{yy}} \\ a_5 = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \\ b_1 = \frac{l}{I_{xx}} \\ b_2 = \frac{l}{I_{yy}} \\ b_3 = \frac{1}{I_{zz}} \end{array} \right. \quad (\text{II.24})$$

## CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté un modèle mathématique du quadrirotor permettant de décrire avec une précision satisfaisante le comportement du système. Puis nous l'avons écrit en forme d'espace d'état, ce qui facilite la mise en œuvre de notre contrôleur de vol avec l'observateur des perturbations dans le prochain chapitre.

## **CHAPITRE III : APPLICATION DE LA COMMANDE/OBSERVATEUR SUR LE MODELE DE L'UAV**

## INTRODUCTION

De nombreuses recherches ont été appliquées avec succès pour faire face aux perturbations externes comme le contrôleur optimal Backstepping basé sur l'observateur de perturbations pour un hélicoptère Quadrotor [28].

Ce chapitre est consacré à l'application de l'observateur non linéaire des perturbations externes mentionnées dans le premier chapitre et savoir quel est son rôle dans la commande autonome des drones. Contrôleur optimal Backstepping basé sur l'observateur de perturbations pour un hélicoptère Quadrotor

Il présente en premier un algorithme de base pour la synthèse des commandes du système perturbé. Ensuite, une conception de contrôleur robuste par backstepping basée sur l'observateur de perturbation non linéaire. Au final, des simulations ont été réalisées afin de vérifier les performances d'estimation des perturbations et de la méthode du contrôleur proposée pour éliminer strictement les effets indésirables des entrées inconnues agissant sur le corps quadrirotor pendant le vol pour l'attitude et l'altitude.

## I. SYNTHÈSE DE LOI DE COMMANDE

### I.1. Algorithme de base

Un algorithme robuste de contrôle par backstepping est présenté dans cette section. Comme de nombreuses techniques de commande non linéaires sont basées sur la théorie de la stabilité de Lyapunov. Le contrôleur est conçu par la sélection d'une fonction de Lyapunov définie positive dont la dérivée est rendue définie négative par la loi de contrôle.

Le système non linéaire de quadrirotor peut être exprimé sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} \\ \dot{x}_{i+1} = f_i(x) + g_i(x)u_i + \xi \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

L'ordre des étapes de la commande par backstepping est conçu comme suit [27]:

### Etape 1 :

La première variable d'erreur est définie comme :

$$e_1 = x_d - x \quad (\text{III.2})$$

En différenciant l'équation (III.2), on obtient :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_d - \dot{x} \quad (\text{III.3})$$

La première fonction de Lyapunov est sélectionnée comme:

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{III.4})$$

La dérivée de  $V_1$  est:

$$\dot{V}_1(e_1) = e_1 \dot{e}_1 = e_1(\dot{x}_d - \dot{x}) \quad (\text{III.5})$$

$\dot{x}$  peut être considéré comme une commande virtuelle. La valeur attendue de la commande virtuelle (appelée fonction de stabilité) peut être définie comme suit :

$$\alpha = \dot{x}_d + k_1 e_1 \quad (\text{III.6})$$

Où  $k_1$  est une constante positive

En remplaçant la commande virtuelle par sa valeur souhaitée, l'équation (III.5) devient alors:

$$\dot{V}_1(e_1) = -k_1 e_1^2 \leq 0 \quad (\text{III.7})$$

### Etape 2 :

L'écart de la commande virtuelle par rapport à sa valeur définie peut être défini comme suit:

$$e_2 = \dot{x} - \alpha = \dot{x} - \dot{x}_d - k_1 e_1 \quad (\text{III.8})$$

La dérivée de  $e_2$  est exprimée comme suit :

$$\dot{e}_2 = \ddot{x} - \dot{\alpha} = f(x) + g(x)u - k_1 \dot{e}_1 - \ddot{x}_d \quad (\text{III.9})$$

La deuxième fonction Lyapunov est choisie comme suit :

$$V_2(e_1, e_2) = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 \quad (\text{III.10})$$

Une dérivée de (III.10), donne:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) &= e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 = e_1(\dot{x}_d - \dot{x}) + e_2(\ddot{x} - \dot{\alpha}) \\ &= e_1(-e_2 - k_1e_1) + e_2(-k_1\dot{e}_1 - \ddot{x}_d + f(x) + g(x)u) \quad (\text{III.11}) \\ &= -k_1e_1^2 + e_2(-e_1 - k_1\dot{e}_1 - \ddot{x}_d + f(x) + g(x)u) \end{aligned}$$

### Etape 3 :

Pour satisfaire  $\dot{V}_2(e_1, e_2) \leq 0$ , l'entrée de commande  $u$  est sélectionné comme suit:

$$u = \frac{1}{g(x)}(e_1 + k_1\dot{e}_1 + \ddot{x}_d - f(x) - k_2e_2) \quad (\text{III.12})$$

Où  $k_2$  est une constante positive. Et le terme  $k_2e_2$  est ajouté pour stabiliser l'erreur de suivie  $e_1$ .

