

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION  
AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES  
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية  
École Supérieure en  
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية  
-تلمسان-

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur

Filière : Automatique  
Spécialité : Automatique

Présenté par :  
BELMOUHOUB Amina & BENMOUSSA Meriem

Thème

**Commande par Quaternion d'un  
Quadrotor de Type Quanser**

Soutenu publiquement, le 27 / 09 / 2020, devant le jury composé de :

Mme. DIDI Ibtissem	MCB	ESSA. Tlemcen	Présidente
M. MOKHTARI Mohammed Rida	MCB	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
Mme. CHOUKCHOU-BRAHAM Amal	Professeur	Université. Tlemcen	Examineur 1
M. ARICHI Fayssal	MCB	ESSA. Tlemcen	Examineur 2

Année universitaire : 2019 /2020

*“Le plus grand phénomène de la Nature, le plus merveilleux,  
est le mouvement.”*

*Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759)*

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION  
AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES  
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية  
École Supérieure en  
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية  
-تلمسان-

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur

Filière : Automatique  
Spécialité : Automatique

Présenté par :  
BELMOUHOUB Amina & BENMOUSSA Meriem

Thème

**Commande par Quaternion d'un  
Quadrotor de Type Quanser**

Soutenu publiquement, le 27 / 09 / 2020, devant le jury composé de :

Mme. DIDI Ibtissem  
M. MOKHTARI Mohammed Rida  
Mme. CHOUKCHOU-BRAHAM Amal  
M. ARICHI Fayssal

MCB  
MCB  
Professeur  
MCB

ESSA. Tlemcen  
ESSA. Tlemcen  
Université. Tlemcen  
ESSA. Tlemcen

Présidente  
Directeur de mémoire  
Examineur 1  
Examineur 2

Année universitaire : 2019 /2020

# Remerciement

الحمد لله الذي بنعمته تتم الصالحات

*Nous remercions Allah le tout puissant de nous avoir donné le courage et la volonté d'achever ce travail et sans Lequel il n'aurait jamais été accompli.*

*Nous tenons à remercier chaleureusement notre encadreur Mr. MOKHTARI Mohammed Rida pour ses nombreux conseils, encouragements, relectures, corrections et surtout pour sa disponibilité et la confiance qu'il nous a accordée.*

*Nous remercions tout particulièrement Les membres du jury, pour avoir accepté de participer en tant qu'examineurs à notre soutenance.*

*Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à tous les membres du département de 2<sup>ème</sup> cycle pour leurs contributions à notre formation académique et aux membres de la promotion d'automatique 2017-2020.*

*Nous n'oublions pas de remercier nos amis et tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.*

*Amina & Meriem*

# Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail.*

*À moi-même.*

*Aux larmes et prières de ma mère.*

*À la confiance et aux encouragements de mon père.*

*À ma jumelle Nedjoua et mon frère Hamoudi.*

*À mon frère Abde allah, son épouse et le petit Anes Abderrahim.*

*À mon cousin Mohammed, son épouse et leurs enfants Raya Meriem et Zakaria.*

*À mon tonton Salim, ma tante Zohra et ma meilleure amie Amira.*

*À mon oncle Rabah, la personne spéciale dans ma vie.*

*À la mémoire de Nana Yamna Allah yarhamha.*

*À toute ma famille.*

*À tous mes amis.*

*À tous ceux qui me sont chers.*

*Et à celle qui a partagé avec moi la joie de la graduation, cher binôme Meriem.*

**... Amina**

*Je dédie ce modeste travail.*

*À mes parents qui n'ont jamais cessé de m'encourager et me soutenir.*

*À mes chers frères et sœurs.*

*À toute ma famille.*

*À tous mes amis.*

*À tous ceux qui sont chers à mon cœur.*

*Et à Amina chère amie avant d'être mon binôme.*

**... Meriem**

## Résumé

L'objet de notre étude est la modélisation du Quanser et la conception d'une loi de commande. Une telle loi est essentielle pour assurer un bon contrôle d'attitude d'un véhicule aérien autonome, pour garantir un suivi précis des trajectoires souhaitées.

Chaque loi de commande a été simulé sur "MATLAB/Simulink" pour tester les performances des différentes stratégies de contrôle.

**Mots-Clés :** drone, quadri-rotor, VTOL, Quanser, quaternion, PD.

## Abstract

The object of our study is the modeling of the Quanser and the design of a good control law. Such a law is essential to ensure a good attitude control of the an autonomous air vehicle, in order to guarentee a precise follow-up of the desired trajectories.

Each control law was simulated on "MATLAB/Simulink" to test the performance of different control strategies.

**Key-words :** drone, quadrotor, VTOL, Quanser, quaternion, PD.

## تلخيص

الهدف من دراستنا هو نمذجة Quanser وتصميم قانون تحكم جيد. مثل هذا القانون ضروري لضمان التحكم الجيد في الموقف من مركبة جوية مستقلة، من أجل ضمان متابعة دقيقة للمسارات المطلوبة.

تمت محاكاة كل قانون تحكم على "MATLAB / Simulink" لاختبار أداء استراتيجيات التحكم المختلفة .

**كلمات مفتاحية:** طائرة بدون طيار، رباعي الدوار، VTOL، Quanser،

quaternion، PD.

# Table des matières

Remerciement

Dédicace

Résumé

Liste des tableaux

Table des figures

Glossaire

<b>Introduction générale</b>	<b>13</b>
<b>1 Les drones : Etat de l'art</b>	<b>15</b>
1.1 Introduction . . . . .	16
1.1.1 Histoire des drones . . . . .	16
1.2 Domaines d'utilisation des drones . . . . .	16
1.2.1 Le domaine militaire . . . . .	16
1.2.2 Le domaine civil . . . . .	17
1.3 Classification des drones . . . . .	18
1.3.1 Selon le rayon d'action, l'endurance et l'altitude R.E.A . . . . .	18
1.3.2 Selon la configuration de la propulsion . . . . .	20
1.4 Les capteurs pour la navigation et la localisation . . . . .	22
1.4.1 Les centrales inertielles . . . . .	22
1.4.2 Le système de géolocalisation GPS . . . . .	24
1.4.3 Les télémètres . . . . .	24
1.4.4 Les altimètres barométriques . . . . .	24
1.4.5 Capteur de vision . . . . .	24
1.5 Conclusion . . . . .	25

<b>2</b>	<b>Modélisation dynamique du Quanser</b>	<b>26</b>
2.1	Introduction . . . . .	28
2.2	Le quadri-rotor . . . . .	28
2.3	Le principe de vol du quadri-rotor . . . . .	29
2.4	Les repères . . . . .	29
2.5	L'orientation du quadri-rotor . . . . .	30
2.6	Mouvements du quadri-rotor . . . . .	30
2.6.1	Mouvement de roulis . . . . .	30
2.6.2	Mouvement de tangage . . . . .	31
2.6.3	Mouvement de lacet . . . . .	31
2.7	Modes de vol d'un quadri-rotor . . . . .	32
2.7.1	Vol vertical . . . . .	32
2.7.2	Vol horizontal . . . . .	32
2.7.3	Vol stationnaire . . . . .	33
2.8	Bilan des forces appliquées . . . . .	33
2.8.1	Force de pesanteur . . . . .	33
2.8.2	Les forces de poussée . . . . .	33
2.8.3	Les forces de traînée . . . . .	33
2.9	Bilan des moments . . . . .	34
2.9.1	Moments dus aux forces de poussée . . . . .	34
2.9.2	Moments dus aux forces de traînée . . . . .	35
2.9.3	Moments dus aux effets gyroscopiques . . . . .	35
2.10	Quanser 3 DOF Hover . . . . .	36
2.10.1	Composants du Quanser 3 DOF Hover . . . . .	36
2.10.2	Schéma du corps libre . . . . .	37
2.11	Modélisation dynamique du Quanser 3 DOF Hover . . . . .	38
2.11.1	Angles d'Euler . . . . .	38
2.11.2	Vitesses angulaires . . . . .	40
2.11.3	Blocage de cardan . . . . .	42
2.11.4	L'historique de quaterion . . . . .	43
2.11.5	Les quaternions . . . . .	44
2.11.6	Matrice de rotation avec quaternion . . . . .	46
2.12	Le modèle mathématique . . . . .	48
2.12.1	La dynamique des rotors . . . . .	50
2.13	Représentation d'état du système . . . . .	51
2.14	Conclusion . . . . .	52



<b>3</b>	<b>Commande non-linéaire par <math>PD</math></b>	<b>53</b>
3.1	Introduction . . . . .	55
3.2	Pourquoi la commande non-linéaire? . . . . .	55
3.3	Stabilité au sens de Lyapunov . . . . .	56
	3.3.1 Notions de base . . . . .	57
	3.3.2 La théorie de Lyapunov . . . . .	58
	3.3.3 Stabilité au sens de Lyapunov . . . . .	59
3.4	Principe de la commande non-linéaire par $PD$ . . . . .	60
3.5	Stabilité exponentielle . . . . .	62
3.6	Application de la commande par $PD^2$ sur le Quanser . . . . .	63
	3.6.1 La commande de roulis ( $\phi$ ) . . . . .	63
	3.6.2 La commande de tangage ( $\theta$ ) . . . . .	63
	3.6.3 La commande de lacet ( $\psi$ ) . . . . .	64
3.7	Résultats de la 1 <sup>ère</sup> simulation . . . . .	64
	3.7.1 Résultats de simulation sans perturbations . . . . .	66
	3.7.2 Résultats de simulation avec perturbations . . . . .	67
	3.7.3 Interprétation . . . . .	69
3.8	Stabilité globale asymptotique . . . . .	69
3.9	Application de la commande par $PD$ sur le Quanser . . . . .	71
	3.9.1 La commande de roulis ( $\phi$ ) . . . . .	71
	3.9.2 La commande de tangage ( $\theta$ ) . . . . .	71
	3.9.3 La commande de lacet ( $\psi$ ) . . . . .	71
3.10	Résultats de la 2 <sup>ème</sup> simulation . . . . .	72
	3.10.1 Résultats de simulation sans perturbations . . . . .	72
	3.10.2 Résultats de simulation avec perturbations . . . . .	74
	3.10.3 Interprétation . . . . .	75
3.11	Conclusion . . . . .	75
	<b>Conclusion générale</b>	<b>76</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>79</b>

# Liste des tableaux

3.1	Les paramètres du système. . . . .	64
3.2	Les conditions initiales. . . . .	64
3.3	Les perturbations externes. . . . .	65
3.4	Les paramètres du contrôleur. . . . .	65
3.5	Les paramètres du contrôleur par quaternion. . . . .	72

# Table des figures

1.1	Exemple de drone dans le domaine militaire. . . . .	17
1.2	Exemples de drones dans le domaine civil : (a) Cinéma (b) Ambulan- cier (c) Agriculture. . . . .	18
1.3	HALE et MALE : (a) RQ-4 Global Hawk – (b) CH-4. . . . .	18
1.4	UCAV et TUAV : (a) X-47 B – (b) MQ-1 predator. . . . .	19
1.5	Mini et nano drone : (a) JJRC H8 – (b) PD-100 Black Hornet. . . . .	20
1.6	Drone à voilure fixe. . . . .	20
1.7	Drone à ailes battantes : eBee. . . . .	21
1.8	Drones à voilures tournantes : (a) Mono-rotor (b) Bi-rotor (c) Tricop- ter : HJ-Y3 (d) Multi-rotor : G4-eagle. . . . .	22
1.9	Centrale inertielle : BNO055. . . . .	23
1.10	Capteurs MEMS : (a) Accéléromètre (b) Gyromètre (c) Magnétomètre. . . . .	24
2.1	Exemple de quadri-rotors. . . . .	28
2.2	Représentation des forces, des repères et des différents mouvements. . . . .	29
2.3	Repères utilisés pour décrire le mouvement du drone. . . . .	30
2.4	Illustration du mouvement de roulis. . . . .	31
2.5	Illustration du mouvement de tangage. . . . .	31
2.6	Illustration du mouvement de lacet. . . . .	31
2.7	Illustration du mouvement vertical. . . . .	32
2.8	Illustration des principales forces. . . . .	34
2.9	3 DOF Hover . . . . .	36
2.10	Les différents composants du Quanser 3 DOF Hover . . . . .	37
2.11	Diagramme simple d'un corps libre de 3 DOF en vol stationnaire. . . . .	37
2.12	Les angles d'Euler. . . . .	39
2.13	Situation normal et Blocage de cardan : (a) les trois cardans sont indépendants (b) deux des trois cardans sont coplanaires (un degré de liberté est perdu) . . . . .	43

2.14	Représentation du repère en quaternion : (a) Représentation en 2D (b) Représentation en 3D. . . . .	44
3.1	Stabilité par la fonction de Lyapunov. . . . .	58
3.2	Illustration de la commande par quaternion. . . . .	61
3.3	Schéma global de la commande par quaternion sous MATLAB/Simulink.	65
3.4	Les trajectoires des angles de tangage, de roulis et de lacet. . . . .	66
3.5	Les trajectoires de rotation avec des conditions initiales différentes. .	66
3.6	Entrées de commande $U$ par quaternion sans perturbations. . . . .	67
3.7	Les trajectoires des angles de tangage, de roulis et de lacet. . . . .	67
3.8	Les trajectoires de rotation avec des conditions initiales différentes. .	68
3.9	Entrées de commande $U$ par quaternion avec perturbations. . . . .	68
3.10	Les trajectoires des angles de tangage, de roulis et de lacet. . . . .	72
3.11	Les trajectoires de rotation avec des conditions initiales différentes. .	73
3.12	Entrées de commande $U$ par quaternion sans perturbations. . . . .	73
3.13	Les trajectoires des angles de tangage, de roulis et de lacet. . . . .	74
3.14	Les trajectoires de rotation avec des conditions initiales différentes. .	74
3.15	Entrées de commande $U$ par quaternion avec perturbations. . . . .	75

# Glossaire

## Acronymes

Acronyme	Signification
DOF	Degree Of Freedom
GPS	Global Positioning System
HALE	Haute Altitude Longue Endurance
MAV	Mini Air Vehicle
MALE	Moyenne Altitude Longue Endurance
PD	Proportionnel et Dérivé
PWM	Pulse-width Modulated
REA	Rayon d'action, Endurance et Altitude
TUAV	Tactical Unmanned Aerial Vehicle
UAV	Unmanned Aerial vehicle
UCAV	Unmanned Combat Air Vehicles
VAA	Véhicules Aériens Autonomes
VTOL	Vertical Take-off and Landing aircraft

## Symboles

Symbole	Signification
$E$	Repère inertiel
$B$	Repère mobile
$G$	Centre de gravité
$\phi, \theta, \psi$	Angles d'Euler(roulis, tangage, lacet)
$m$	Masse totale
$g$	Accélération de pesanteur
$P$	Poids du drone
$F_i$	La somme des forces de poussée générées par chaque rotor
$b$	Coefficient aérodynamique de poussée
$\omega$	Vitesse angulaire des rotors
$T_h$	Traînée dans les hélices
$d$	Coefficient de traînée
$F_t$	Traînée selon les axes $(x, y, z)$
$V$	Vitesse linéaire
$M_x, M_y$	Moment dû aux forces de poussées
$M_z$	Moment dû au force de traînée
$M_a$	Moment résultant des frottements aérodynamiques
$l$	Distance entre le centre de masse du quadrirotor et l'axe de rotation du rotor
$\Omega$	Vitesse angulaire du quadrirotor
$M_{gh}$	Moment gyroscopique des hélices
$J_r$	Inertie des rotors
$M_{gm}$	Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor
$J$	Inertie du système
$R$	Matrice de rotation
$\xi$	Vecteur de position du quadrirotor
$J$	Matrice d'inertie symétrique de système
$Sk(\Omega)$	Tenseur antisymétrique associé à la vitesse angulaire
$F_f$	Force totale générée par les quatre rotors
$F_g$	Force de gravité
$\tau_i$	Couple d'entrée
$Q_i$	Couple résistant généré par le rotor $i$
$R_a$	Résistance du moteur
$k_m$	Constante de couple du moteur
$k_g$	Gain de réducteur
$U$	Lois de commande
$x_d, y_d, z_d$	Trajectoires désirées de position $\xi$
$\phi_d, \theta_d, \psi_d$	Trajectoires désirées des angles $\phi, \theta$ et $\psi$

# Introduction générale

L'automatisation et la robotisation de l'aéronautique ouvrent de nouvelles perspectives, en matière de sauvetage, d'observation, d'inspection et de maintenance. La recherche et le développement dans ce domaine ont été très actifs ces dernières années, et cet intérêt croissant s'explique par les avancées technologiques, notamment dans le domaine de la miniaturisation des actionneurs et de l'électronique embarquée.

Les véhicules aériens sans pilote à voilure tournante (VAA) sont des engins volants autonomes dont la sustentation et la propulsion sont assurées par la rotation d'une ou plusieurs voiles ou par des rotors tournants. Le vol autonome des VAA est contrôlé par des capteurs, des systèmes de positionnement global (GPS) et des systèmes embarqués. Ces aéronefs sont capables de suivre une trajectoire, de naviguer dans l'espace, d'utiliser la navigation visuelle afin d'atteindre des zones éloignées en un minimum de temps.

Plusieurs architectures de drones sont disponibles en fonction du nombre et de la disposition des rotors. La classe la plus couramment utilisée est celle des quadrirotors. Elle présente un net avantage sur les autres classes en raison de sa capacité à atterrir et décoller verticalement, à effectuer des vols quasi-stationnaires et des vols à basse altitude avec une grande manœuvrabilité, ainsi que de la simplicité de son modèle dynamique et de sa facilité de fabrication. Pour cette raison, le quadrirotor occupe une place intéressante dans le domaine de la recherche. Le Quanser est un quadrirotor monté sur un pivot à trois degrés de liberté qui permet au corps de tourner autour des axes de roulis, tangage et lacet ce qui le rend un excellent outil pour faire des tests expérimentaux.

Il existe plusieurs méthodes pour obtenir le modèle mathématique du VAA, comme les modèles de Lagrange et de Newton-Euler. Le modèle mathématique doit être à la fois simple et suffisamment riche pour simuler les mouvements du drone avec une précision satisfaisante.