En remplaçant (III.12) dans (III.11), l'équation suivante peut être obtenue:

$$\dot{V}_2(e_1, e_2) = -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 = -E^TKE \leq 0 \quad (\text{III.13})$$

Où  $E = [e_1 e_2]^T$  et  $K = \text{diag}(k_1, k_2)$ .

Donc  $\dot{V}_2(e_1, e_2) \leq 0$ ,  $\dot{V}_2(e_1, e_2)$  est semi-définie négative.

Par conséquent, la loi de commande de (III.12) stabilisera asymptotiquement le système.

## II. CONCEPTION DE CONTROLEUR ROBUSTE PAR BACKSTEPPING BASEE SUR L'OBSERVATEUR DE PERTURBATION NON LINEAIRE

Une procédure générale pour concevoir un contrôleur robuste par backstepping, basé sur un observateur non linéaire des perturbations est présentée par les étapes suivantes.

**Étape1** : Un observateur de perturbation adaptative est appliqué pour estimer la perturbation externe  $\hat{\xi}$ .

**Étape2** : L'observateur de perturbations est intégré à une commande robuste par backstepping en remplaçant la perturbation externe  $\xi$  par son estimation  $\hat{\xi}$ .

### Sous-système d'altitude Z :

$$\begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = F_z(x) + g_z(x)u_1 + \xi_z \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Où :

$$F_z(x) = -g \quad (\text{III.15})$$

$$g_z(x) = \frac{\cos(\varphi) \cdot \cos(\theta)}{m} \quad (\text{III.16})$$

$$F_z(x) = [x_6, f_z(x)]^T, G_1^z(x) = [0, g_z(x)]^T, G_2^z(x) = [0, 1]^T \text{ et } H_z(x) = x_5$$

Un NDO pour estimer la perturbation **exogène** dans le sous-système de l'altitude est obtenu par l'équation (I.68), comme suit :

$$\begin{cases} \dot{z}_z = [W_z - l_z(x)G_2^z(x)E_z]z_z + W_z p_z(x) - l_z(x)[G_2^z(x)E_z p_z(x) + F_z(x) + G_1^z(x)u_1] \\ \hat{r}_z = z_z + p_z(x), \\ \hat{\xi}_z = E_z \hat{r}_z \end{cases}$$

Les fonctions  $p_z(x)$  et  $l_z(x)$  sont calculées à partir des équations (I.71) et (I.72):

$$l_z(x) = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_1^z \\ 0 & \varepsilon_2^z \end{bmatrix}, \quad p_z(x) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^z x_6 \\ \varepsilon_2^z x_6 \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

Et  $u_1$  est le contrôleur par backstepping du sous-système de l'altitude obtenu par l'algorithme de base, comme suit:

$$u_1 = \frac{m}{c\varphi c\theta} (e_5 + k_5 \dot{e}_5 + \ddot{z}_d + g - \hat{\xi}_z - k_6 e_6) \quad (\text{III.18})$$

### Sous-système de roulis :

$$\begin{cases} \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = f_\varphi(x) + g_\varphi(x)u_2 + \xi_\varphi \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Où :

$$f_\varphi(x) = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \psi - \frac{J_r}{I_{xx}} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} \quad (\text{III.20})$$

$$g_\varphi(x) = \frac{l}{I_{xx}} \quad (\text{III.21})$$

Et :

$$F_\varphi(x) = [x_8, f_\varphi(x)]^T, G_1^\varphi(x) = [0, g_\varphi(x)]^T, G_2^\varphi(x) = [0, 1]^T, H_\varphi(x) = x_7$$

Un NDO pour estimer la perturbation exogène dans le sous-système de roulis est obtenu par l'équation (I.68), comme suit :

$$\begin{cases} \dot{z}_\varphi = [W_\varphi - l_\varphi(x)G_2^\varphi(x)E_\varphi]z_\varphi + W_\varphi p_\varphi(x) - l_\varphi(x)[G_2^\varphi(x)E_\varphi p_\varphi(x) + F_\varphi(x) + G_1^\varphi(x)u_2] \\ \widehat{r}_\varphi = z_\varphi + p_\varphi(x), \\ \widehat{\xi}_\varphi = E_\varphi \widehat{r}_\varphi \end{cases}$$

Les fonctions  $p_\varphi(x)$  et  $l_\varphi(x)$  sont calculées à partir des équations (I.71) et (I.72):

$$l_\varphi(x) = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_1^\varphi \\ 0 & \varepsilon_2^\varphi \end{bmatrix}, \quad p_\varphi(x) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^\varphi x_8 \\ \varepsilon_2^\varphi x_8 \end{bmatrix} \quad (\text{III.22})$$

Et  $u_2$  est le contrôleur par backstepping du sous-système de roulis obtenu par l'algorithme de base, comme suit:

$$u_2 = \frac{l_{xx}}{l} \left( e_7 + k_7 \dot{e}_7 + \ddot{\varphi}_d - \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\theta} \psi - \frac{J_r}{I_{xx}} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} - \widehat{\xi}_\varphi - k_8 e_8 \right) \quad (\text{III.23})$$

### Sous-système de tangage :

$$\begin{cases} \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = f_\theta(x) + g_\theta(x)u_3 + \xi_\theta \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

Où :

$$f_\theta(x) = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\varphi} \psi + \frac{J_r}{I_{yy}} \bar{\Omega}_r \dot{\varphi} \quad (\text{III.25})$$

$$g_\theta(x) = \frac{l}{I_{yy}} \quad (\text{III.26})$$



$$F_\theta(x) = [x_{10}, f_\theta(x)]^T, G_1^\theta(x) = [0, g_\theta(x)]^T, G_2^\theta(x) = [0, 1]^T, H_\theta(x) = x_9$$

Un NDO pour estimer la perturbation exogène dans le sous-système de tangage est obtenu par l'équation (I.68) comme suit :

$$\begin{cases} \dot{z}_\theta = [W_\theta - l_\theta(x)G_2^\theta(x)E_\theta]z_\theta + W_\theta p_\theta(x) - l_\theta(x)[G_2^\theta(x)E_\theta p_\theta(x) + F_\theta(x) + G_1^\theta(x)u_3] \\ \hat{r}_\theta = z_\theta + p_\theta(x), \\ \hat{\xi}_\theta = E_\theta \hat{r}_\theta \end{cases}$$

Les fonctions  $p_\theta(x)$  et  $l_\theta(x)$  sont calculées à partir des équations (I.71) et (I.72):

$$l_\theta(x) = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_1^\theta \\ 0 & \varepsilon_2^\theta \end{bmatrix}, \quad p_\theta(x) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^\theta x_{10} \\ \varepsilon_2^\theta x_{10} \end{bmatrix} \quad (\text{III.27})$$

Et  $u_3$  est le contrôleur par backstepping du sous-système de tangage obtenu par l'algorithme de base comme suit :

$$u_3 = \frac{l}{I_{yy}} (e_9 + k_9 \dot{e}_9 + \ddot{\theta}_d - \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_{yy}} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} - \hat{\xi}_\theta - k_{10} e_{10}) \quad (\text{III.28})$$

### Sous-système de lacet :

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = f_6(x) + g_6(x)u_4 + \xi_\psi \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

Où :

$$f_\psi(x) = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} \quad (\text{III.30})$$

$$g_\psi(x) = \frac{l}{I_{zz}} \quad (\text{III.31})$$

$$F_\psi(x) = [x_{12}, f_\psi(x)]^T, G_1^\psi(x) = [0, g_\psi(x)]^T, G_2^\psi(x) = [0, 1]^T, H_\psi(x) = x_{11}$$

Un NDO pour estimer la perturbation exogène dans le sous-système de lacet est obtenu par l'équation (I.68) comme suit:

$$\begin{cases} \dot{z}_\psi = [W_\psi - l_\psi(x)G_2^\psi(x)E_\psi]z_\psi + W_\psi p_\psi(x) - l_\psi(x)[G_2^\psi(x)E_\psi p_\psi(x) + F_\psi(x) + G_1^\psi(x)u_4] \\ \hat{r}_\psi = z_\psi + p_\psi(x), \\ \hat{\xi}_\psi = E_\psi \hat{r}_\psi \end{cases}$$

Les fonctions  $p_\varphi(x)$  et  $l_\psi(x)$  sont calculées à partir des équations (I.71) et (I.72):

$$l_\psi(x) = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_1^\psi \\ 0 & \varepsilon_2^\psi \end{bmatrix}, \quad p_\varphi(x) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^\psi & x_{12} \\ \varepsilon_2^\psi & x_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{III.32})$$

Et  $u_4$  est le contrôleur par backstepping du sous-système de lacet obtenu par l'algorithme de base comme suit :

$$u_4 = \frac{l}{I_{zz}} \left( e_{11} + k_{11} \dot{e}_{11} + \ddot{\psi}_d - \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \dot{\varphi} \dot{\theta} - \widehat{\xi}_\psi - k_{12} e_{12} \right) \quad (\text{III.33})$$

## II. VALIDATION PAR SIMULATION

Afin de vérifier l'efficacité et l'efficacité de la loi de commande basée sur l'observateur non linéaire des perturbations, une application effectuée sur le modèle du quadricoptère en utilisant MATLAB/SIMULINK. La figure III.1 représente la structure globale de l'architecture de la commande RBC-NDO.