Les équations de Newton-Euler décrivent la dynamique de translation et de rotation du corps rigide. Bien que cette approche soit fondamentale, ces angles ne peuvent

pas définir certaines orientations car il souffre de singularités qui conduisent à un problème appelé "blocage du cardan". De plus, le calcul des sinus et des cosinus exige beaucoup de performances et peut devenir ingérable, surtout s'il est effectué sur des équipements peu coûteux. Pour résoudre ces problèmes, il est nécessaire de s'assurer que le système restera dans les limites de l'angle d'Euler ou en utilisant l'approche par quaternion.

L'objectif de ce travail est le contrôle de l'attitude de Quanser. Après un état de l'art sur les drones présenté dans le premier chapitre, nous présenterons dans le deuxième chapitre le modèle dynamique du Quanser en utilisant le formalisme de Newton-Euler. Ce modèle présente un défi intéressant en ce qui concerne les non-linéarités. La loi de contrôle doit compenser les non-linéarités agissant sur le Quanser et générer les forces et les couples nécessaires pour la réalisation de la tâche imposée.

Dans le troisième chapitre, nous étudierons deux lois de contrôle non-linéaires : une structure de  $PD^2$  feedback et un contrôleur  $PD$  indépendant du modèle.

L'efficacité des méthodes proposées a été clairement démontrée par les résultats obtenus lors des différentes simulations réalisées sur MATLAB/Simulink.

Afin de confirmer les résultats obtenus dans les simulations, un quatrième chapitre a été prévu, concernant l'application des commandes sur un modèle réel "Quanser 3-DOF" disponible à la Faculté de Technologie, Université Aboubakr Belkaïd-Tlemcen. Malheureusement, suite aux conditions particulières imposées par la pandémie de Covid-19 et aux mesures prises pendant la crise sanitaire (confinement, éloignement social...), notre application a été interrompue et nous n'avons donc pas eu l'occasion de mettre en œuvre cette tâche.



# Chapitre 1

## Les drones : Etat de l'art

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>16</b>
1.1.1	Histoire des drones	16
<b>1.2</b>	<b>Domaines d'utilisation des drones</b>	<b>16</b>
1.2.1	Le domaine militaire	16
1.2.2	Le domaine civil	17
<b>1.3</b>	<b>Classification des drones</b>	<b>18</b>
1.3.1	Selon le rayon d'action, l'endurance et l'altitude R.E.A	18
1.3.2	Selon la configuration de la propulsion	20
<b>1.4</b>	<b>Les capteurs pour la navigation et la localisation</b>	<b>22</b>
1.4.1	Les centrales inertielles	22
1.4.2	Le système de géolocalisation GPS	24
1.4.3	Les télémètres	24
1.4.4	Les altimètres barométriques	24
1.4.5	Capteur de vision	24
<b>1.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>25</b>

---

### Résumé

Dans ce chapitre, nous décrivons trois parties essentielles : d'abord un bref historique des drones et leurs diverses applications, puis une classification des systèmes aériens selon deux critères : le rayon d'action, l'endurance et l'altitude et selon la configuration de propulsion. Enfin, une description des différents capteurs de navigation et de localisation.

## 1.1 Introduction

Le terme drone provient de l'armée du nom de cibles remorquées par avion. De véritables programmes de drones existaient pendant la seconde guerre mondiale, mais ce n'est que très récemment que les drones sont devenus un élément clé de la société dans les sphères militaires et civiles [1].

Un drone ou encore UAV (Unmanned Aerial vehicle) est un avion sans pilote à bord et qui possède une certaine autonomie et une capacité de décision. Les véhicules aériens sans pilote ont une charge utile pour l'équipement nécessaire à l'accomplissement des missions pour lesquelles ils sont utilisés. Il convient de noter que le mot drone peut également désigner des véhicules terrestres ou sous-marins autonomes. Toutefois, il est courant de réserver son utilisation aux véhicules aériens autonomes [2].

### 1.1.1 Histoire des drones

Le concept de drone s'est d'abord développé pendant la Seconde Guerre mondiale. Seuls certains dirigeants militaires et politiques de l'époque ont apprécié le potentiel du drone et son impact futur sur la guerre. C'est au cours des guerres de Corée et du Vietnam que les drones ont connu un essor. Le contexte de la guerre froide a cependant rendu nécessaire le développement secret de cette nouvelle arme stratégique. Les drones ont alors permis de minimiser les risques humains lors des interventions militaires et ils sont utilisés pour la surveillance, la collecte de renseignements et l'intervention militaire en territoire ennemi. Au fil du temps, ces dispositifs ont bénéficié des progrès technologiques dans les domaines des télécommunications et de l'automatisme, ce qui a permis la mise sur le marché de petits drones (jusqu'à 30 kg) au cours des dernières années. Aujourd'hui, le développement des drones reste un domaine de recherche très actif dans le monde, tant pour les applications civiles que militaires [3].

## 1.2 Domaines d'utilisation des drones

### 1.2.1 Le domaine militaire

Les drones ont d'abord été introduits dans le domaine militaire. Ils ont été utilisés pour les conflits, la surveillance (maritime, aérienne et du trafic), le renseignement et les missions de reconnaissance ainsi que pour d'autres applications diverses telles que la gestion des catastrophes, l'évaluation des dommages et l'inspection des pistes.



FIGURE 1.1 – Exemple de drone dans le domaine militaire.

### 1.2.2 Le domaine civil

Les drones ont de nombreuses applications dans la vie quotidienne. Aujourd'hui, ils occupent plusieurs domaines parmi les :

- ➔ Agriculture et environnement : mesure de la santé d'un champ, épandage, recensement de la flore ou de la faune ;
- ➔ Le domaine média et artistique : photographie aérienne, vidéo ;
- ➔ Les drones ambulanciers : dédiés pour les missions de sauvetage. C'est l'application la plus importante des drones car elle permet d'augmenter les chances de survie ;
- ➔ Drone de surveillance : la surveillance des zones d'intérêts comme les frontières ou le trafic autoroutier ;
- ➔ Envoi et livraison : un sujet intéressant pour différentes entreprises utilisé pour la livraison des paquets aux clients ;
- ➔ L'inspection d'infrastructures telles que les pipelines, les lignes électriques ou les barrages hydrauliques ;
- ➔ les opération de stérilisation : dans l'épidémie de coronavirus Covid-19 l'émirat de Dubaï a utiliser les drones pour stériliser la ville durant la nuit afin d'assurer la santé et la sécurité publique [4].

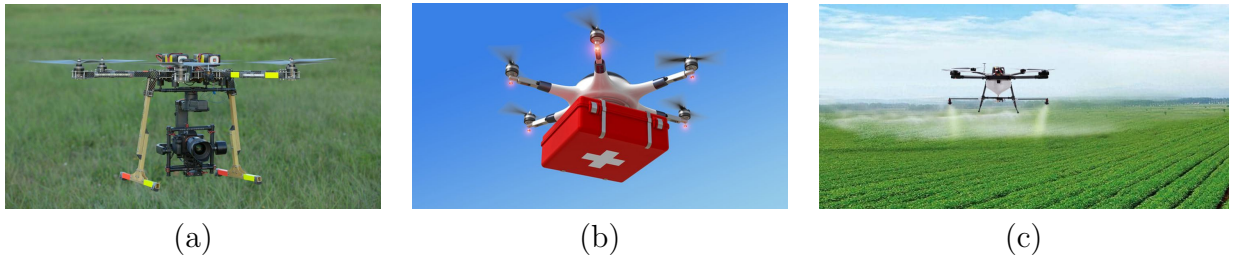


FIGURE 1.2 – Exemples de drones dans le domaine civil : (a) Cinéma (b) Ambulancier (c) Agriculture.

### 1.3 Classification des drones

Il existe de nombreux types de drone classifiés selon différents critères : le rayon d'action, le mode de vol et le nombre de retours [5].

#### 1.3.1 Selon le rayon d'action, l'endurance et l'altitude R.E.A

##### Drones HALE

Ce type de drone peut voler à une altitude de 20 000 mètres avec un rayon d'action de plusieurs milliers de kilomètres et une autonomie d'environ trente 30 heures. Il possède une charge utile importante et est équipé de diverses caméras et de radars.

##### Drones MALE

Ils peuvent voler entre 5 000 et 15 000 mètres d'altitude et ils ont une autonomie d'une trentaine d'heures.



FIGURE 1.3 – HALE et MALE : (a) RQ-4 Global Hawk – (b) CH-4.

### Drones de combat UCAV

Les drones de combat peuvent voler à une altitude de 12 200 mètres avec un rayon d'action de 2 800 kilomètres. Ils sont équipés de systèmes d'armes ou de recueils de renseignements. Ils sont conçus pour effectuer des missions de reconnaissance, d'attaque, de tir et d'occupation de l'espace aérien sur de très longues périodes. Ils se déplacent à plus de 1 000 kilomètres par heure à une altitude de 12 200 mètres.

### Drones tactiques TUAV

Les drones TUAV peuvent voler à une altitude opérationnelle de 200 à 5 000 mètres. Ils ont un rayon d'action jusqu'à plus de cent kilomètres, une autonomie d'une dizaine d'heures.



(a)



(b)

FIGURE 1.4 – UCAV et TUAV : (a) X-47 B – (b) MQ-1 predator.

### Mini drones MAV

Ils peuvent voler à une altitude de 300 mètres, fonctionnant à des distances allant jusqu'à environ 30 kilomètres. Ils ont une endurance de quelques heures et des dimensions de l'ordre du mètre. Ils possèdent une charge utile très légère.

### Micro / Nano drones

Ce sont des appareils de moins de quinze centimètres de taille, d'un poids qui ne dépasse pas quelques centaines de grammes. Leurs autonomies est d'une vingtaine de minutes pour un rayon d'action d'une dizaine de kilomètres.

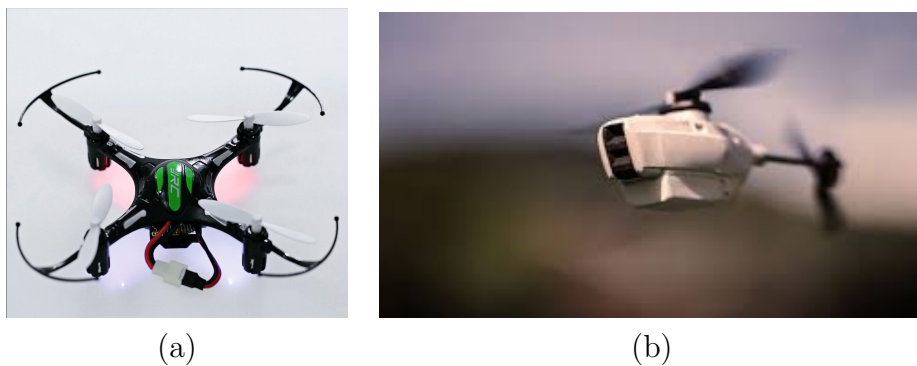


FIGURE 1.5 – Mini et nano drone : (a) JJRC H8 – (b) PD-100 Black Hornet.

### 1.3.2 Selon la configuration de la propulsion

#### Drone à voilure fixe

Ce type de drone se compose d'une paire d'ailes, d'un fuselage, d'un empennage et d'un ensemble d'hélices. Les configurations de ce type offrent au véhicule une plus grande autonomie. Parmi les inconvénients de cette configuration, il est nécessaire de prévoir des pistes pour le décollage et l'atterrissage afin qu'elle n'assure pas le vol stationnaire.



FIGURE 1.6 – Drone à voilure fixe.

#### Drones à ailes battantes ou ornithoptères

Les ailes battantes assurent le guidage et le pilotage de ce type de drone. La construction des trajectoires est similaire à celle des insectes ou des colibris. Les battements des ailes assurent le vol stationnaire et permettent d'effectuer des missions en intérieur ou dans des espaces réduits.



FIGURE 1.7 – Drone à ailes battantes : eBee.

### Drone à voilure tournante ou VTOL

Ce genre de drone ne nécessite pas de piste car il permet de décoller, de voler et d'atterrir verticalement. Il a besoin d'ailes tournantes pour voler en mode de vol stationnaire. En général, ce type de véhicule peut effectuer des missions qui ne peuvent pas être réalisées par ceux à voilure fixe, comme la surveillance.

Les drones à voilure tournante peuvent être classés en fonction du nombre de rotors [6] :

- ➔ **Mono-rotor** : Ces véhicules ont un seul rotor puissant qui assure un décollage vertical et ont également des ailes de grandes surfaces pour générer un couple assez grand qui permet de piloter le véhicule. Son avantage est qu'il donne la possibilité de se déplacer rapidement tout en économisant l'énergie ;
- ➔ **Birotor** : Ce type de drone possède deux rotors contrarotatifs de même taille. Il existe deux catégories de ce genre de drone : les drones qui utilisent un ou deux plateaux cycliques et ceux qui utilisent des pales à pas fixe. Parmi ceux qui utilisent des plateaux cycliques, nous avons l'hélicoptère classique avec un rotor principal et un rotor de queue ;
- ➔ **Tri-rotor** : Les drones à trois rotors sont composés principalement de deux rotors placés aux extrémités de l'axe qui tourne dans des sens opposés et d'un rotor de queue placé à l'arrière avec une orientation réglable ;
- ➔ **Multi-rotors** : Ce type de drone a plusieurs rotors. Le drone à quatre hélices ou quadri-rotor est le plus populaire parmi les véhicules multi-rotors. Il est constitué de quatre rotors placés aux extrémités d'une structure physique en

forme de croix. Parmi ses avantages, il peut emporter des poids élevés.

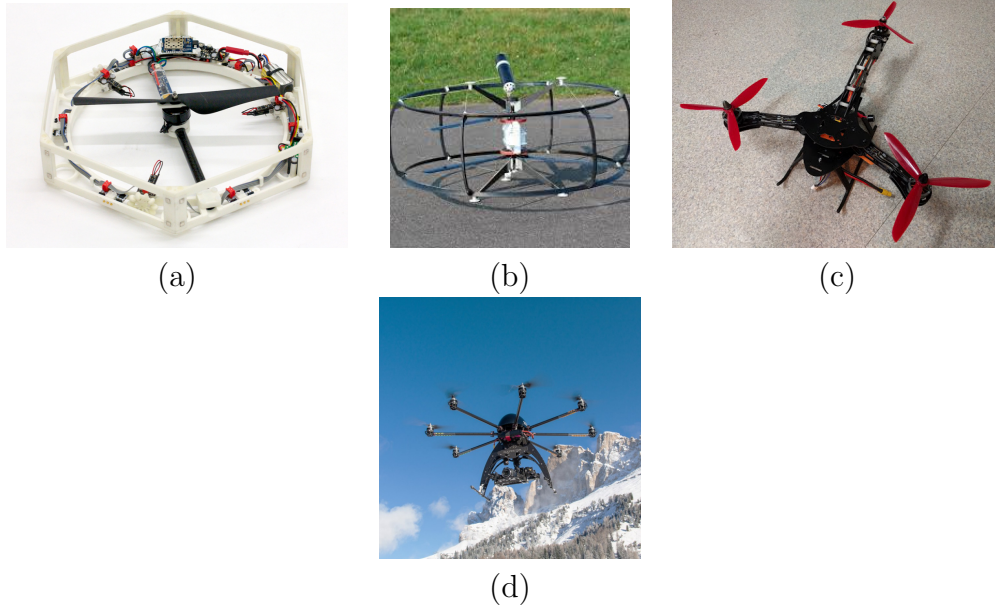


FIGURE 1.8 – Drones à voilures tournantes : (a) Mono-rotor (b) Bi-rotor (c) Tricopter : HJ-Y3 (d) Multi-rotor : G4-eagle.

## 1.4 Les capteurs pour la navigation et la localisation

Cette section présente les différents capteurs intégrés dans les drones qui sont nécessaires pour assurer leur stabilité. On peut distinguer trois catégories [7] :

- ➔ **Capteurs proprioceptifs** : ces capteurs fournissent des informations sur la position, la vitesse ou encore l'accélération de l'engin par rapport à un état de référence ;
- ➔ **Capteurs extéroceptifs** : ils fournissent des informations sur l'environnement du drone.
- ➔ **Capteurs exproprioceptifs** : ce type se situe entre les capteurs proprioceptifs et extéroceptifs.

### 1.4.1 Les centrales inertielles

La centrale inertielle est l'un des principaux composants d'un véhicule aérien. Cet ensemble regroupe trois accéléromètres, trois gyromètres et trois magnétomètres permettant de mesurer les accélérations non-gravitationnelles ainsi que les vitesses



de rotation sur les trois axes du repère mobile par rapport au repère inertiel [7] :

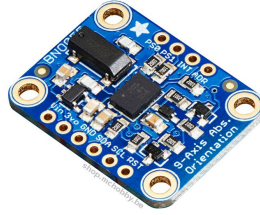


FIGURE 1.9 – Centrale inertielle : BNO055.

- ➔ **Accéléromètres** : Un accéléromètre est utilisé pour mesurer l'accélération non gravitationnelle de l'objet qui le supporte selon un, deux ou trois axes. Pour calculer l'accélération dans les trois axes, il suffit d'utiliser trois accéléromètres, dont chacun mesure l'accélération dans l'axe qui le supporte. Leurs principes sont basés sur la déformation ou le déplacement d'un corps lors d'une accélération [7] ;
  
- ➔ **Gyromètres** : Les gyromètres mesurent la vitesse de rotation autour d'un axe. Pour mesurer cette vitesse sur les trois axes du repère mobile, nous avons besoin donc de trois gyromètres. Ces capteurs utilisent l'effet gyroscopique pour obtenir ces mesures. Les technologies MEMS (systèmes micro-électro-mécaniques) sont utilisées parce qu'elles sont les plus légères et les moins chères, même si les mesures sont moins précises. La fusion avec d'autres capteurs tels que les accéléromètres permet de recalibrer les mesures de vitesse de rotation et d'estimer la matrice de rotation  $R$  ;
  
- ➔ **Magnétomètres** : Il est principalement utilisé pour mesurer le champ magnétique terrestre. En indiquant le Nord magnétique, il peut être utilisé pour contrôler le cap d'un véhicule aérien. L'inconvénient majeur de ces capteurs est leur capacité à être perturbés par des éléments magnétiques externes tels que le champ créé par un moteur électrique [7].