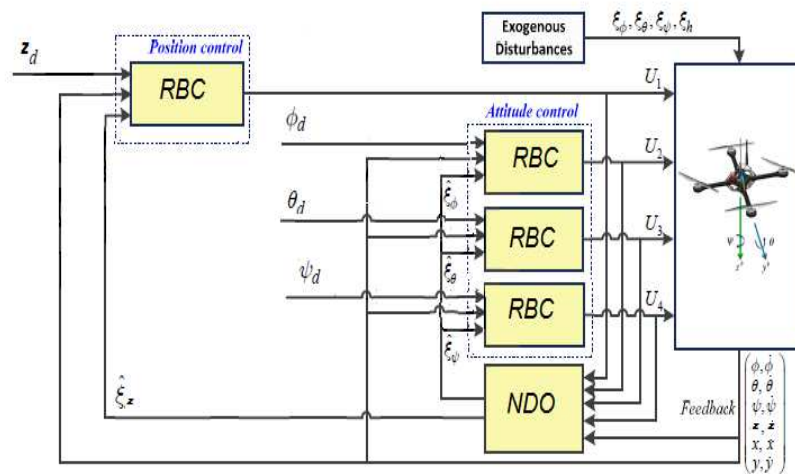


Figure III.1 : structure générale de la commande RBC-NDO.

### III.1. Hypothèses de simulation

Le quadricoptère est soumis à quatre commandes  $u_1, u_2, u_3, u_4$  qui le ramène à une position donnée. Par exemple, nous avons pris  $(\varphi_d, \theta_d, Z_d, \psi_d) = (5, 5, 5, 1)$  avec les conditions initiales  $(\varphi_0, \theta_0, Z_0, \psi_0) = (0, 0, 0, 0)$ . Cependant, une perturbation harmonique à fréquence connue mais

amplitude inconnue est appliquée sur notre à modèle [26]. Par conséquent, dans l'étude de simulation, l'amplitude de la perturbation est variable tout en maintenant la fréquence constante.

$$\begin{cases} \xi_\varphi = \xi_\theta = (3t + 5) \sin(2t + 10) \\ \xi_\psi = (2t) \sin(t + 5) \\ \xi_z = (3t + 5) \sin(t + 10) \end{cases}$$

Ces résultats ont été obtenus en utilisant les paramètres du Tableau III.1 et Tableau III.2:

Paramètres	Valeurs
$I_{xx}$	7.5e-3 kg m <sup>2</sup>
$I_{yy}$	7.5e-3 kg m <sup>2</sup>
$I_{zz}$	1.3e-2 kg m <sup>2</sup>
$Jr$	6e-5 kg m <sup>2</sup>
$g$	9.81 m/s <sup>2</sup>
$l$	0.23 m
$m$	0.65 KG
$Wr$	1

Tableau III. 1: Les paramètres du quadrirotor [27]

	Roulis	Tangage	Lacet	Altitude
$K_1$	15.54	15.50	15.50	25.6263
$K_2$	15.49	15.75	15.75	25.5392
$\epsilon_1$	12	12	20	20
$\epsilon_2$	2	2	2	2

Tableau III. 2: Les paramètres du contrôleur robuste basé sur NOD

### III.2. Résultat de simulation

Les performances de l'observateur non linéaires pour l'estimation des perturbations appliquées sur la dynamique du roulis, du tangage, du lacet et d'altitude sont représentées sur la figure III.2 :

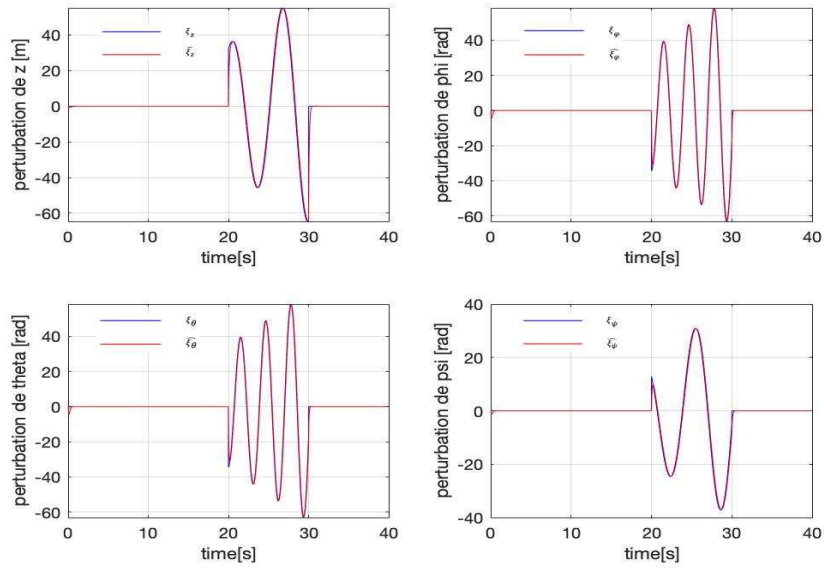


Figure III.2 : Les perturbations externes.

Il est facile de voir que les valeurs d'estimation des perturbations  $\widehat{\xi}_{\psi}$ ,  $\widehat{\xi}_{\psi}$ ,  $\widehat{\xi}_{\psi}$  et  $\widehat{\xi}_{\psi}$  suivent asymptotiquement les perturbations harmoniques simulées.

Pour montrer les performances de suivi de l'approche proposés RBC-NDO par rapport à la commande Backstepping classique(BC), nous avons réalisé la simulation numérique de cette dernière avec les mêmes conditions de vol. La comparaison des résultats de simulation est illustrée sur la figure III.3.

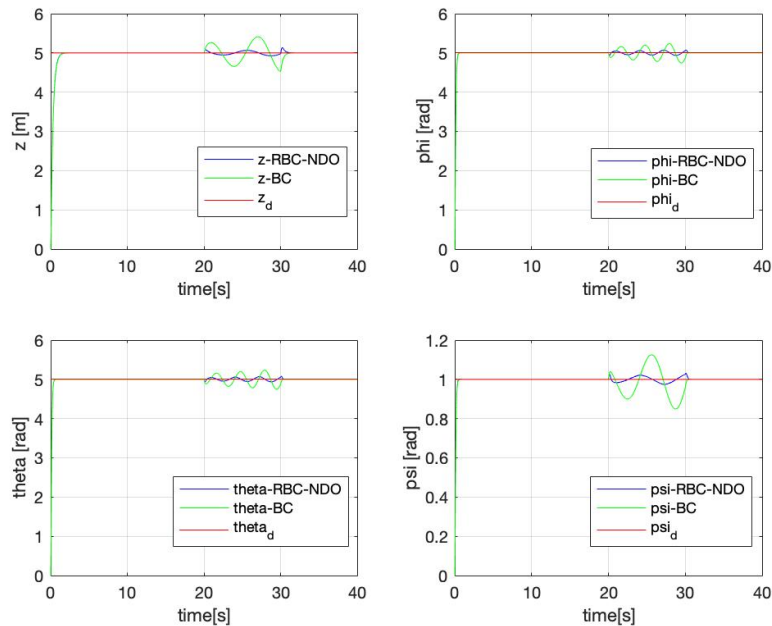


Figure III.3 : Comparaison des réponses des sous-systèmes d'attitude et d'altitude avec et sans estimation des perturbation..

à partir des résultats de la simulation, on peut voir que après avoir perturbé le mouvement du quadrirotor, la commande backstepping produira une grande erreur statique. Cependant, l'approche proposée RBC-NDO possède une performance excellente dans la disparition des perturbations exogènes.

Nous remarquons aussi que l'erreur de poursuite est faible comme le montre la figure III.4:

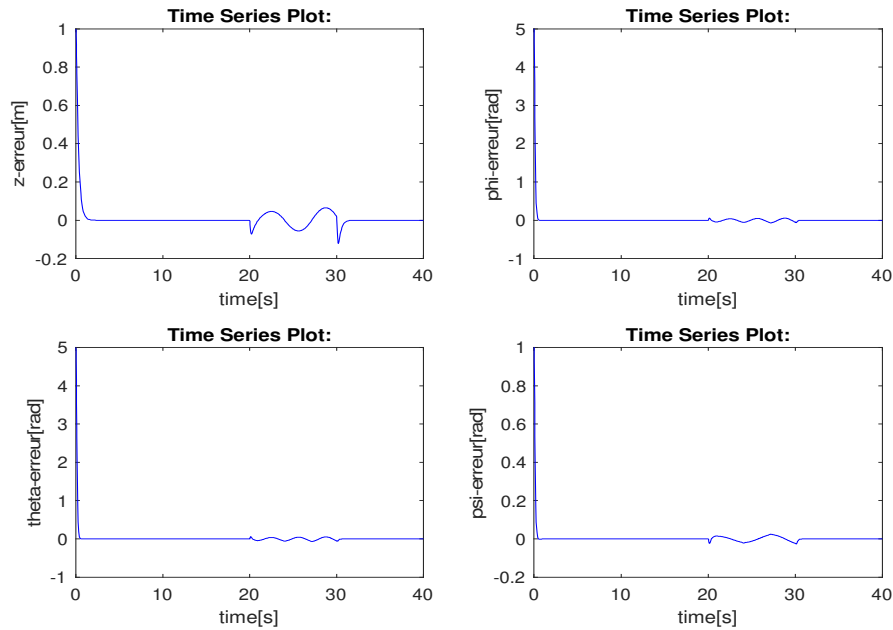


Figure III.4 : Les erreurs.

La figure III.5 ci-dessous représente les signaux de commande d'attitude ( $U_2$ ,  $U_3$  et  $U_4$ ) et d'altitude ( $U_1$ ) appliqués sur le quadrirotor. Une fois les perturbations impactées sur la dynamique du véhicule, le contrôleur RBC-NDO proposé compense immédiatement l'influence de ces perturbations :

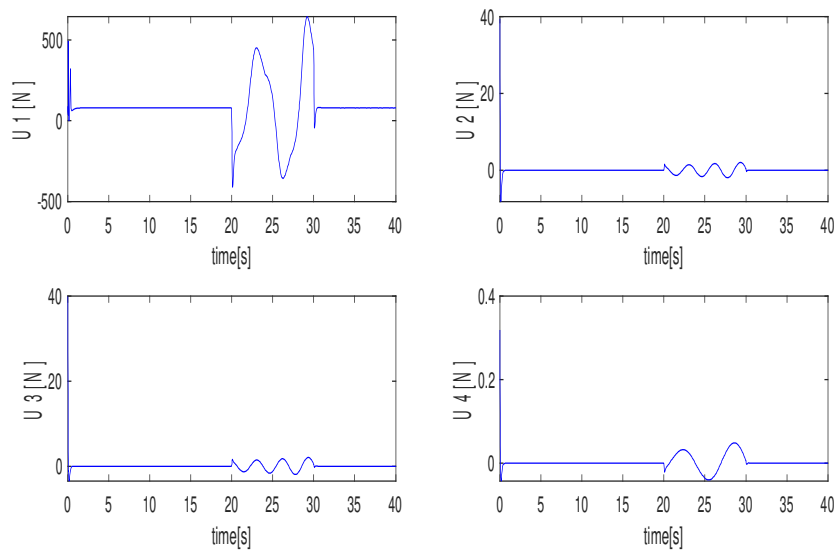


Figure III.5 : Les signaux de commande.

## CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté un contrôleur robuste par backstepping basée sur l'observateur non linéaire de perturbation. Les résultats de simulation effectués sur un modèle du quadrirotor montrent que cette approche peut assurer le rejet des effets indésirables des perturbations et améliorer ainsi la robustesse et l'efficacité du contrôle d'altitude et d'attitude.

Afin d'obtenir les meilleurs résultats concernant la stabilisation de la commande du véhicule autonome volant, il est fortement recommandé de concevoir un observateur tel que l'observateur non linéaire de perturbation, lors des missions de vol autonome.

# **CONCLUSION GENERALE**

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés dans un premier temps, à l'étude des véhicules autonomes volants UAV de point de vue de l'observation. Dans un second temps, nous avons abordé le problème de l'estimation de la perturbation agissant sur un système en utilisant des algorithmes d'estimation que nous avons appliqué par la suite pour la conception des lois de commande avancées.

Pour gérer un UAV dans des conditions aérologiques perturbées, il est fortement recommandé de concevoir des algorithmes d'estimation tels que l'observateur non linéaires de perturbations pour éliminer strictement les effets indésirables des entrées inconnues sur le modèle du quadrirotor. Tout d'abord, nous avons commencé par un état de l'art sur les quadrirotors, ainsi les différentes approches de reconstitution de l'état dynamique et les entrées inconnues. Ensuite, nous avons décrit un modèle mathématique adapté à l'observateur choisi, en se basant sur les lois fondamentales de la mécanique, et en appliquant les principes de Newton-Euler.

À partir de ce modèle mathématique, la perturbation exogène est estimée par un observateur non linéaire de perturbations. Ensuite, nous avons proposé une procédure de conception d'une commande robuste par backstepping en intégrant les grandeurs estimées des perturbations. La performance de cette approche a été validée par la simulation numérique en utilisant l'outil Matlab/Simulink.

Ces résultats ont montré la robustesse et l'efficacité de la méthode proposée en termes de stabilité mais aussi en terme de performance de suivi de références pour le contrôle d'attitude et d'altitude des drones.