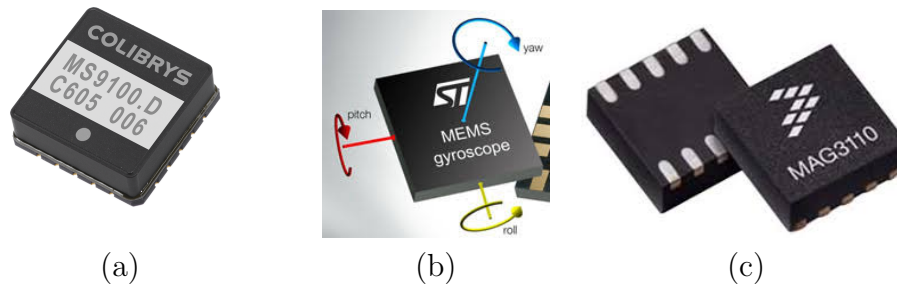


FIGURE 1.10 – Capteurs MEMS : (a) Accéléromètre (b) Gyromètre (c) Magnéto-  
mètre.

### 1.4.2 Le système de géolocalisation GPS

Le Global Positioning System, qu'on peut le traduire en français par le système de positionnement global, est un système de positionnement et de navigation par satellite. Ce système utilise vingt-quatre satellites répartis sur six orbites, quatre satellites par orbite qui tournent autour de la terre avec une fréquence de deux tours en vingt-quatre heures et situés à une altitude de 20 184 kilomètres [5].

### 1.4.3 Les télémètres

Le télémètre est un capteur actif permettant de mesurer la distance entre un objet et l'obstacle le plus proche. Il utilise différents signaux (laser, ultrasons, ondes radio). Ils sont généralement utilisés dans les phases de décollage et d'atterrissage pour mesurer la distance au sol et même pour détecter des murs ou des obstacles [5].

### 1.4.4 Les altimètres barométriques

Ce capteur est utilisé pour déterminer l'altitude entre le niveau du capteur et le niveau de référence. Les mesures de l'altimètre barométrique sont très sensibles aux changements des conditions atmosphériques (rafales de vent) [5].

### 1.4.5 Capteur de vision

Le capteur de vision est l'une des sources d'information utilisées pour positionner un véhicule dans un environnement. Contrairement au GPS, qui donne une mesure absolue de la position et de la vitesse du véhicule et qui est parfois faible ou indisponible à certains endroits, l'utilisation de caméras permet d'obtenir des mesures relatives aux objets observés.

Ils sont donc utilisés pour positionner le véhicule relativement à des objets. La stéréovision est une technique de vision basée sur l'utilisation de plusieurs caméras généralement deux ou trois caméras. L'idée de cette technique est de combiner les différents points de vue, ce qui permet d'enrichir l'information en la comparant avec celle d'une vue unique [5, 7].

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons brièvement présenté l'histoire des drones depuis leur apparition jusqu'à aujourd'hui. Nous avons ensuite présenté leurs applications dans divers domaines militaires et civils. Nous avons également classé les drones selon deux critères : selon leur rayon d'action, l'endurance et l'altitude (R.E.A) et selon la configuration de propulsion. Les différents capteurs nécessaires pour assurer la stabilité des drones ont également été présentés dans ce chapitre.

# Chapitre 2

## Modélisation dynamique du Quanser

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>28</b>
<b>2.2</b>	<b>Le quadri-rotor</b>	<b>28</b>
<b>2.3</b>	<b>Le principe de vol du quadri-rotor</b>	<b>29</b>
<b>2.4</b>	<b>Les repères</b>	<b>29</b>
<b>2.5</b>	<b>L'orientation du quadri-rotor</b>	<b>30</b>
<b>2.6</b>	<b>Mouvements du quadri-rotor</b>	<b>30</b>
2.6.1	Mouvement de roulis	30
2.6.2	Mouvement de tangage	31
2.6.3	Mouvement de lacet	31
<b>2.7</b>	<b>Modes de vol d'un quadri-rotor</b>	<b>32</b>
2.7.1	Vol vertical	32
2.7.2	Vol horizontal	32
2.7.3	Vol stationnaire	33
<b>2.8</b>	<b>Bilan des forces appliquées</b>	<b>33</b>
2.8.1	Force de pesanteur	33
2.8.2	Les forces de poussée	33
2.8.3	Les forces de traînée	33
<b>2.9</b>	<b>Bilan des moments</b>	<b>34</b>
2.9.1	Moments dus aux forces de poussée	34
2.9.2	Moments dus aux forces de traînée	35
2.9.3	Moments dus aux effets gyroscopiques	35
<b>2.10</b>	<b>Quanser 3 DOF Hover</b>	<b>36</b>
2.10.1	Composants du Quanser 3 DOF Hover	36
2.10.2	Schéma du corps libre	37

<b>2.11</b>	<b>Modélisation dynamique du Quanser 3 DOF Hover</b>	<b>38</b>
2.11.1	Angles d'Euler	38
2.11.2	Vitesses angulaires	40
2.11.3	Blocage de cardan	42
2.11.4	L'historique de quaterion	43
2.11.5	Les quaternions	44
2.11.6	Matrice de rotation avec quaternion	46
<b>2.12</b>	<b>Le modèle mathématique</b>	<b>48</b>
2.12.1	La dynamique des rotors	50
<b>2.13</b>	<b>Représentation d'état du système</b>	<b>51</b>
<b>2.14</b>	<b>Conclusion</b>	<b>52</b>

---

## Résumé

Dans ce chapitre, nous présentons le principe de fonctionnement du quadri-rotor. Nous décrivons également les différents mouvements possibles pour synthétiser un modèle dynamique qui caractérise le comportement du Quanser en se basant sur le formalisme de Newton-Euler. Cette modélisation facilite l'application des différentes lois de commande.

## 2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la modélisation des drones à voilure tournante, plus précisément des quadri-rotors. La modélisation des véhicules aériens autonomes est relativement complexe[5], et la complexité s’amplifie pour les drones miniatures en raison du nombre d’effets physiques qui entrent en jeu, à savoir les effets aérodynamiques, la gravité, les effets gyroscopiques, le frottement et le moment d’inertie [2]. Cette complexité résulte de la différence de l’impacte de ces effets entre chaque mode de vol.

Dans ce chapitre, nous proposons de modéliser la dynamique du Quanser et d’établir les équations du mouvement de rotation en utilisant le formalisme de Newton-Euler. Il est important de bien comprendre le comportement du drone, son environnement et sa dynamique afin de synthétiser un bon contrôleur et d’avoir une simulation aussi proche que possible du système réel.

## 2.2 Le quadri-rotor

Le quadri-rotor est un drone miniature avec six degrés de liberté, trois degrés pour la translation et le reste pour la rotation. Il possède quatre moteurs généralement placés aux extrémités d’une croix, et des capteurs inertiels, ces derniers se situent au centre de masse du véhicule [8]. Cet appareil présente certains avantages par rapport à d’autres configurations, comme la simplicité de la mécanique grâce à sa symétrie. Le quadri-rotor est alimenté en électricité, ce qui représente un autre avantage écologique. La faible autonomie du quadri-rotor représente un inconvénient majeur, le drone ne peut se déplacer que de 16 kilomètres avant d’avoir besoin d’être rechargé. Notant également qu’il s’agit d’un système sous-actionné, ce qui induit une difficulté dans la conception du système de commande.



FIGURE 2.1 – Exemple de quadri-rotors.

## 2.3 Le principe de vol du quadri-rotor

Le vol de l'engin est assuré par la somme des poussées générées par les quatre rotors. Il est nécessaire que chacun des deux moteurs adjacents tourne dans un sens opposé pour neutraliser les forces, cette configuration permet d'éviter le mouvement de lacet, c'est-à-dire que le drone ne tourne pas sur lui-même. Pour piloter le déplacement du quadri-rotor, il suffit de créer une différence entre les couples des moteurs placés l'un en face de l'autre.

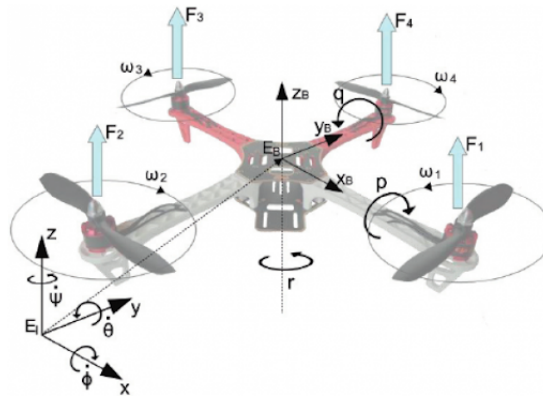


FIGURE 2.2 – Représentation des forces, des repères et des différents mouvements.

## 2.4 Les repères

Le quadri-rotor est un système qui peut être considéré comme un corps rigide se déplaçant dans un fluide. Le mouvement de ce corps est principalement décrit par deux repères :

**Le repère inertiel  $\{E\}$  :** supposé Galiléen, lié à la terre, ayant un point de référence  $O$  et défini par  $E \{O, X, Y, Z\}$ . où  $\{X\}$  pointe vers le Nord,  $\{Y\}$  pointe vers l'Est et  $\{Z\}$  pointe vers le haut. Le système d'axe  $\{X, Y, Z\}$  est illustré par la figure (2.3).

**Le repère de navigation (engin ou mobile)  $\{B\}$  :** lié au centre de gravité  $G$  de la structure du drone et défini par  $B \{x', y', z'\}$  où  $\{x'\}$  pointe vers l'avant du véhicule,  $\{y'\}$  orienté vers la droite du véhicule  $\{z'\}$  pointe vers le haut. Le système d'axe  $\{x', y', z'\}$  est illustré par la figure (2.3).

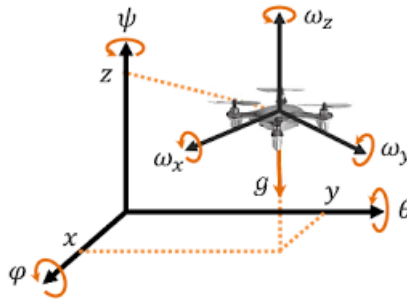


FIGURE 2.3 – Repères utilisés pour décrire le mouvement du drone.

## 2.5 L'orientation du quadri-rotor

les angles d'Euler  $(\phi, \theta, \psi)$  représentent respectivement le roulis, le tangage et le lacet, Où  $\phi$  représente l'angle de rotation selon  $x$ ,  $\theta$  représente l'angle de rotation selon  $y$  et  $\psi$  représente l'angle de rotation selon  $z$ . Ces angles déterminent au fil du temps l'orientation du repère mobile par rapport au repère inertiel.

## 2.6 Mouvements du quadri-rotor

Le quadri-rotor se compose de 4 rotors, les rotors droit et gauche (1 et 3) tournent dans le sens des aiguilles d'une montre, tandis que les autres rotors avant et arrière (2 et 4) tournent dans le sens inverse. Cette configuration permet de neutraliser le mouvement du drone [9].

Le quadri-rotor génère trois mouvements principaux :

- ➔ Mouvement de roulis ;
- ➔ Mouvement de tangage ;
- ➔ Mouvement de lacet.

### 2.6.1 Mouvement de roulis

Pour réaliser ce mouvement, nous appliquons une variation de vitesse entre le rotor 2 et 4 tout en gardant la même vitesse pour les rotors 1 et 3, ce qui introduit un couple autour de l'axe  $x$  qui génère une rotation autour de cet axe. Ce mouvement est couplé à un mouvement de translation le long de l'axe  $y$ .



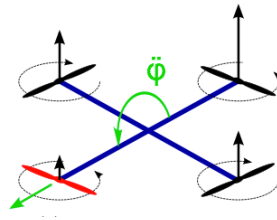


FIGURE 2.4 – Illustration du mouvement de roulis.

### 2.6.2 Mouvement de tangage

Pour réaliser ce mouvement, une variation de vitesse est appliquée entre les rotors 1 et 3 tout en gardant la même vitesse pour les rotors 2 et 4. Un couple autour de l'axe  $y$  est introduit ce qui génère une rotation autour de cet axe. Ce mouvement est couplé avec un mouvement de translation le long de l'axe  $x$ .

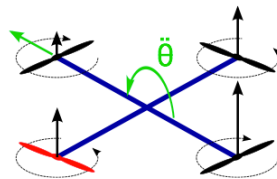


FIGURE 2.5 – Illustration du mouvement de tangage.

### 2.6.3 Mouvement de lacet

Pour avoir un mouvement de rotation à droite ou à gauche, nous augmentons la vitesse de rotation des deux moteurs qui tournent dans le sens où nous voulons faire tourner le quadri-rotor, tout en diminuant la vitesse de rotation des moteurs qui tournent dans le sens opposé. Cette technique garantit que la force de portance demeure la même.

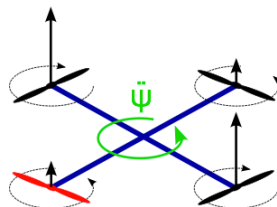


FIGURE 2.6 – Illustration du mouvement de lacet.

## 2.7 Modes de vol d'un quadri-rotor

Le quadri-rotor peut effectuer trois modes de vol en se basant sur les trois mouvements :

- ➔ Vol vertical ;
- ➔ Vol horizontale ;
- ➔ Vol stationnaire.

### 2.7.1 Vol vertical

Ce mouvement est assuré par la force de portance. Les vitesses des quatre rotors doivent être égales afin de ne pas créer de rotation. Le mouvement ascendant ou descendant est obtenu en faisant varier la rotation des moteurs, par exemple :

- ➔ Afin d'avoir un mouvement ascendant, une vitesse de rotation élevée est appliquée de sorte que la portance soit supérieure à la gravité ;
- ➔ Pour avoir un mouvement descendant, une faible vitesse de rotation est appliquée afin que la portance soit inférieure à la gravité.

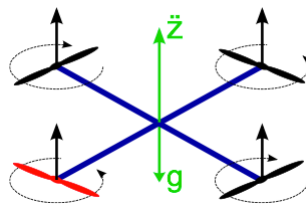


FIGURE 2.7 – Illustration du mouvement vertical.

### 2.7.2 Vol horizontal

Pour obtenir ce mode de vol, il suffit d'appliquer un écart de vitesse entre 2 rotors opposés et de conserver une vitesse moyenne pour les deux autres. Dans ce cas, la translation se fera vers la direction du rotor qui porte la force de poussée la plus faible.

### 2.7.3 Vol stationnaire

On parle de vol stationnaire lorsque le véhicule reste immobile, c'est-à-dire lorsque la force de gravité est égale à celle de la portance et qui sont dans deux directions opposées.

## 2.8 Bilan des forces appliquées

La modélisation des forces et des moments appliqués au quadri-rotor reste un problème majeur en raison de la complexité des phénomènes aérodynamiques agissant sur le véhicule. La figure (2.8) montre les différentes forces agissant sur le système et qui sont définies par les relations suivantes :

### 2.8.1 Force de pesanteur

Le poids du drone  $P$ , exprimé en  $E$  par :

$$P = m g \quad (2.1)$$

avec  $m$  la masse totale et  $g$  l'accélération de pesanteur.

### 2.8.2 Les forces de poussée

La poussée est la principale force générée par la rotation des rotors. Elle détermine la direction du vol du drone; cette force est orthogonale au plan des hélices. La somme des forces de poussée générées par chaque rotor représente la portance.

$$F_i = b w_i^2 \quad (2.2)$$

avec  $i = \overline{1,4}$  et  $b$  est le coefficient aérodynamique qui dépend de la géométrie des pales et de l'environnement du véhicule et  $\omega$  la vitesse angulaire des rotors.

### 2.8.3 Les forces de traînée

La traînée est la force de résistance qui s'oppose au mouvement du drone. Elle est parallèle aux filets d'air du vent. Cette force crée un couple de traînée. Nous avons deux forces de traînée dans ce système :

**La traînée dans les hélices :** elle agit sur les pales, elle est donnée par la relation suivante :

$$T_h = d w_i^2 \quad (2.3)$$

avec  $i = \overline{1,4}$  et  $d$  est le coefficient de traînée, il dépend de la construction de l'hélice.

**La traînée selon les axes**  $(x, y, z)$  elle est due au mouvement du corps du quadrirotor.

$$F_t = K_{ft}V \quad (2.4)$$

avec  $K_{ft}$  : Le coefficient de la force de traînée en translation et  $V$  : la vitesse linéaire.

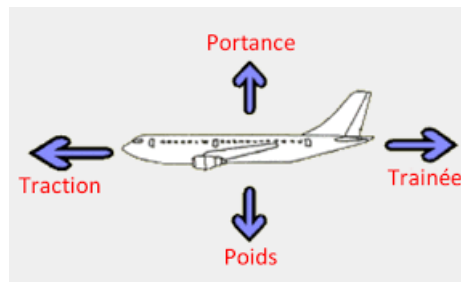


FIGURE 2.8 – Illustration des principales forces.

## 2.9 Bilan des moments

Les moments agissant sur le quadrirotor sont dus à des forces de poussée, de traînée et à des effets gyroscopiques.

### 2.9.1 Moments dus aux forces de poussée

**Autour de l'axe des x :** Il est dû à la différence des forces de poussée entre les rotors 2 et 4. Ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_x = l(F_4 - F_2) = lb(w_4^2 - w_2^2) \quad (2.5)$$

avec  $l$  est la distance entre le centre de masse du quadrirotor et l'axe de rotation du rotor.

**Autour de l'axe des y :** Il est dû à la différence des forces de poussée entre les rotors 1 et 3. Ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_y = l(F_3 - F_1) = lb(w_3^2 - w_1^2) \quad (2.6)$$

où  $l$  est la distance entre le centre de masse du quadrirotor et l'axe de rotation du rotor.

### 2.9.2 Moments dus aux forces de traînée

**Autour de l'axe des  $z$  :** c'est dû aux couples de traînée créés par chaque hélice. Ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = d(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2) \quad (2.7)$$

**Moment résultant des frottements aérodynamiques :** c'est le moment résultant des frottements aérodynamiques, il est déterminé par :

$$M_a = K_{fa} \Omega^2 \quad (2.8)$$

où  $K_{fa}$  est le coefficient des frottements aérodynamiques et  $\Omega$  est la vitesse angulaire du quadri-rotor.

### 2.9.3 Moments dus aux effets gyroscopiques

La rotation simultanée au tour de deux axes perpendiculaires génère une troisième rotation autour de l'axe perpendiculaire aux deux précédents. C'est un moment parasite qui induit des rotations non désirées de l'engin. Dans ce système, nous avons deux moments gyroscopiques.

**Moment gyroscopique des hélices :** L'effet gyroscopique provient de deux rotations, la première est la rotation des hélices autour de l'axe  $z$  et la seconde est la rotation de l'engin selon l'un des deux axes  $x$  ou  $y$ .