# **BIBLIOGRAPHIE**

- [1] Chekakta Zakaria et Zoubiri Abdellah "Conception, Modélisation et Commande d'un UAV de type Quadrirotor", École Nationale Polytechnique d'Oran Département de Génie Electrique Laboratoire LAAS, 2016.
- [2] Asencio, Michel. L'utilisation civile des drones: Problèmes techniques, opérationnels et juridiques. Securite globale, 2008, no 4, p. 109-118.
- [3] Allouache, Mohamed Amine. Commande par PID-flou d'un simulateur d'un hélicoptère. 2017. Thèse de doctorat. université de bouira
- [4] Dahoumane Dihya et Mokrani Wassim "Commande robuste d'un drone quadrirotor avec la technique de BACKSTEPPING et un correcteur PI Flou", Université de Blida-1-, 2016.
- [5] Achotte, Nicolas. Conception, optimisation et dimensionnement d'un micromoteur planaires à aimants permanent pour drones miniatures en vol stationnaire. 2005. Thèse de doctorat.
- [6] Rapport d'information n° 559 (2016-2017) de MM. Cédric PERRIN, Gilbert ROGER, Jean-Marie BOCKEL et Raymond VALL, fait au nom de la commission des affaires étrangères, de la défense et des forces armées, déposé le 23 mai 2017
- [7] Pascal Brisset , Drones civils, Ecole Nationale de l'Aviation Civile, Aout 2004
- [8] M. Mokhtari, "Observation et Commande de Drones Miniatures à voilures tournantes", Université Aboubekr Belkaid Tlemcen, Faculté de Technologie, 2015
- [9] Abdellaoui, Ghouthi, Megnafi, Hicham, et Bendimerad, Fethi Tarik. A novel model using Reo for IoT self-configuration systems. In : 020 1st International Conference on Communications, Control Systems and Signal Processing (CCSSP). IEEE, 2020. p. 1-5.
- [10] Megnafi, Hicham. Frequency Plan Optimization Based on Genetic Algorithms for Cellular Networks. Journal of Communications Software and Systems, 2020, vol. 16, no 3.
- [11] Antle, Rick et Demski, Joel S. The controllability principle in responsibility accounting. Accounting Review, 1988, p. 700-718.
- [12] Sallem, Fatma. Détection et isolation de défauts actionneurs basées sur un modèle de l'organe de commande. 2013. Thèse de doctorat. Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier.
- [13] Luenberger, David. An introduction to observers. IEEE Transactions on automatic control, 1971, vol. 16, no 6, p. 596-602.
- [14] Kalman, Rudolph Emil, et al. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. Journal of basic Engineering, 1960, vol. 82, no 1, p. 35-45.
- [15] Aubry, Didier. Contribution à la synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires. 1999. Thèse de doctorat. Université Henri Poincaré-Nancy 1.

- [16] Boutayeb, M. et Darouach, M. Observers design for linear time-varying systems. In : Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 00CH37187). IEEE, 2000. p. 3183-3187.
- [17] Hermann, Robert et Krener, Arthur. Nonlinear controllability and observability. IEEE Transactions on automatic control, 1977, vol. 22, no 5, p. 728-740.
- [18] Elamine, Mr Larbi Mohamed. Synthèse des Observateurs pour un Dorne Hélicoptère. Université des Sciences et de la Technologie D'Oran Mohamed Boudiaf, 2015, vol. 5.
- [19] Liu, Fenglong, Farza, Mondher, et M'saad, Mohammed. Observateur à grand gain pour des systèmes non linéaires avec couplage non complètement triangulaire.
- [20] Liu, Fenglong. Synthèses d'observateurs a entrées inconnues pour les systèmes non linéaires. 2007. Thèse de doctorat.
- [21] Perozzi, Gabriele, EFIMOV, Denis, BIANNIC, Jean-Marc, et al. On sliding mode control design for UAV using realistic aerodynamic coefficients. In : 2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC). IEEE, 2017. p. 5403-5408.
- [22] Wang, J.Y.; Luo, B.; Zeng, M.; Meng, Q.H. A wind estimation method with an unmanned rotorcraft for environmental monitoring tasks. Sensors 2018, 18, 4504.
- [23] Langelaan, Jack W., ALLEY, Nicholas, et NEIDHOEFER, James. Wind field estimation for small unmanned aerial vehicles. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, vol. 34, no 4, p. 1016-1030.
- [24] Song, Yao, Luo, Bing, et Meng, Qing-Hao. A rotor-aerodynamics-based wind estimation method using a quadrotor. Measurement Science and Technology, 2018, vol. 29, no 2, p. 025801.
- [25] Chen, Wen-Hua. Disturbance observer based control for nonlinear systems. IEEE/ASME transactions on mechatronics, 2004, vol. 9, no 4, p. 706-710.
- [26] Ha, Le Nhu Ngoc Thanh, Hong, Sung Kyung, et al. Robust Dynamic Sliding Mode Control-Based PID–Super Twisting Algorithm and Disturbance Observer for Second-Order Nonlinear Systems: Application to UAVs. Electronics, 2019, vol. 8, no 7, p. 760.
- [27] Basri, M. A. M., Husain, A. R., & Danapalasingam, K. A. (2015). Stabilization and trajectory tracking control for under actuated quadrotor helicopter subject to wind- gust disturbance. Sadhana, 40(5), 1531-1553.
- [28] Glida, H. E., Chelihi, A., Abdou, L., & Sentouh, C. (2020, May). Disturbance Observer-based Optimal Backstepping Controller for an Attitude Quadrotor Helicopter. In 020 1st International Conference on Communications, Control Systems and Signal Processing (CCSSP) (pp. 422-427). IEEE.