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r \begin{bmatrix} 0 & 0 & (-1)^{i+1} w_i \end{bmatrix}^T \quad (2.9)$$

avec  $J_r$  l'inertie des rotors.

**Moment gyroscopique dû aux mouvements du quadri-rotor :** Si l'engin tourne au tour de deux axes en même temps, cela provoque une troisième rotation. Ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J\Omega \quad (2.10)$$

avec  $J$  l'inertie du système.

## 2.10 Quanser 3 DOF Hover

Le Hover 3 DOF est constitué d'un châssis rond et plan avec quatre hélices. Le cadre est monté sur un pivot à trois degrés de liberté qui permet au corps de tourner autour des axes de roulis, de tangage et de lacet. Les hélices sont entraînées par quatre moteurs à courant continu qui sont montés aux sommets du cadre. Les hélices génèrent une force de portance qui peut être utilisée pour contrôler directement les angles de tangage et de roulis. Chaque deux hélices sont contrarotatives, de sorte que le couple total du système est équilibré lorsque la poussée des quatre hélices est approximativement égale [10].



FIGURE 2.9 – 3 DOF Hover

### 2.10.1 Composants du Quanser 3 DOF Hover

Il est constitué principalement d'un quadri-rotor fixe connecté à une carte de contrôle et alimenté par un amplificateur. Les capteurs utilisés sont des encodeurs pour mesurer les positions angulaires et les actionneurs sont des moteurs à courant continu et qui sont alimentés par un amplificateur de tension linéaire Quanser piloté par des signaux PWM [11].



FIGURE 2.10 – Les différents composants du Quanser 3 DOF Hover

### 2.10.2 Schéma du corps libre

Le diagramme du corps libre du Quanser 3 DOF Hover est illustré dans la figure (2.11) :

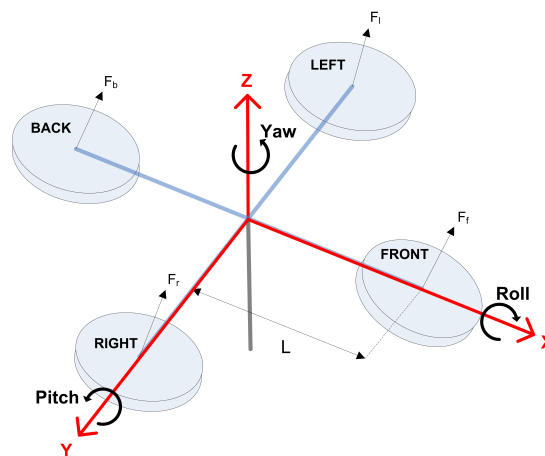


FIGURE 2.11 – Diagramme simple d'un corps libre de 3 DOF en vol stationnaire.

Les 4 conventions de modélisation DOF Hover utilisées sont[12] :

1. Le vol stationnaire à 3 degrés est horizontal (c'est-à-dire parallèle au sol) lorsque les angles de tangage et de roulis sont nuls,  $\theta = 0$  et  $\phi = 0$  ;
2. L'angle de lacet augmente positivement,  $\dot{\psi}(t) > 0$  lorsque le corps tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (CCW) ;
3. L'angle de tangage augmente positivement,  $\dot{\theta}(t) > 0$  lorsque le corps tourne dans

le sens inverse des aiguilles d'une montre ;

4. L'angle de roulis augmente positivement,  $\dot{\phi}(t) > 0$ , lorsque le corps tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Lorsqu'une tension positive est appliquée à un moteur quelconque, une force de poussée positive est générée et cela provoque l'élévation de l'ensemble d'hélice correspondant. La force de poussée générée par les moteurs avant, arrière, droit et gauche est désignée par  $F_f$ ,  $F_b$ ,  $F_r$  et  $F_l$ , respectivement. Les forces de poussée générées par les moteurs avant et arrière contrôlent principalement les mouvements autour de l'axe de tangage, tandis que les moteurs droit et gauche déplacent principalement le vol stationnaire autour de son axe de roulis. Notez que l'angle de tangage augmente lorsque la force de poussée du moteur avant est supérieure à celle du moteur arrière  $F_f > F_b$ . L'angle de roulis augmente lorsque la force de poussée du moteur droit est supérieure à celle du moteur gauche,  $F_r > F_l$  [12].

## 2.11 Modélisation dynamique du Quanser 3 DOF Hover

La modélisation des véhicules aériens est un problème majeur à cause de la non-linéarité du giravion. Pour comprendre mieux le modèle et faciliter le travail, l'étude par la suite est basée sur les hypothèses suivantes :

- ➔ La structure de l'engin est supposée rigide ;
- ➔ La structure du système est supposée symétrique, ce qui implique que la matrice d'inertie sera supposée diagonale ;
- ➔ Pour négliger l'effet de déformation des hélices lors de la rotation, elles sont supposées rigides ;
- ➔ Le centre de masse coïncide avec l'origine du repère lié à la structure ;
- ➔ Les forces de poussées et de traînée de chaque moteur sont proportionnelles aux carrés de la vitesse de rotation des rotors, ce qui conduit à une approximation très proche du comportement aérodynamique.

### 2.11.1 Angles d'Euler

La matrice de rotation permet d'identifier l'orientation de n'importe quel système de coordonnées dans les trois dimensions de l'espace. Cette matrice permet de passer du repère B au repère inertiel E afin de représenter les forces et les moments agissant



sur le Quanser dans le repère fixe. Les angles d'Euler sont utilisés pour définir cette matrice :

- ➔ L'angle du Roulis  $\phi$  tel que :  $-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$  ;
- ➔ L'angle du tangage  $\theta$  tel que :  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  ;
- ➔ L'angle du lacet  $\psi$  tel que :  $-\pi < \psi < \pi$ .

La figure (2.12) ci-dessous montre les trois mouvements de rotation :

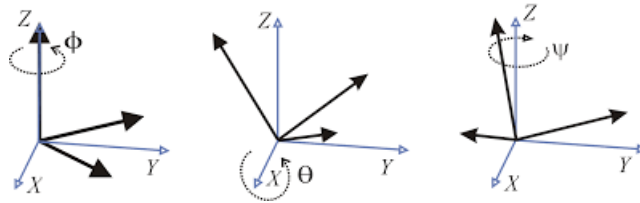


FIGURE 2.12 – Les angles d'Euler.

Pour effectuer le passage de mobile vers le repère inertiel, il est nécessaire de passer par les trois rotations autour des trois axes [3] :

$$E(X, Y, Z) \xrightarrow{H_\psi} R_1(x_1, y_1, z_1 = Z) \xrightarrow{H_\theta} R_2(x_2, y_2 = y_1, z_2) \xrightarrow{H_\phi} B(x' = x_2, y', z')$$

- ➔ La première rotation autour de l'axe  $Z$  est d'angle  $\psi$  amène le repère  $E$  en  $R_1$  :

$$R_1 = H_\psi \times E \iff E = H_\psi^{-1} \times R_1;$$

- ➔ La seconde rotation autour de l'axe  $y_1$  est d'angle  $\theta$  amène le repère  $R_1$  en  $R_2$  :

$$R_2 = H_\theta \times R_1 \iff R_1 = H_\theta^{-1} \times R_2;$$

- ➔ La dernière rotation autour de l'axe  $x_2$  est d'angle  $\phi$  amène le repère  $R_2$  en  $B$  :

$$B = H_\phi \times R_2 \iff R_2 = H_\phi^{-1} \times B.$$

où

$B(x', y', z')$  est le repère mobile, et  $E(X, Y, Z)$  est le repère inertiel ;

$R_1(x_1, y_1, z_1)$  et  $R_2(x_2, y_2, z_2)$  sont des bases intermédiaires ;

$H_\psi$ ,  $H_\theta$  et  $H_\phi$  sont les matrices de rotation orthogonales.

et

$$H_\psi = \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_\theta = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}, H_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

notant

$$\begin{cases} H_\psi^{-1} = Rot_{z\psi} \\ H_\theta^{-1} = Rot_{y\theta} \\ H_\phi^{-1} = Rot_{x\phi} \end{cases} \quad (2.12)$$

En multipliant les trois matrices, nous pouvons exprimer la matrice de rotation ou encore la matrice de passage :

$$R = Rot_{z\psi} \times Rot_{y\theta} \times Rot_{x\phi}$$

$$R = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

donc

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\phi s\theta c\psi - s\psi c\phi & c\phi s\theta c\psi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\phi s\theta s\psi + c\psi c\phi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

avec :  $c = \cos$ ,  $s = \sin$

### 2.11.2 Vitesses angulaires

La relation entre le vecteur vitesse de rotation instantanée  $\Omega(t)$  et la variation des angles d'Euler  $\dot{\eta}$  représente la cinématique de rotation.

On définit :

✈  $\Omega = [\Omega_x \quad \Omega_y \quad \Omega_z]$  la vitesse de rotation entre  $\{E\}$  et  $\{B\}$  exprimé dans le repère engin  $\{B\}$  ;

✈  $\dot{\eta} = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]$  la variation des angles d'Euler exprimé dans le repère inertiel  $\{E\}$ .

Il s'agit alors de projeter les axes  $Z$ ,  $y_1$  et  $x_2$  dans le repère engin  $\{B\}$ , et qui représentent les vecteurs de direction des angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$ .

Puisque  $\Omega(t)$  est de la forme [3] :

$$\Omega(t) = \dot{\psi} \quad Z + \dot{\theta} \quad y_1 + \dot{\phi} \quad x_2$$

En résulte :

→ Les composantes de  $x_2$  dans  $R_2$  sont les mêmes que dans  $B$ , c'est-à-dire que

$$x_2 = x' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

→ Les vecteurs  $y_1$  et  $y_2$  sont identiques, alors  $y_1 = [0 \quad 1 \quad 0]_{R_2}^T$ , et ce qui permet d'exprimer  $y_1$  dans  $B$ , donc

$$y_1 = H_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \phi \\ -\sin \phi \end{bmatrix}; \quad (2.15)$$

→ Le vecteur  $Z$  a des composantes dans  $E$  c'est-à-dire  $Z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_E$  et alors pour l'exprimer dans  $B$

$$Z = H_\phi H_\theta H_\psi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_E = R^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_E = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Finalement

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & s\phi c\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Ce qui donne

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & s\phi \tan \theta & c\phi \tan \theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{-s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix}}_{\omega_n} \times \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

→  $\omega_n$  est une matrice singulière, elle montre clairement que dans l'expression (2.18)  $\theta$  ne doit pas atteindre les valeurs extrêmes  $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ . Physiquement, cette modélisation est réaliste car l'engin ne doit pas se tourner selon ses angles de

roulis ou de tangage ;

- ➔ La modélisation par quaternion est une autre représentation d'orientation, elle peut remplacer les angles d'Euler pour gérer le changement de coordonnées. Dans ce travail, nous nous intéressons à la représentation des erreurs de rotation par leurs équivalant en quaternion pour éviter les singularités ;
- ➔ Lorsque le Quanser effectue de petites rotations, les approximations suivantes peuvent être faites :

$$\begin{cases} c\phi = c\theta = c\psi = 1 \\ s\phi = s\theta = s\psi = 0 \\ \tan \phi = \tan \theta = \tan \psi = 0 \end{cases} .$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = [\Omega_x \quad \Omega_y \quad \Omega_z]^T \quad (2.19)$$

### 2.11.3 Blocage de cardan

La modélisation par les angles d'Euler pose un problème de singularité induisant le phénomène de blocage du cardan qui apparaît lorsque deux axes de rotation coïncident.

L'équation (2.20) est la représentation des rotations à l'aide des angles d'Euler, elle est singulière lorsque  $(\theta = \frac{\pi}{2})$ . On obtient alors la matrice de rotation suivante[13] :

$$R(\theta = \frac{\pi}{2}) = \begin{bmatrix} 0 & \sin(\phi - \psi) & \cos(\phi - \psi) \\ 0 & \cos(\phi - \psi) & -\sin(\phi - \psi) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Cette orientation pose un problème car la matrice correspondante peut être paramétrée par un nombre infini de valeurs.

Le blocage du cardan est la perte d'un degré de liberté, également connu sous le nom anglais de **Gimbal lock**, qui se produit lorsque les axes de deux des trois cardans nécessaires pour appliquer ou compenser les rotations dans l'espace à trois dimensions sont portés par la même direction[14]. Un cardan est un anneau fixé de façon à pouvoir tourner autour d'un axe. Les cardans sont souvent imbriqués les uns dans les autres de façon à pouvoir tourner autour de plusieurs axes. Ils apparaissent

dans les gyroscopes et dans les centrales à inertie afin de permettre au cardan le plus intérieur de rester fixe alors que la fixation du cardan extérieur peut prendre n'importe quelle orientation. Ils apparaissent aussi dans les compas, les volants à inertie ou plus familièrement dans des porte-bouteilles pour permettre aux objets de rester horizontaux. Ils servent à orienter les propulseurs d'une fusée[15]. Certains systèmes de coordonnées mathématiques se comportent comme si des cadrans réels étaient utilisés pour mesurer les angles. Lorsqu'il y a au moins trois cadrans imbriqués d'une certaine façon, le blocage du cardan peut se produire.

La figure ci-dessus montre l'avion dans une situation normale et dans le cas d'un blocage de cardan.

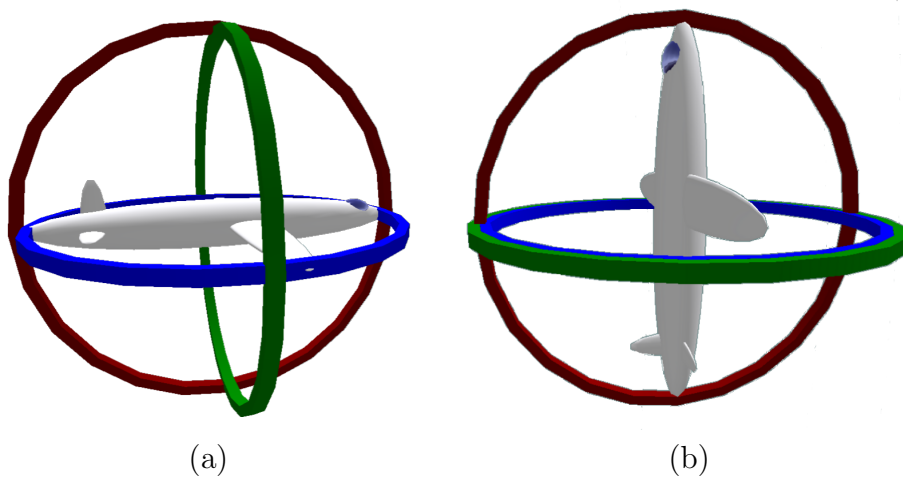


FIGURE 2.13 – Situation normal et Blocage de cardan : (a) les trois cardans sont indépendants (b) deux des trois cardans sont coplanaires (un degré de liberté est perdu)

#### 2.11.4 L'histoire de quaterion

Le 16 octobre 1843, le mathématicien irlandais Sir William Rowan Hamilton (1805-1865) a gravé les équations suivantes dans le Brougham Bridge (aujourd'hui Broom Bridge) à Dublin.

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (2.21)$$

Sa découverte de ces lois de multiplication a été un moment marquant dans l'histoire de l'algèbre. Depuis au moins dix ans, Hamilton a tenté de modéliser l'espace tridi-

mensionnel (réel) avec une structure comme les nombres complexes, dont l'addition et la multiplication se produisent dans l'espace bidimensionnel [16].

### 2.11.5 Les quaternions

Le quaternion décrit la rotation en un seul mouvement (rotation d'un axe unitaire par un angle  $\theta$ ) [17]. C'est une généralisation des nombres complexes.

Les quaternions unitaires fournissent une notation mathématique pratique pour représenter l'orientation et la rotation des objets en trois dimensions. Comparés aux angles d'Euler, ils sont plus simples à composer et évitent le problème de blocage du cardan. Par rapport aux matrices de rotation, ils sont plus stables numériquement et peuvent être plus efficaces. Les quaternions ont été adoptés dans des applications d'infographie, de robotique, de navigation, de dynamique moléculaire et de mécanique spatiale des satellites[18].

Un quaternion est composée d'une partie réelle  $q_0$  et d'une partie vectorielle ou complexe  $\bar{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T \in \mathbb{R}^3$

$$q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k \quad (2.22)$$

où le vecteur  $i, j$  et  $k$  représente une base orthogonale.

La figure (2.14) montre une représentation du plan en quaternion

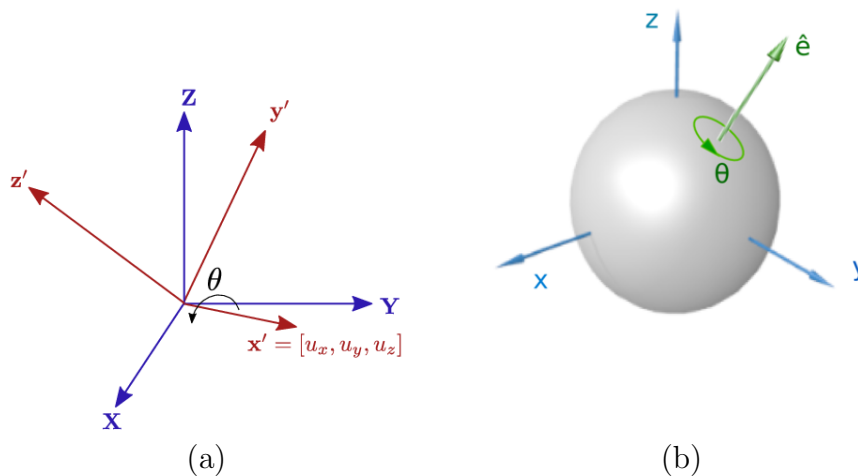


FIGURE 2.14 – Représentation du repère en quaternion : (a) Représentation en 2D (b) Représentation en 3D.

Voici un ensemble de définitions et d'opérations qui peuvent être appliquées au quaternion :

**La norme :** est définie de la même manière que pour les nombres complexes. De plus, si le quaternion est de norme unitaire, il est appelé quaternaire unitaire et il peut être utilisé comme opérateur de rotation.

$$\|q\| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \quad (2.23)$$

**Le conjugué :** est défini par l'inversion du signe de la partie complexe du quaternion.

$$q^* = [q_0 \quad -q_1 \quad -q_2 \quad -q_3]^T \quad (2.24)$$

**L'inverse :** est défini comme l'inverse des nombres complexes. En outre, si le quaternion est unitaire, alors l'inverse est le même que son conjugué.

$$q^{-1} = \frac{q^*}{\|q\|^2} \quad (2.25)$$

**La multiplication :** la multiplication de deux quaternions  $p$ ,  $q$  est effectuée par le produit Kronecker, noté  $\otimes$ . Si  $p$  représente une rotation et  $q$  une autre rotation, alors  $p \otimes q$  représente la rotation combinée. Il est important de noter que la multiplication des quaternions est non commutative [19].

$$p \otimes q = \begin{bmatrix} p_0q_0 - p_1q_1 - p_2q_2 - p_3q_3 \\ p_0q_1 + p_1q_0 + p_2q_3 - p_3q_2 \\ p_0q_2 - p_1q_3 + p_2q_0 + p_3q_1 \\ p_0q_3 + p_1q_2 - p_2q_1 + p_3q_0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$p \otimes q = Q(p)q = \begin{bmatrix} p_0 & -p_1 & -p_2 & -p_3 \\ p_1 & p_0 & -p_3 & p_2 \\ p_2 & p_3 & p_0 & -p_1 \\ p_3 & -p_2 & p_1 & p_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$p \otimes q = \bar{Q}(q)p = \begin{bmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & q_3 & -q_2 \\ q_2 & -q_3 & q_0 & q_1 \\ q_3 & q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

**La dérivée :** nécessite une certaine manipulation algébrique présentée par [20]. Dans

l'équation (2.29), le vecteur vitesse angulaire est exprimée dans le repère fixe, et dans l'équation (2.30), il est exprimée dans le repère mobile [19].

$$\dot{q}_\omega(q, \omega) = \frac{1}{2}q \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \end{bmatrix} = \frac{1}{2}Q(q) \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\dot{q}_{\omega'}(q, \omega') = \frac{1}{2}q \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ \omega' \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\bar{Q}(q) \begin{bmatrix} 0 \\ \omega' \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -p q_1 - q q_2 - r q_3 \\ p q_0 - q q_3 + r q_2 \\ p q_3 + q q_0 - r q_1 \\ -p q_2 + q q_1 + r q_0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

où :

$\omega = [p \ q \ r]^T$  est la vitesses angulaire exprimée dans le repère fixe et  $\omega'$  est la vitesses angulaire exprimée dans le repère mobile.

### 2.11.6 Matrice de rotation avec quaternion

La rotation peut être exprimée par la multiplication par un quaternion. Cependant, la transformation du repère fixe au repère mobile se fait en multipliant deux quaternions, le normal et son conjugué, comme indiqué dans l'équation suivante :

$$\omega = q \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix} \otimes q^* \quad (2.32)$$

où le vecteur  $v$  dans l'équation (2.32) peut être remplacé par les axes x, y et z. Ce qui donne :

$$R_x(q) = q \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes q^* = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \\ 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) \\ 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$R_y(q) = q \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes q^* = \begin{bmatrix} 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) \\ q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 \\ 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$



$$R_z(q) = q \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes q^* = \begin{bmatrix} 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

La matrice de rotation en quaternion est donnée par :

$$R(q) = \begin{bmatrix} R_x(q) & R_y(q) & R_z(q) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

La rotation peut également être représentée en utilisant un vecteur de rotation, où  $u$  est l'axe de rotation (vecteur unitaire) et  $\alpha$  est l'angle de rotation.

$$q = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + u \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (2.37)$$

Pour représenter les rotations du quaternion d'une manière plus intuitive, l'utilisation des deux équations suivantes assure la conversion des angles d'Euler en quaternion et du quaternion en angle d'Euler. Cette propriété est très utile dans le cas où l'objectif est de représenter une orientation en angles, tout en conservant la dynamique globale du système sous forme de quaternion [21].

$$q = \begin{bmatrix} \cos(\phi/2) \cos(\theta/2) \cos(\psi/2) + \sin(\phi/2) \sin(\theta/2) \sin(\psi/2) \\ \sin(\phi/2) \cos(\theta/2) \cos(\psi/2) - \cos(\phi/2) \sin(\theta/2) \sin(\psi/2) \\ \cos(\phi/2) \sin(\theta/2) \cos(\psi/2) + \sin(\phi/2) \cos(\theta/2) \sin(\psi/2) \\ \cos(\phi/2) \cos(\theta/2) \sin(\psi/2) - \sin(\phi/2) \sin(\theta/2) \cos(\psi/2) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{atan2}(2(q_0q_1 + q_2q_3), q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2) \\ \text{asin}(2(q_0q_2 - q_3q_1)) \\ \text{atan2}(2(q_0q_3 + q_1q_2), q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

## 2.12 Le modèle mathématique

Après une description détaillée de toutes les forces et moments qui agissent sur le système et une brève présentation des propriétés fondamentales du quaternion, nous pouvons maintenant élaborer les équations dynamiques du Quanser. Pour la modélisation, nous utilisons les équations de Newton-Euler pour représenter la dynamique de rotation, comme montre dans l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_{gh} + F_{ext} \end{cases} \quad (2.40)$$

avec

$S(\Omega)$  : la matrice antisymétrique

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix};$$

$\Omega$  : la vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe ;

$\wedge$  : le produit vectoriel ;

$J$  : la matrice d'inertie symétrique de système de dimension(3×3).

$$\begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix};$$

$M_f$  : le moment provoqué par les forces de poussée et de traînée.

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix}; \quad (2.41)$$

$M_{gh}$  : le moment gyroscopique des hélices.

$$M_{gh} = \begin{bmatrix} J_r g(u) \dot{q} \\ -J_r g(u) \dot{p} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (2.42)$$

$F_{ext}$  : l'ensemble des perturbations externes et les erreurs de modélisation.

On remplace chaque moment par sa formule, on trouve :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p} \\ \ddot{q} \\ \ddot{r} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \wedge \left( \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} J_r g(u) \dot{q} \\ -J_r g(u) \dot{p} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} lb(w_4^2 - w_2^2) \\ lb(w_3^2 - w_1^2) \\ d(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Et donc le système d'équations qui décrit la dynamique de rotation du Quanser est donné par :

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \dot{q} \dot{r} - \frac{J_r g(u)}{J_{xx}} q + \frac{U_2}{J_{xx}} + F_{extp} \\ \dot{q} = \frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}} \dot{p} \dot{r} - \frac{J_r g(u)}{J_{yy}} p + \frac{U_3}{J_{yy}} + F_{extq} \\ \dot{r} = \frac{J_{xx} - J_{yy}}{J_{zz}} \dot{p} \dot{q} + \frac{U_4}{J_{zz}} + F_{extr} \end{cases} \quad (2.44)$$

Notant que  $U_2$   $U_3$   $U_4$  sont les entrées de commande de rotation en tension [V] qui s'écrivent en fonction des vitesses angulaires des quatre rotors comme suit [22] :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

### 2.12.1 La dynamique des rotors

En général, les moteurs à courant continu sont les plus utilisés dans le quadrirotor, ils ont un modèle bien connu. Le rotor peut être défini comme un ensemble d'éléments constitué d'un moteur à courant continu qui entraîne une hélice par l'intermédiaire d'un réducteur.

Le rotor a une dynamique approximée a celle d'un moteur à courant continu, cette dynamique est défini par l'équation différentielle suivante [23] :

$$J_r \dot{w}_i = \tau_i - Q_i \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (2.46)$$

avec

$\tau_i$  est le couple d'entrée et  $Q_i = d w_i^2$  est le couple résistant généré par le rotor  $i$ .

Pour contrôler le Quanser, une boucle de régulation de vitesse est souvent nécessaire. Il faut d'abord déterminer les vitesses désirées de chaque rotor  $w_{d,i}$  correspondant aux valeurs de commande fournies par le contrôleur qui sont en réalité les quatre couples de rotor, ces vitesses peuvent être calculées comme suit :

$$\varpi_d = M^{-1}U \quad (2.47)$$

avec

$\varpi_d = (w_{d,1}^2, w_{d,2}^2, w_{d,3}^2, w_{d,4}^2)$ ,  $U = (U_1, U_2, U_3, U_4)$  et  $M$  est une matrice non singulier

$$M = \begin{pmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

L'objectif est de synthétiser un contrôleur qui rend  $w_i \rightarrow w_{i,d}$  lorsque  $t \rightarrow \infty$  en utilisant les couples  $\tau_i$ .

Définissons l'erreur de vitesse :

$$\tilde{w}_i = w_i - w_{i,d} \quad (2.49)$$

Maintenant, ayant  $w_{i,d}$ , on peut concevoir  $\tau$  comme suit :

$$\tau_i = Q_i + J_r \dot{w}_{i,d} - k_i \tilde{w}_i \quad (2.50)$$

avec  $k_i, i \in \{1, 2, 3, 4\}$  sont quatre paramètres positifs.

On remplace cette loi de commande dans (2.47), on trouve :

$$\dot{w}_i = -\frac{k_i}{J_r} \tilde{w}_i \quad (2.51)$$

La relation (2.51) représente la dynamique de l'erreur de vitesse, elle montre la convergence exponentielle de  $w_i$  vers  $w_{i,d}$ , lorsque  $t \rightarrow \infty$ , par conséquent, la convergence des couples vers les valeurs désirées conduisant à la stabilisation du Quanser [23].

Les moteurs à courant continu sont contrôlés par les tensions d'alimentation de ces quatre moteurs, nous devons donc obtenir la tension d'entrée de chaque moteur. En supposant que l'inductance du moteur est faible et en considérant que les moteurs utilisés sont identiques, on peut obtenir la tension à appliquer à chaque moteur comme suit :

$$v_i = \frac{R_a}{k_m k_g} \tau_i + k_m k_g w_i \quad (2.52)$$

où

$R_a$  est la résistance du moteur,  $k_m$  est la constante de couple du moteur et  $k_g$  est le gain d réducteur.

Comme nous utilisons les mêmes moteurs, tous les paramètres sont les mêmes pour les quatre moteurs. Enfin, la tension  $v_i$  est utilisée pour générer le signal modulé en largeur d'impulsion (PWM) pour la commande du moteur  $i$  [23].

## 2.13 Représentation d'état du système

Pour un même système physique, nous pouvons avoir une multitude de représentations d'état, dans notre étude nous choisissons le vecteur d'état suivant [23] :

$$X = [p \quad q \quad r]^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T \quad (2.53)$$

Cela implique la représentation d'état affine en commande suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) + g_1(x)U_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x) + g_2(x)U_3 \\ \dot{x}_3 = f_3(x) + g_3(x)U_4 \end{cases} \quad (2.54)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x) = \frac{J_{yy}-J_{zz}}{J_{xx}} \dot{x}_2 \dot{x}_3 - \frac{J_r g(u)}{J_{xx}} x_2 + F_{extp} \\ g_1(x) = \frac{1}{J_{xx}} \\ f_2(x) = \frac{J_{zz}-J_{xx}}{J_{yy}} \dot{x}_1 \dot{x}_3 - \frac{J_r g(u)}{J_{yy}} x_1 + F_{extq} \\ g_2(x) = \frac{1}{J_{yy}} \\ f_3(x) = \frac{J_{xx}-J_{yy}}{J_{zz}} \dot{x}_1 \dot{x}_2 + F_{extr} \\ g_3(x) = \frac{1}{J_{zz}} \end{array} \right. \quad (2.55)$$

## 2.14 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le quadri-rotor, le principe de ses mouvements et les différentes forces et moments qui agissent sur l'engin. Nous avons également présenté le Quanser et développé son modèle dynamique et sa représentation d'état. Nous concluons que le Quanser est un système non linéaire sur actionné puisque le nombre d'entrées de commande est supérieur au nombre de degrés de liberté.

# Chapitre 3

## Commande non-linéaire par $PD$

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>55</b>
<b>3.2</b>	<b>Pourquoi la commande non-linéaire ?</b>	<b>55</b>
<b>3.3</b>	<b>Stabilité au sens de Lyapunov</b>	<b>56</b>
3.3.1	Notions de base	57
3.3.2	La théorie de Lyapunov	58
3.3.3	Stabilité au sens de Lyapunov	59
<b>3.4</b>	<b>Principe de la commande non-linéaire par <math>PD</math></b>	<b>60</b>
<b>3.5</b>	<b>Stabilité exponentielle</b>	<b>62</b>
<b>3.6</b>	<b>Application de la commande par <math>PD^2</math> sur le Quanser</b>	<b>63</b>
3.6.1	La commande de roulis ( $\phi$ )	63
3.6.2	La commande de tangage ( $\theta$ )	63
3.6.3	La commande de lacet ( $\psi$ )	64
<b>3.7</b>	<b>Résultats de la 1<sup>ère</sup> simulation</b>	<b>64</b>
3.7.1	Résultats de simulation sans perturbations	66
3.7.2	Résultats de simulation avec perturbations	67
3.7.3	Interprétation	69
<b>3.8</b>	<b>Stabilité globale asymptotique</b>	<b>69</b>
<b>3.9</b>	<b>Application de la commande par <math>PD</math> sur le Quanser</b>	<b>71</b>
3.9.1	La commande de roulis ( $\phi$ )	71
3.9.2	La commande de tangage ( $\theta$ )	71
3.9.3	La commande de lacet ( $\psi$ )	71
<b>3.10</b>	<b>Résultats de la 2<sup>ème</sup> simulation</b>	<b>72</b>
3.10.1	Résultats de simulation sans perturbations	72
3.10.2	Résultats de simulation avec perturbations	74

3.10.3 Interprétation . . . . .	75
<b>3.11 Conclusion . . . . .</b>	<b>75</b>

---

### Résumé

Le présent chapitre porte un résumé des concepts fondamentaux de la commande non-linéaire, qui nous aident à concevoir le contrôleur. La théorie et la stabilité au sens de Lyapunov sont également présentées. Ensuite, nous abordons les fondements de la technique de commande non linéaire par  $PD$  avec deux types de stabilisation, qui seront validés sur le modèle du Quanser.



### 3.1 Introduction

La dynamique d'un Quanser est fortement non-linéaire et relativement complexe en raison de la difficulté à modéliser les forces aérodynamiques (le coefficient aérodynamique, la masse volumique de l'air et la surface apparente). De même l'incertitude des constantes physiques de l'engin (masse, inertie). Il existe plusieurs techniques de commande basées sur la linéarisation du modèle dynamique. Ces approches ont des limitations quand le système s'éloigne de son point de fonctionnement.

Dans notre travail, nous proposons deux techniques de commande non-linéaire par  $PD$  pour le contrôle d'attitude appliqué sur le Quanser. Nous allons synthétiser les lois de commande et les simuler pour vérifier les résultats théoriques.

### 3.2 Pourquoi la commande non-linéaire ?

La commande linéaire est un sujet mûr, avec une variété de méthodes puissantes et une longue histoire d'applications industrielles réussies. Il est donc naturel de se demander pourquoi tant de chercheurs et de concepteurs, issus de domaines aussi vastes tel que le contrôle des avions et des vaisseaux spatiaux, la robotique, le contrôle des processus et le génie biomédical, ont récemment montré un intérêt actif pour le développement et l'application des méthodes de contrôle non linéaire. De nombreuses raisons peuvent être citées pour expliquer cet intérêt [24] :

- ➔ **Amélioration des systèmes de contrôle existants** : Les méthodes de contrôle linéaire sont valides uniquement au voisinage du point de fonctionnement. Lorsque la plage de fonctionnement est grande, un régulateur linéaire est susceptible de fonctionner très mal ou d'être instable, car les non-linéarités du système ne peuvent pas être correctement compensées. Par contre, Les contrôleurs non linéaires peuvent traiter directement les non-linéarités dans le cas d'un fonctionnement à grande échelle.
  
- ➔ **Analyse des non-linéarités dures "hard non linearities"** : Le contrôle linéaire exige que le modèle du système soit linéarisable. Cependant, il existe des non-linéarités qui ne permettent pas une approximation linéaire. Ces non-linéarités dites "dures" par exemple l'hystérésis. Pour cela des techniques d'analyse non linéaire sont développées pour assurer les performances du système en présence de ces non-linéarités. Étant donné qu'ils provoquent souvent des instabilités ou des cycles limites, leurs effets doivent être prévus et correctement compensés.

- ➔ **Faire face aux incertitudes des modèles :** Les régulateurs linéaires nécessitent la connaissance des paramètres du modèle du système. Cependant, de nombreuses modélisations impliquent des incertitudes dans les paramètres du modèle. Cela peut être dû à une lente variation temporelle des paramètres (par exemple, de la pression atmosphérique ambiante pendant un vol d'avion), ou à un changement brusque des paramètres (par exemple, des paramètres inertiels d'un robot lorsqu'un nouvel objet est saisi). Un contrôleur linéaire basé sur des valeurs inexactes peut présenter une dégradation des performances, voire une instabilité. Deux classes de contrôleurs non linéaires sont prévues à cet effet : les contrôleurs robustes et les contrôleurs adaptatifs.
  
- ➔ **Simplicité de conception :** Les bons modèles de contrôle non linéaire peuvent être plus simples et plus intuitifs que les contrôleurs linéaires. Ce résultat a priori paradoxal vient du fait que les conceptions de contrôleurs non linéaires sont souvent profondément ancrées dans la physique des systèmes.

Le sujet de la commande non linéaire est un domaine important en automatique. L'apprentissage des techniques de base de l'analyse et de la conception de la commande non linéaire peut améliorer la capacité d'un ingénieur en automatique à traiter efficacement les problèmes pratiques de commande. Il permet également de mieux comprendre le monde réel, qui est intrinsèquement non linéaire. Les techniques du contrôle non linéaire ont bénéficié du progrès de la technologie informatique à savoir la puissance et vitesse des calculateurs.

### 3.3 Stabilité au sens de Lyapunov

Par définition, la stabilité signifie que si un système est en équilibre, il restera dans cet état lorsque le temps variera. L'analyse de la stabilité au sens de Lyapunov consiste à étudier les trajectoires du système lorsque l'état initial est proche d'un état d'équilibre.

L'objectif de la stabilité est de tirer des conclusions sur le comportement du système sans calculer explicitement ses trajectoires. Afin d'étudier les résultats classiques sur la notion de stabilité au sens de Lyapunov, il faut rappeler les définitions suivantes [25].

### 3.3.1 Notions de base

Cette partie représente quelques notions de base sur l'étude de stabilité d'un système de dimension finie.

Considérons le système (3.1) :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t)) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad \text{où } x(t) \in \mathbb{R}^n \text{ est l'état du système fini.} \quad (3.1)$$

Supposons que les conditions d'existence et d'unicité des solutions de (3.1) sont vérifiées.