**Résumé :** Les effets des perturbations indésirables agissant sur les différents systèmes d'ingénierie conduisent généralement à une dégradation des performances du contrôle et peuvent même provoquer l'instabilité du système de contrôle. Parmi ces systèmes nous avons les véhicules aériens sans pilote à bord, UAV «Unmanned Aerial Vehicle», qui sont des véhicules complexes et difficiles à contrôler. L'étude de ces engins a attiré l'attention des chercheurs depuis plusieurs années.

L'objectif du projet est d'étudier les véhicules autonomes volants UAV de point de vue de l'observation, en se focalisant sur un drone de type quadrirotor. Tout d'abord, une recherche bibliographique sur les méthodes de reconstitution de l'état dynamique et les entrées inconnues est réalisée pour savoir quel type d'observateurs peuvent être appliqués pour l'estimation de la dynamique des UAV et quel est son rôle dans la conception de la commande autonome des drones. Cette partie a permis de choisir une méthode adaptée au problème. L'approche proposée est validée à l'aide d'une simulation numérique qui a démontré que l'implémentation d'un observateur permet d'améliorer les performances de contrôle tout en garantissant une certaine robustesse par rapport aux incertitudes des systèmes non linéaires.

**Mots clés :** Drone, Quadrirotor, Modélisation, Estimation, Observateurs

---

**Abstract:** The effects of unwanted disturbances acting on different engineering systems generally lead to degradation of control performance and may even cause instability of the control system.

These systems include the Unmanned Aerial Vehicle, which is a complex system. The study of these machines has attracted the attention of researchers in recent years.

The objective of the project is to study autonomous flying vehicles UAV from the point of view of observation, focusing on the quadrirotor type of drone. First of all, a bibliographic study on the methods of reconstitution of the dynamic state and unknown inputs is given to know what type of observers can be used for UAVs state estimation and what is its role in the autonomous control design of drones. This part allows us to choose a method adapted to the problem. The proposed approach is validated using numerical simulation which demonstrated that the implementation of an observer in the design of the control process allowed us to improve the control performance of the non-linear system in the presence of uncertainties.

**Keywords:** Drone, Quadrirotor, Modeling, Estimation, Observers

---

**ملخص :** تحدث آثار الاضطرابات غير المرغوب فيها على نطاق واسع في مختلف الأنظمة الهندسية العملية وتوفر أداءً غير موثوق للمراقبة الدقيقة لنظام المراقبة واستقراره. وتشمل هذه الأنظمة المركبة الجوية غير المأهولة، وهي مركبة معقدة يصعب التحكم فيها. وقد اجتذبت دراسة هذه الآلات اهتمام الباحثين في السنوات الأخيرة.

الهدف من المشروع هو دراسة المركبات الجوية المستقلة من وجهة نظر المراقبة، مع التركيز على طائرة من نوع رباعية الدوار. أولاً وقبل كل شيء، لابد من إجراء بحث ببيوغرافي عن أساليب إعادة تشكيل الحالة الديناميكية والاضطرابات غير معروفة لكي نعرف نوع المراقب الذين يستخدم في المركبات الجوية غير المأهولة وما هو دورها في السيطرة المستقلة على الطائرات بدون طيار. سيسمح لك هذا الجزء باختيار طريقة مناسبة للمسألة. ويتم التحقق من صحة النهج المقترح باستخدام محاكاة تبين أن تنفيذ مراقب مكننا من تحسين أداء التحكم في النظام غير الخطي لحالات عدم اليقين.

**العلامات:** طائرة بدون طيار ، الدوار الرباعي ، النمذجة ، التقدير ، المراقبين