#### Définition 3.3.1 (*Point d'équilibre [26]*)

Un état  $x^*$  est un point d'équilibre du système (3.1) si pour tout instant  $t \geq t_0$  l'état du système  $x(t) = x^*$ . Le point d'équilibre vérifie :

$$f(x^*) = 0$$

#### Définition 3.3.2 (*Stabilité d'un point d'équilibre [26]*)

Le point d'équilibre  $x^*$  est stable si pour tout  $\varepsilon > 0$  il existe  $\lambda(\varepsilon)$  tel que :

$$\|x_0 - x^*\| \leq \lambda \implies \|x(t) - x^*\| \leq \varepsilon, \quad \forall t \geq t_0. \quad (3.2)$$

Pour toute boule de centre  $x^*$  et de rayon  $\varepsilon$ , il existe une boule plus petite de rayon  $\lambda(\varepsilon)$  telle que si nous partons de n'importe quelle condition initiale de celle-ci, nous ne quitterons jamais la première.

#### Définition 3.3.3 (*Attractivité d'un point d'équilibre [26]*)

Le point d'équilibre  $x^*$  est attractif s'il existe  $\lambda > 0$  tel que :

$$\|x_0 - x^*\| \leq \lambda \implies \lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - x^*\| = 0. \quad (3.3)$$

Le point d'équilibre  $x^*$  est dit attractif si la trajectoire  $x(t)$ , à un certain voisinage et pendant un certain temps, converge vers ce point d'équilibre  $x^*$ .

**Définition 3.3.4 (Stabilité asymptotique [26])**

Le point d'équilibre  $x^*$  est asymptotiquement stable si :

*Il est à la fois stable et attractif*

Partant d'une condition initiale au voisinage du point d'équilibre  $x^*$ , l'état  $x(t)$  converge vers celui-ci après un certain temps.

**Définition 3.3.5 (Stabilité exponentielle [26])**

Le point d'équilibre  $x(t)$  est exponentiellement stable s'il existe  $\delta > 0$ ,  $\varepsilon > 0$  et  $\lambda$  tels que :

$$\|x_0 - x^*\| \leq \lambda \implies \|x(t) - x^*\| \leq \varepsilon \|x^* - x_0\| e^{-\delta(t-t_0)}, \quad \forall t \geq t_0. \quad (3.4)$$

Dans ce cas, l'état  $x(t)$  converge vers le point d'équilibre d'une manière exponentielle et la variable  $\delta$  caractérise la vitesse de cette convergence.

**Définition 3.3.6 (Stabilité globale [26])**

Le point d'équilibre est globalement (asymptotiquement ou exponentiellement) stable, si les conditions de stabilité précédentes sont vérifiées pour n'importe quelle condition initiale dans  $\mathbb{R}^n$ .

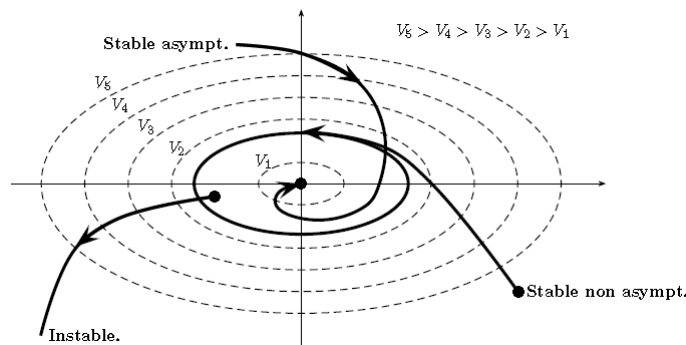


FIGURE 3.1 – Stabilité par la fonction de Lyapunov.

**3.3.2 La théorie de Lyapunov**

La théorie de base de Lyapunov comprend deux méthodes introduites par Lyapunov, la méthode indirecte et la méthode directe.

- ➔ La méthode indirecte, ou méthode de linéarisation, affirme que les propriétés de stabilité d'un système non linéaire au voisinage immédiat d'un point d'équilibre

sont essentiellement les mêmes que celles de son approximation linéarisée. La méthode sert de justification théorique à l'utilisation du contrôle linéaire pour les systèmes physiques, qui sont toujours intrinsèquement non linéaires.

- ✦ La méthode directe est un outil puissant pour l'analyse des systèmes non linéaires, et c'est pourquoi l'analyse dite de Lyapunov fait souvent référence à la méthode directe. La méthode directe est une généralisation des concepts énergétiques associés à un système mécanique : le mouvement d'un système mécanique est stable si son énergie mécanique totale diminue en permanence [27].

En utilisant la méthode directe pour analyser la stabilité d'un système non linéaire, l'idée est de construire une fonction énergétique scalaire (une fonction de Lyapunov) pour le système, et de voir si elle diminue. La puissance de cette méthode vient de sa généralité : elle est applicable à tous les types de systèmes de contrôle, qu'ils soient variables ou non dans le temps, à dimension finie ou à dimension infinie. À l'inverse, la limite de la méthode réside dans le fait qu'il est souvent difficile de trouver une fonction de Lyapunov pour un système.

### 3.3.3 Stabilité au sens de Lyapunov

Bien que la méthode directe de Lyapunov soit à l'origine une méthode d'analyse de stabilité, elle peut être utilisée pour d'autres problèmes de contrôle non linéaire. Une application importante est la conception de contrôleurs non linéaires. L'idée est de formuler d'une manière ou d'une autre une fonction scalaire positive des états du système, puis de choisir une loi de contrôle pour faire diminuer cette fonction [28]. Un système de contrôle non-linéaire ainsi conçu sera garanti d'être stable. Une telle approche de conception a été utilisée pour résoudre de nombreux problèmes de conception complexes, par exemple en robotique et en contrôle adaptatif. La méthode directe peut également être utilisée pour estimer la performance d'un système de contrôle et étudier sa robustesse.

#### **Théorème 3.3.1 (Stabilité au sens de Lyapunov [26])**

Soit  $x^* = 0$  un point d'équilibre du système (3.1) et  $D \in \mathbb{R}^n$  contenant  $x^* = 0$ . s'il existe une fonction  $V$  de classe  $C^1$  telle que :

$$V(0) = 0 \quad \text{et} \quad V(x) > 0 \quad \text{dans} \quad D \setminus \{0\} \quad (3.5)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \quad \text{dans } D \quad (3.6)$$

De plus, si

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \text{dans } D \setminus \{0\} \quad (3.7)$$

alors  $x^* = 0$  est asymptotiquement stable.

### 3.4 Principe de la commande non-linéaire par PD

La représentation par quaternion est basée sur le fait que toute rotation d'un corps rigide peut être décrite par une seule rotation autour d'un axe fixe. Cette représentation globalement non singulière de l'orientation est donnée par le vecteur  $(q, q_0)^T$  avec [23] :

$$q = \hat{k} \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right), \quad q_0 = \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad (3.8)$$

où  $\gamma$  est l'angle de rotation équivalent autour de l'axe décrit par le vecteur unité  $\hat{k} = (\hat{k}_1, \hat{k}_2, \hat{k}_3)$ , soumis à la contrainte :

$$q^T q + q_0^2 = 1 \quad (3.9)$$

La représentation par quaternion contient une ambiguïté de signe (c'est-à-dire  $(q, q_0)$  et  $(-q, -q_0)$  conduisent à la même orientation) qui peut être résolue en choisissant les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{2}(S(q) + q_0 I)\Omega \\ \dot{q}_0 = -\frac{1}{2}q^T \Omega \end{cases} \quad (3.10)$$

où

$I$  : est une matrice identité  $3 \times 3$ .

$S(q)$  : est une matrice antisymétrique.

$$S(q) = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Notre objectif est de stabiliser le point d'équilibre  $(\phi, \theta, \psi, \Omega) = 0$ , ou  $R = I, \Omega = 0$ . Cela peut être réalisé en stabilisant les deux points d'équilibres  $(q = 0, q_0 = \pm 1, \Omega = 0)$  de (2.40) et (3.10).

Puisque  $q_0 = \pm 1$  correspond à  $\gamma = (0, 2\pi)$  il est clair que c'est le même point physique. Ainsi, les deux points d'équilibre  $(q = 0, q_0 = \pm 1, \Omega = 0)$ , en réalité est un point d'équilibre physique unique correspondant à  $(R = I, \Omega = 0)$ .

La figure (3.2) est une illustration de la commande non linéaire dont l'erreur est en quaternion.

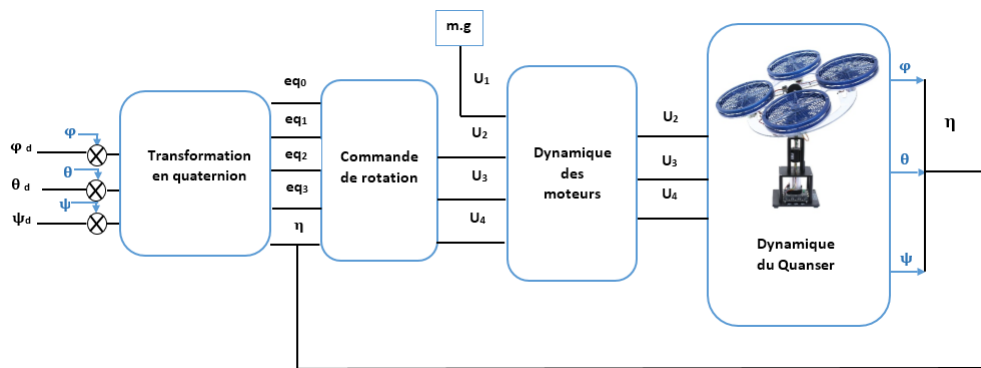


FIGURE 3.2 – Illustration de la commande par quaternion.

Dans la suite, les angles d'Euler et l'angle de rotation équivalent  $\gamma$  sont prises entre  $-\pi$  et  $\pi$ , ce qui implique que  $0 \leq q_0 \leq 1$ .

Nous considérons  $\tau_a$  comme une entrée de commande à concevoir pour la stabilisation du Quanser.

### 3.5 Stabilité exponentielle

On définit la fonction de Lyapunov candidate suivante [23] :

$$V = q^T q + (q_0 - 1)^2 + \frac{1}{2} \tilde{\Omega}^T \Gamma_3^{-1} J \tilde{\Omega} \quad (3.11)$$

Pour assurer les conditions de Lyapunov, on considère la loi de commande suivante :

$$\tau_a = \Omega \wedge J\Omega + M_{gh} + J\dot{\tilde{\Omega}} - \Gamma_2 \tilde{\Omega} - \Gamma_3 q \quad (3.12)$$

où

$$\tilde{\Omega} = \Omega - \bar{\Omega}, \quad \bar{\Omega} = -\Gamma_1 q \quad \text{et} \quad \dot{\tilde{\Omega}} = -\Gamma_1 \dot{q} = -\frac{1}{2} \Gamma_1 (q_0 I + S(q)) \Omega$$

avec :

- ➔  $\Gamma_1$  est une matrice  $3 \times 3$  symétrique définie positive ;
- ➔  $\Gamma_2, \Gamma_3$  sont des matrices  $3 \times 3$  diagonales définies positives dans le cas où  $J$  est diagonale ;
- ➔  $\Gamma_2$  est une matrice  $3 \times 3$  symétrique définie positive et  $\Gamma_3 = \alpha I$ , où  $\alpha$  est un scalaire positif, dans le cas où  $J$  n'est pas diagonale.

Dont la dérivée temporelle de  $\dot{V}$ , en prenant en considération les points (2.40), (3.9), et (3.12) est donnée par :

$$\dot{V} = -q^T \Gamma_1 q - \tilde{\Omega}^T \Gamma_3^{-1} \Gamma_2 \tilde{\Omega} \quad (3.13)$$

ce qui implique que les variables d'état (2.40) et (3.10) sont Bornées et  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{\Omega}(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} q(t) = 0$ . Cela implique que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \Omega(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \bar{\Omega}(t) = 0$ . Ainsi, de (3.9) on peut conclure que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} q_0(t) = \pm 1$  (à noter que  $q_0 = -1$  est exclue puisque les angles sont pris de telle sorte que  $0 \leq q_0 \leq 1$ ).

Maintenant, montrons la stabilité exponentielle. Du fait que  $0 \leq q_0 \leq 1$  et (3.9), nous avons

$$\|q\|^2 = 1 - q_0^2 \geq 1 - q_0 \quad (3.14)$$

Par conséquent,  $V$  peut être borné comme suit :

$$V \leq \max\left\{2, \frac{\lambda_{\max}(\Gamma_3^{-1} J)}{2}\right\} (\|q\|^2 + \|\tilde{\Omega}\|^2) \quad (3.15)$$

$\dot{V}$  peut être bornée comme suit :

$$\dot{V} \leq -\min\{\lambda_{\min}(\Gamma_1), \lambda_{\min}(\Gamma_3^{-1} \Gamma_2)\} (\|q\|^2 + \|\tilde{\Omega}\|^2) \quad (3.16)$$



Ainsi, à partir des équations (3.15) et (3.16), on peut conclure que  $\dot{V} \leq -\beta V$ ,  
où

$$\beta = \frac{\min\{\lambda_{\min}(\Gamma_1), \lambda_{\min}(\Gamma_3^{-1}\Gamma_2)\}}{\max\{2, 0.5\lambda_{\max}(\Gamma_3^{-1}J)\}} \quad (3.17)$$

avec  $\lambda_{\min}(\ast)$  et  $\lambda_{\max}(\ast)$  sont respectivement, les valeurs propres minimale et maximale de  $(\ast)$ .

Donc le point d'équilibre ( $R = I, \Omega = 0$ ) est exponentiellement stable.

### Remarque 1

Si l'on considère le système tel que  $\Omega$  est suffisamment petit et  $R$  proche de l'identité, les termes de Coriolis et de gyroscopique peuvent être négligés dans la loi de contrôle (3.12) pour obtenir le contrôleur stabilisateur local et moins complexe suivant :

$$\tau_a = J\dot{\tilde{\Omega}} - \Gamma_2\tilde{\Omega} - \Gamma_3q \quad (3.18)$$

Notez que la loi de contrôle (3.12) exige la compensation des couples de Coriolis et des couples gyroscopiques impliquant l'inertie du Quanser  $J$  et l'inertie du rotor  $J_r$ .

## 3.6 Application de la commande par $PD^2$ sur le Quanser

### 3.6.1 La commande de roulis ( $\phi$ )

$$\begin{cases} v_{11} = -\frac{I_x}{2} k_{11}(eq_0 \dot{\phi} - eq_3 \dot{\theta} + eq_2 \dot{\psi}) \\ v_{21} = -k_{21}(\dot{\phi} + k_{11} eq_1) \\ v_{31} = -k_{31} eq_1 \end{cases}$$

$$U_2 = -(I_y - I_z)\dot{\theta}\dot{\psi} + J_r g_u \dot{\theta} + v_{11} + v_{21} + v_{31} \quad (3.19)$$

### 3.6.2 La commande de tangage ( $\theta$ )

$$\begin{cases} v_{12} = -\frac{I_y}{2} k_{12}(eq_3 \dot{\phi} + eq_0 \dot{\theta} - eq_1 \dot{\psi}) \\ v_{22} = -k_{22}(\dot{\theta} + k_{12} eq_2) \\ v_{32} = -k_{32} eq_2 \end{cases}$$

$$U_3 = -(I_z - I_x)\dot{\phi}\dot{\psi} - J_r g_u \dot{\phi} + v_{12} + v_{22} + v_{32} \quad (3.20)$$

### 3.6.3 La commande de lacet ( $\psi$ )

$$\begin{cases} v_{13} = -\frac{I_z}{2} k_{13} (-e q_2 \dot{\phi} + e q_1 \dot{\theta} + e q_0 \dot{\psi}) \\ v_{23} = -k_{23} (\dot{\psi} + k_{13} e q_3) \\ v_{33} = -k_{33} e q_3 \end{cases}$$

$$U_4 = -(I_x - I_y) \dot{\phi} \dot{\theta} + v_{13} + v_{23} + v_{33} \quad (3.21)$$

## 3.7 Résultats de la 1<sup>ère</sup> simulation

Dans cette section, nous présentons une série de simulations issues de l'application de la commande par un contrôleur  $PD^2$  vue précédemment sur le Quanser pour tester l'efficacité obtenues pour résoudre le problème de suivi. Nous avons effectué les simulations sous MATLAB/Simulink.

Les paramètres du système sont pris à partir de la référence [23] et les conditions initiales sont détaillés dans les tableaux ci-dessous :

TABLE 3.1 – Les paramètres du système.

Nom	Paramètre	Valeur	Unité
masse totale du quadri-rotor	$m$	0.486	$kg$
longueur du segment	$l$	0.25	$m$
gravité	$g$	9.806	$m.s^{-2}$
inertie dans l'axe $X$	$I_{xx}$	$(10^{-3}) * 3.8278$	$kg.m^2$
inertie dans l'axe $Y$	$I_{yy}$	$(10^{-3}) * 3.8288$	$kg.m^2$
inertie dans l'axe $Z$	$I_{zz}$	$(10^{-3}) * 7.6566$	$kg.m^2$
inertie du moteur	$J_r$	$2.8385 * (10^{-5})$	$kg.m^2$
coefficient de portance	$b$	$2.9842 * (10^{-5})$	$N.sec^2$
coefficient de drag	$d$	$3.2320 * (10^{-7})$	$N.m.sec^2$

TABLE 3.2 – Les conditions initiales.

condition initiale	Valeur
$\phi_0 \phi_{p,0}$	0
$\theta_0 \theta_{p,0}$	0
$\psi_0 \psi_{p,0}$	0
$w_{10}$	0
$w_{20}$	0
$w_{30}$	0
$w_{40}$	0

Le schéma global de la simulation est représenté dans la figure suivante :

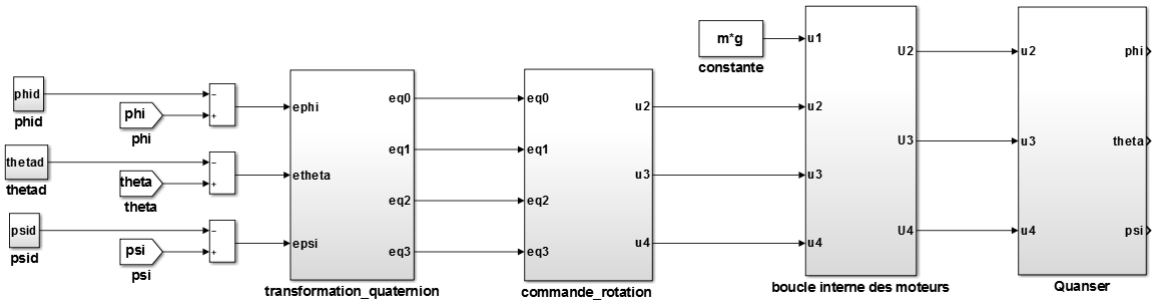


FIGURE 3.3 – Schéma global de la commande par quaternion sous MATLAB/Simulink.

Plusieurs tests de vol ont été faits pour démontrer les performances de la commande proposée. Premièrement, une application qui ne prend pas en compte les perturbations externes. Dans le deuxième cas, une application avec les termes des perturbations externes qui sont données par :

TABLE 3.3 – Les perturbations externes.

Paramètre	La fonction	amplitude	fréquence	biais
$k_{fax}$	sinus	$3 * 10^{-4}$	1/20	$3 * 10^{-4}$
$k_{fay}$	sinus	$3 * 10^{-4}$	1/20	$3 * 10^{-4}$
$k_{faz}$	sinus	$3.5 * 10^{-4}$	1/20	$3.5 * 10^{-4}$

Les paramètres du contrôleur sont donnés par :

TABLE 3.4 – Les paramètres du contrôleur.

Paramètre	Valeur
$k_{11}, k_{21}$	0.08
$k_{12}, k_{22}$	0.07
$k_{13}, k_{23}$	0.05
$k_{31}, k_{32}, k_{33}$	5

### 3.7.1 Résultats de simulation sans perturbations

Dans ce cas, nous négligeons les perturbations externes c'est-à-dire  $F_{ext} = 0$ .

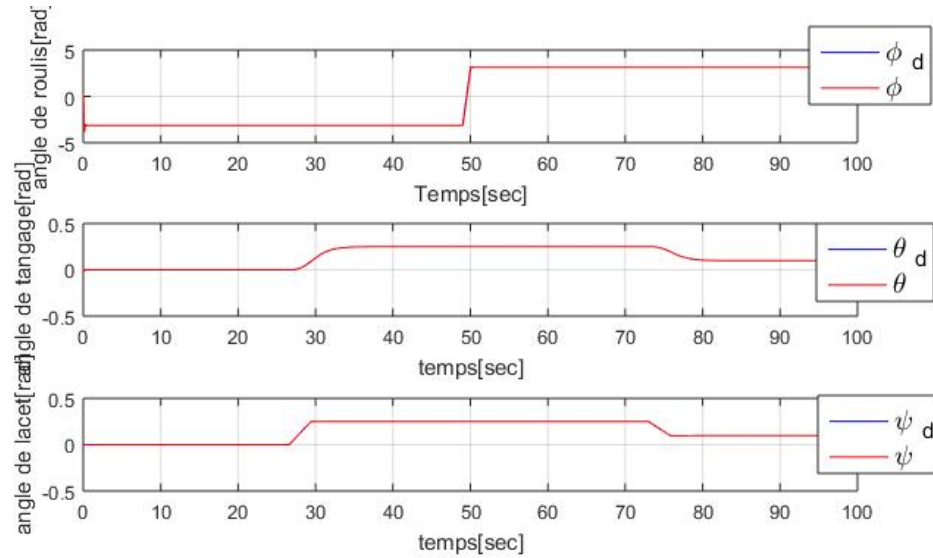


FIGURE 3.4 – Les trajectoires des angles de tangage, de roulis et de lacet.

Dont les conditions initiales des angles de rotation mesurés et désirés ne sont pas les même, comme le montre la figure

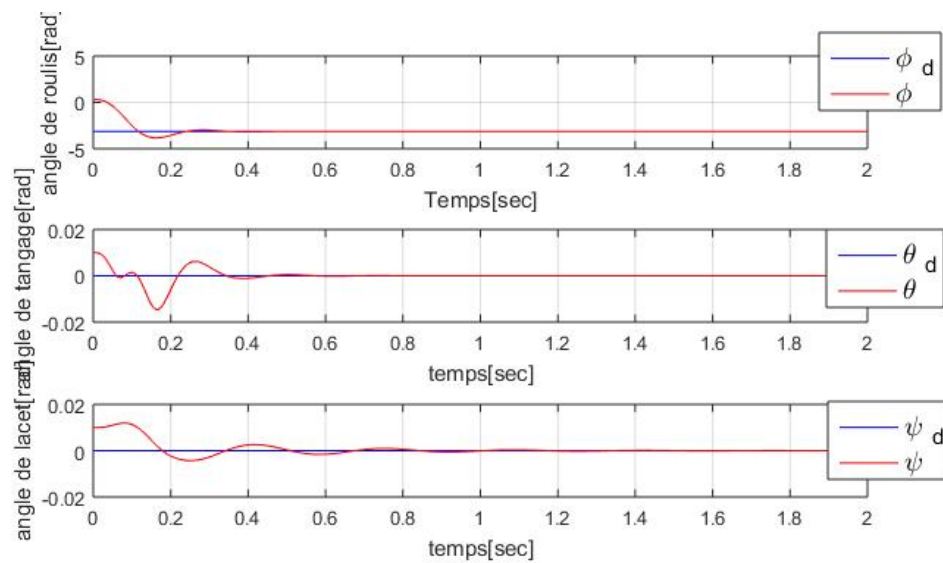


FIGURE 3.5 – Les trajectoires de rotation avec des conditions initiales différentes.

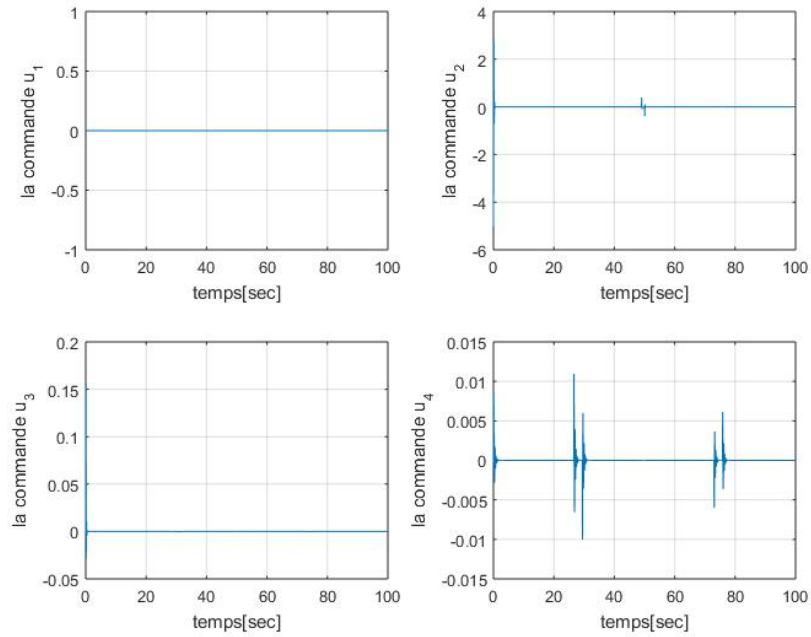


FIGURE 3.6 – Entrées de commande  $U$  par quaternion sans perturbations.

### 3.7.2 Résultats de simulation avec perturbations

Dans ce cas, les perturbations externes sont prises en compte dans le modèle dynamique du Quanser.

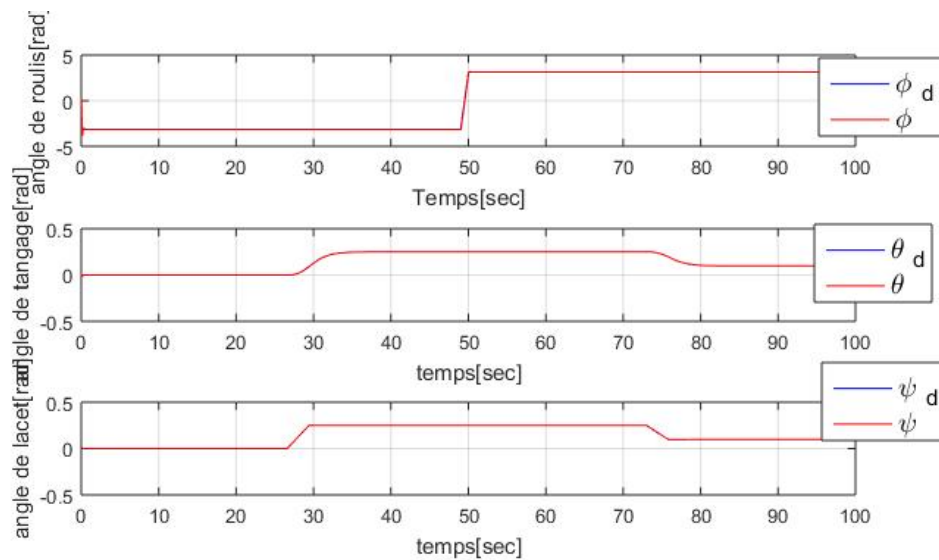


FIGURE 3.7 – Les trajectoires des angles de tangage, de roulis et de lacet.

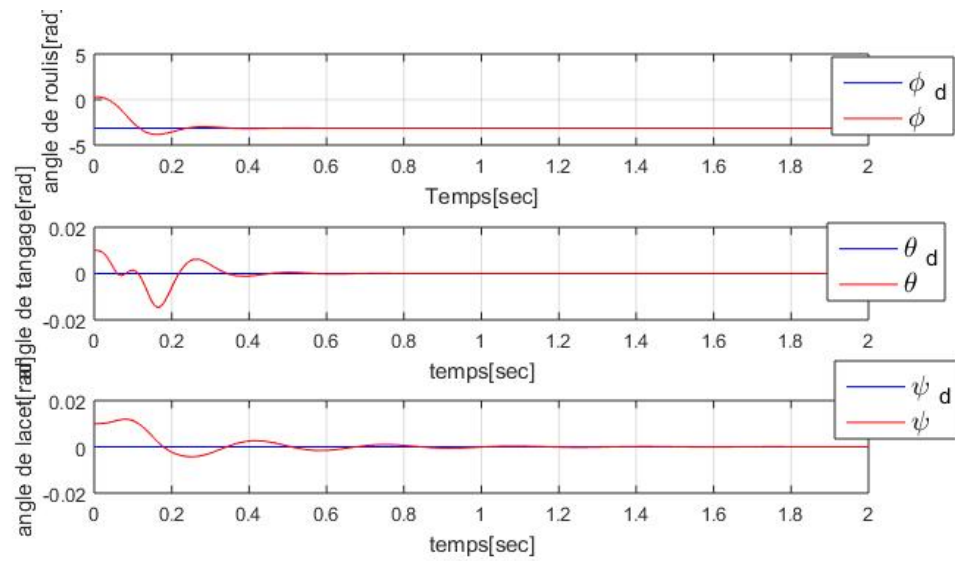


FIGURE 3.8 – Les trajectoires de rotation avec des conditions initiales différentes.

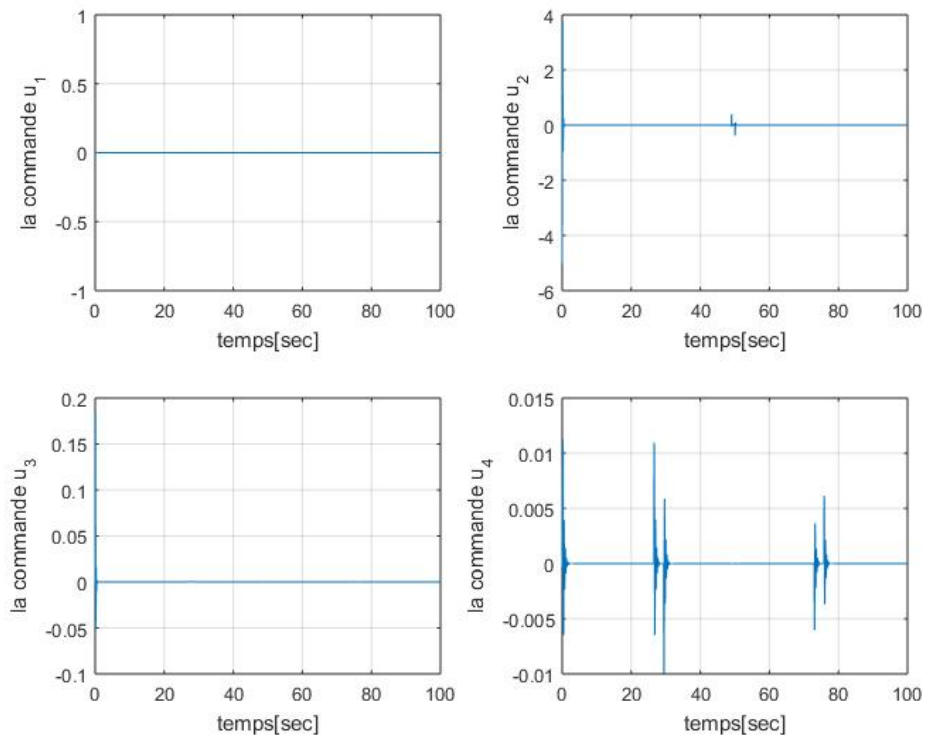


FIGURE 3.9 – Entrées de commande  $U$  par quaternion avec perturbations.

### 3.7.3 Interprétation

A la lumière de ces résultats, on peut remarquer que le contrôleur proposé fonctionne très bien avec un très bon suivi de références, et que toutes les erreurs convergent rapidement vers zéro.

Nous observons que l'angle  $\phi$  tourne de  $360^\circ$  en 1 seconde sans aucun problème. Grâce à l'utilisation du quaternion, le Quanser permet d'effectuer ce basculement sans problème car il n'est pas soumis à des non-linéarités et des singularités, contrairement aux angles d'Euler qui ne permettent pas d'effectuer ce type de basculement. Le signal de commande est un peu saturé du fait que le contrôleur a été réglé pour des transitions douces. Enfin, nous constatons que l'existence d'une petite perturbation n'affecte pas les performances du Quanser.

## 3.8 Stabilité globale asymptotique

Maintenant, nous allons montrer que la commande classique à rétroaction  $PD$  sans compensation du Coriolis et des couples gyroscopiques (c'est-à-dire une commande indépendante du modèle) peut stabiliser asymptotiquement le Quanser.

Soit la fonction de Lyapunov candidate [23] :

$$V = \alpha q^T q + \alpha(q_0 - 1)^2 + \frac{1}{2} \Omega^T J \Omega \quad (3.22)$$

On considère l'équation (2.40) est sous la loi de contrôle suivante :

$$\tau_a = -\Gamma_4 \Omega - \alpha q \quad (3.23)$$

où

$\Gamma_4$  est une matrice  $3 \times 3$  symétrique définie positive et  $\alpha$  est un paramètre positif. Dont la dérivée temporelle de  $\dot{V}$ , en prenant en considération les points (2.40), (3.9), (3.10) et (3.23), et en utilisant le fait que  $\Omega^T(\Omega \wedge J) = 0$  et  $\Omega^T M_{gh} = \Omega^T(\Omega \wedge e_z) \sum_{i=1}^4 J_r (-1)^{i+1} \omega_i = 0$ , est donnée par :

$$\dot{V} = -\Omega^T \Gamma_4 \Omega \quad (3.24)$$

Ce qui implique que  $\Omega(t)$ ,  $q(t)$  et  $q_0(t)$  sont bornées. En utilisant le théorème de stabilité de Lyapunov, on peut facilement montrer que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \Omega(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} q(t) = 0$  et  $\lim_{t \rightarrow +\infty} q_0(t) = \pm 1$ . Par conséquent, le point d'équilibre ( $R = I, \Omega = 0$ ) est globalement asymptotiquement stable.

**Remarque 2**

La loi de contrôle (3.12) peut être rédigée sous la forme :

$$\tau_a = \Omega \wedge J\Omega + M_{gh} - (\Gamma_3 + \Gamma_2\Gamma_1)q - \Gamma_2\Omega - J\Gamma_1\dot{q} \quad (3.25)$$

qui est un  $PD^2$  avec compensation de Coriolis et de couples gyroscopiques. Les deux actions dérivées sont liées à la vitesse angulaire ( $\Omega$ ) et à la "vitesse du quaternion" ( $\dot{q}$ ). Notez que  $\dot{q}$  est obtenu explicitement à partir de (3.10).

La loi de contrôle (3.23) est une rétroaction  $PD$  classique, où l'action dérivée est liée à la vitesse angulaire ( $\Omega$ ). Le principal avantage de la loi de contrôle (3.23) par rapport à la loi de contrôle (3.12) est le fait que les paramètres du modèle ne sont pas nécessaires et que la loi de contrôle est beaucoup plus simple à mettre en œuvre. Les principaux avantages de la loi de contrôle (3.23) par rapport à la loi de contrôle (3.12) sont les suivants :

- La possibilité d'utiliser un gain matriciel  $\Gamma_3$  au lieu d'un gain scalaire dans la rétroaction du quaternion ;
- La propriété de convergence exponentielle principalement due à la compensation des termes de Coriolis et gyroscopique et à l'utilisation de la dérivée temporelle vecteur-quaternion  $\dot{q}$ .

**Remarque 3**

Il convient de noter que le problème de la régulation des points de consigne est implicitement inclus dans les résultats précédents. En fait, si nous voulons stabiliser le Quanser à une configuration arbitraire, nous devons définir le vecteur d'erreur comme  $[\phi - \phi_d, \theta - \theta_d, \psi - \psi_d]^T$  et obtenir le quaternion correspondant  $(q, q_0)$  à utiliser dans les lois de contrôle précédentes. Notez que les angles d'attitude souhaités  $\phi_d, \theta_d$  et  $\psi_d$  peut être spécifié par le pilote pour contrôler le mouvement du Quanser dans l'espace.



### 3.9 Application de la commande par $PD$ sur le Quanser

#### 3.9.1 La commande de roulis ( $\phi$ )

$$\begin{cases} v_{11} = -k_{11} \dot{\phi} \\ v_{21} = -k_{21} e q_1 \end{cases}$$

$$U_2 = -(I_y - I_z) \dot{\theta} \dot{\psi} + J_r g_u \dot{\theta} + v_{11} + v_{21} \quad (3.26)$$

#### 3.9.2 La commande de tangage ( $\theta$ )

$$\begin{cases} v_{12} = -k_{12} \dot{\theta} \\ v_{22} = -k_{22} e q_2 \end{cases}$$

$$U_3 = -(I_z - I_x) \dot{\phi} \dot{\psi} - J_r g_u \dot{\phi} + v_{12} + v_{22} \quad (3.27)$$

#### 3.9.3 La commande de lacet ( $\psi$ )

$$\begin{cases} v_{13} = -k_{13} \dot{\psi} \\ v_{23} = -k_{23} e q_3 \end{cases}$$

$$U_4 = -(I_x - I_y) \dot{\phi} \dot{\theta} + v_{13} + v_{23} \quad (3.28)$$

### 3.10 Résultats de la 2<sup>ème</sup> simulation

Dans cette section, nous présentons une série de simulations issues de l'application de la commande par quaternion pour assurer la stabilité globale asymptotique vue précédemment sur le Quanser pour tester l'efficacité et la robustesse obtenues pour le problème de suivi. Nous avons effectué les simulations sous MATLAB/Simulink avec des conditions initiales et paramètres présentés dans les tableaux (3.2) et (3.1) respectivement.

Plusieurs tests de vol ont été faits pour démontrer les performances de la commande proposée. Premièrement, une application qui ne prend pas en compte les perturbations externes. Dans le deuxième cas, une application avec les termes des perturbations externes présentées dans le tableau (3.3).

Les paramètres du contrôleur sont donnés par :

TABLE 3.5 – Les paramètres du contrôleur par quaternion.

Paramètre	Valeur
$k_{11}, k_{12}, k_{13}$	0.07
$k_{21}, k_{22}, k_{23}$	3

#### 3.10.1 Résultats de simulation sans perturbations

Dans ce cas, nous négligeons les perturbations externes c'est-à-dire  $F_{ext} = 0$ .

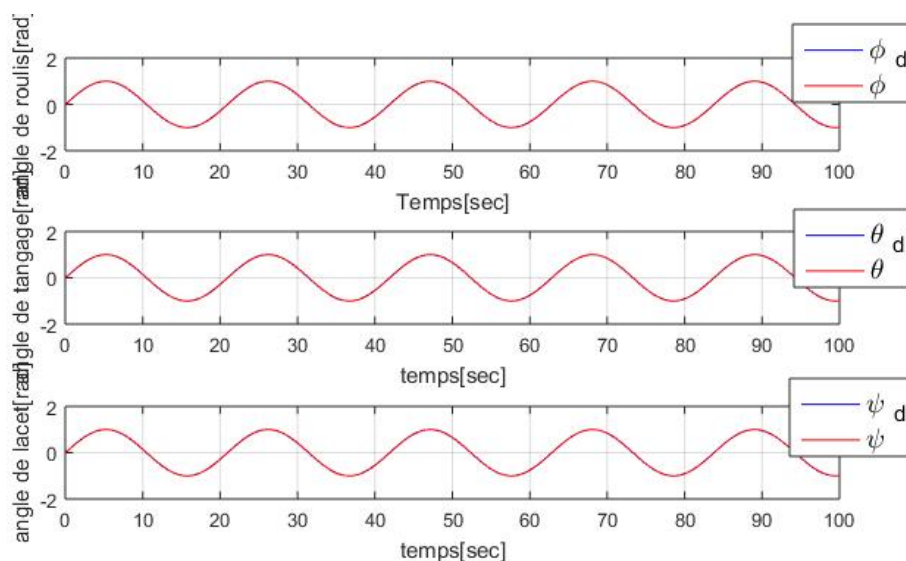


FIGURE 3.10 – Les trajectoires des angles de tangage, de roulis et de lacet.

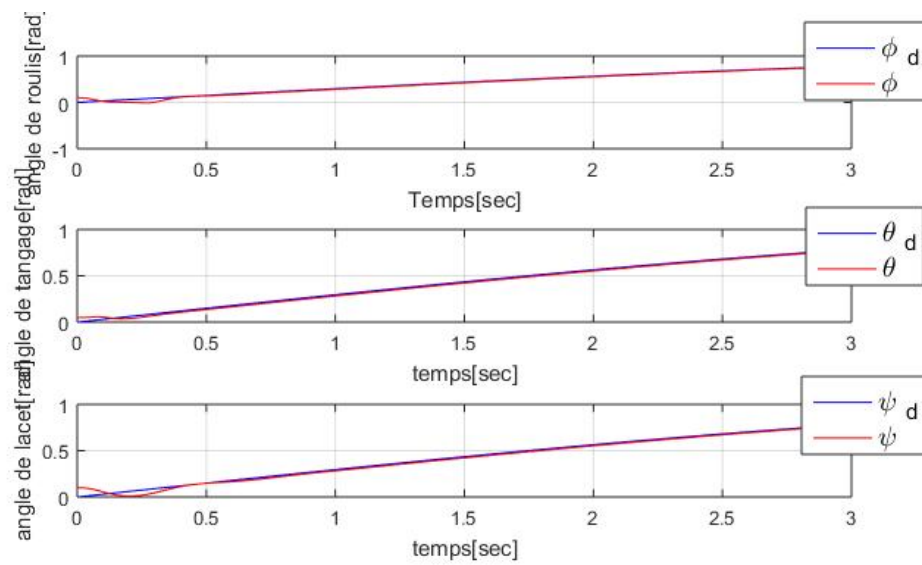


FIGURE 3.11 – Les trajectoires de rotation avec des conditions initiales différentes.

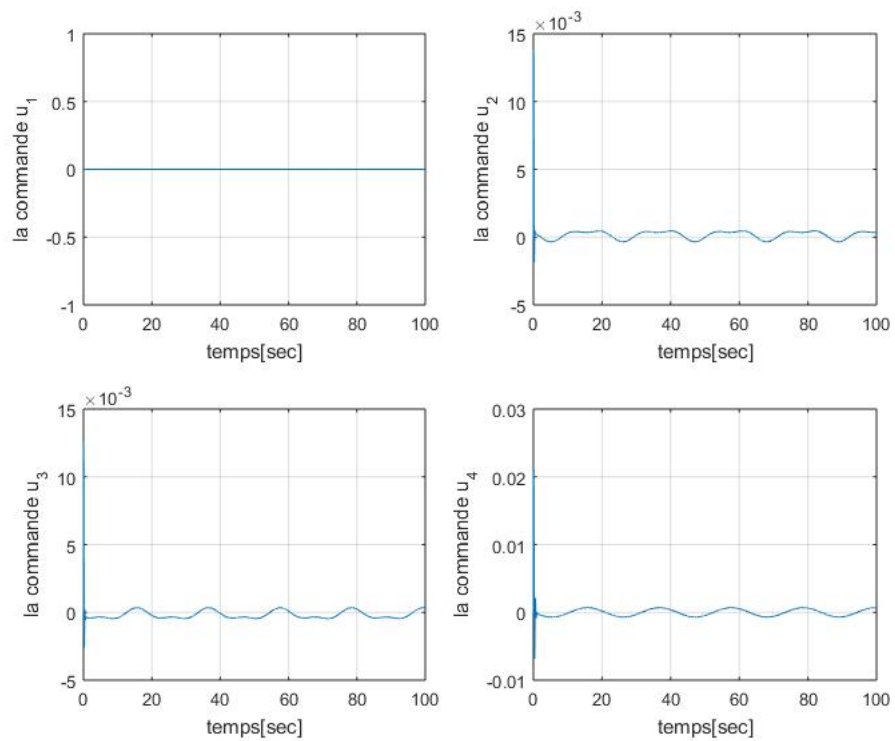


FIGURE 3.12 – Entrées de commande  $U$  par quaternion sans perturbations.

### 3.10.2 Résultats de simulation avec perturbations

Dans ce cas, les perturbations externes sont prises en compte dans le modèle dynamique du Quanser.

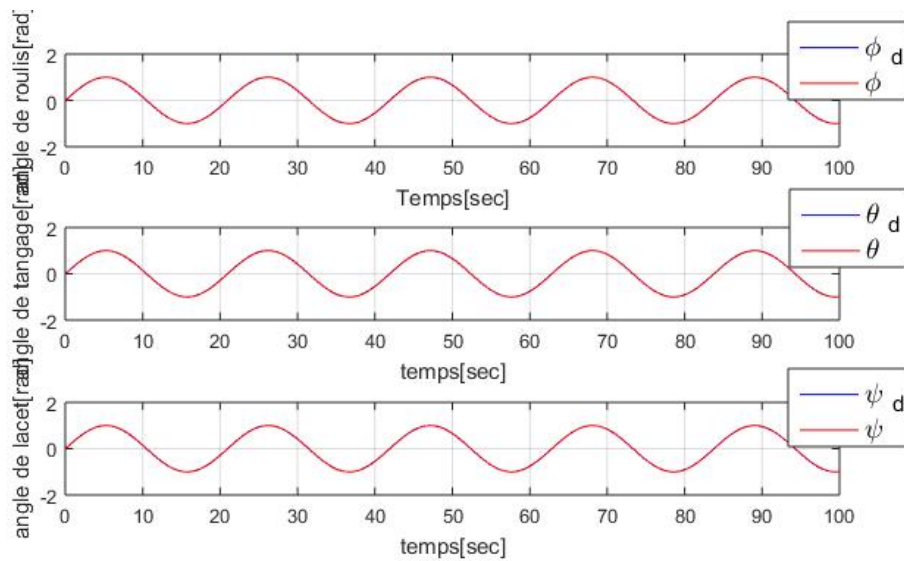


FIGURE 3.13 – Les trajectoires des angles de tangage, de roulis et de lacet.

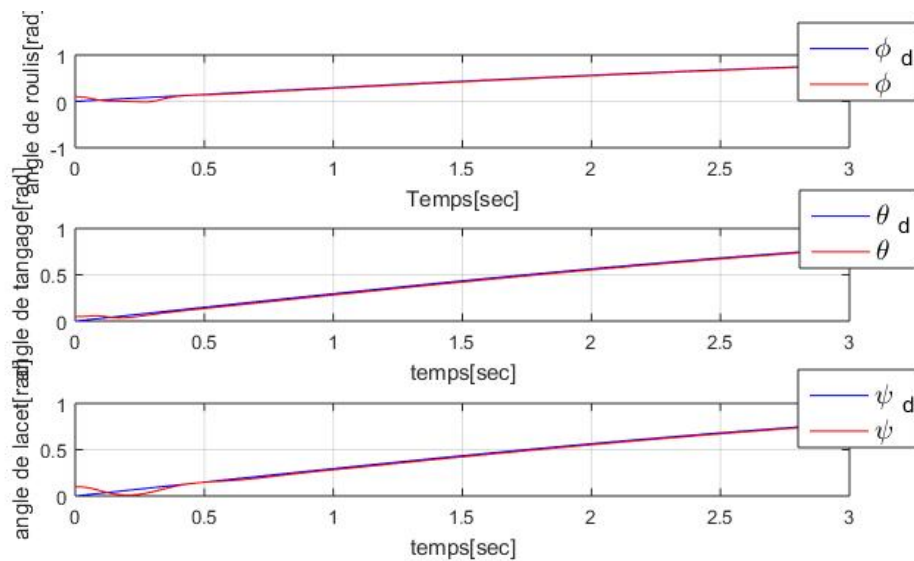
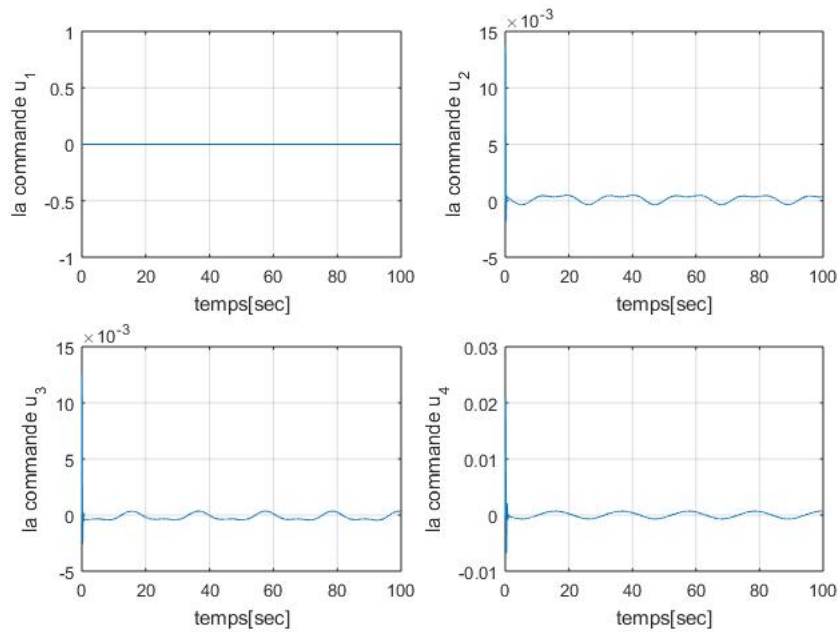


FIGURE 3.14 – Les trajectoires de rotation avec des conditions initiales différentes.

FIGURE 3.15 – Entrées de commande  $U$  par quaternion avec perturbations.

### 3.10.3 Interprétation

Les résultats de la simulation de cette deuxième commande confirme l'efficacité de la commande pour suivre la trajectoire désirée.

Dans cette simulation, nous avons donné à l'engin une trajectoire désirée avec une forme sinusoïdale. La figure (3.8) montre les performances élevées de la commande en termes de suivi. D'autre part, la figure (3.9) montre que la commande est lisse et physiquement réalisable et enfin, pour la robustesse, les figures (3.10) et (3.11) montrent l'efficacité de la commande pour les petites perturbations.

## 3.11 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons démontré la stabilisation exponentielle globale du Quanser. Ce résultat est basé sur la compensation de l'effet de Coriolis et de l'effet gyroscopique et sur l'utilisation d'une structure  $PD^2$ . Nous avons également montré que le contrôleur  $PD$  indépendant du modèle, sans compensation de l'effet de Coriolis et du couple gyroscopique, fournit une stabilisation globale asymptotique. Le terme proportionnel du  $PD$  contrôle l'attitude tandis que l'action dérivée contrôle la vitesse angulaire.

Ces deux commandes sont mises en œuvre dans l'espace quaternion pour éviter les non-linéarités et les coûts de calcul généralement liés aux angles d'Euler.

## Conclusion générale

Dans cette étude, nous avons examiné le problème du suivi de l'attitude du Quanser avec une faible perturbation. Nous avons eu l'occasion de découvrir la richesse des problèmes posés pour le contrôle des véhicules à voilure tournante à savoir leur instabilité naturelle et leur caractère fortement non linéaire.

Notre première étape dans ce mémoire a été de présenter quelques généralités sur les véhicules aériens autonomes, c'est-à-dire leurs principales applications, leurs classifications ainsi que les différents capteurs nécessaires pour effectuer le contrôle.

L'étape suivante a été de définir le modèle mathématique du Quanser en utilisant le formalisme de Newton-Euler. Cette étape est cruciale afin d'avoir des simulations aussi proche que possible du système réel. Après avoir obtenu la représentation d'état du Quanser, deux lois de commande ont été présentées pour assurer la stabilité du Quanser. Ces deux commandes sont basées sur le théorème de stabilité de Lyapunov et le fondement du quaternion.

La première commande proposée assure la stabilité exponentielle du Quanser. Cette commande est basée sur la compensation de l'effet de Coriolis et de l'effet gyroscopique et sur l'utilisation d'une structure  $PD^2$ . Notant que le terme proportionnel du  $PD$  contrôle l'attitude tandis que l'action dérivée contrôle la vitesse angulaire. Le contrôleur  $PD$  indépendant du modèle, sans compensation de l'effet de Coriolis et du couple gyroscopique, fournit une stabilisation globale asymptotique.

Enfin, les résultats de simulations ont montré que les commandes par quaternions sont capables d'améliorer les performances de contrôle du Quanser. Ils ne présentent pas de non-linéarités ou de singularités et peuvent donc effectuer des trajectoires complexes sans aucun problème.

## Perspectives

Comme tout travail est appelé à être amélioré et enrichi, le nôtre n'en fait pas exception. Des perspectives d'évolution peuvent être envisagées dans les voies suivantes :

- ✈ Appliquer les lois de commande sur le modèle réel (Quanser 3-DOF).
- ✈ Synthétiser une commande par quaternion qui contrôle tous les mouvements du drone et pas seulement l'attitude.
- ✈ Améliorer les performances du contrôle par l'intégration de commandes robustes.
- ✈ Intégrer l'intelligence artificielle pour améliorer le contrôle des drones autonomes (commandes vocales et visuelles) afin de leur permettre d'accomplir des tâches complexes en se basant sur :
  - Le traitement automatique des langues naturelles (NLP);
  - La reconnaissance des gestes;
  - Le Deep Learning et l'apprentissage par renforcement.

# Bibliographie

- [1] Chris Hables Gray. Drones, war, and technological seduction. *Technology and Culture*, 2018.
- [2] Zouaoui Satla et al. *Contribution à la Modélisation et à La Commande d'un Drone Miniature*. PhD thesis, Djillali Liabès - Sidi Bel Abbès, 2019.
- [3] Arnaud Koehl. *Modélisation, Observation et Commande d'un Drone Miniature à Birotor Coaxial*. PhD thesis, Université Henri Poincaré, 2012.
- [4] Consulté le 01 mars 2020. <https://sciencepost.fr/covid-19-a-dubai-des-drones-desinfectent-les-rues-durant-la-nuit/>.
- [5] Mokhtari Mohammed Rida. *Observation et Commande de Drones Miniatures à Voilures Tournantes*. PhD thesis, Université Aboubekr Belkaid - Tlemcen, 22 Octobre 2015.
- [6] Rouhani Dhia Eddine. Modélisation et commande d'un drone quadrirotor par les réseaux neuro-flous et pid. Master's thesis, Université Larbi Ben M'hidi - Oum El Bouaghi, 2019.
- [7] Bruno Hérissé. *Asservissement et Navigation Autonome d'un Drone en Environnement Incertain par Flot Optique*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis, 2010.
- [8] Khebbache Hicham. Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires application : Système uav de type quadrirotor. Master's thesis, Université Ferhat Abbas - Setif, 06 juin 2012.
- [9] L. Besnard. Control of a quadrotor vehicle using sliding mode disturbance observer. Master's thesis, Université d'Alabama, 2006.
- [10] Consulté le 20 juin 2020. <https://www.quanser.com/products/3-dof-hover/overview>.
- [11] Mokhtari Rida Kahouadji Mouad, Choukhou-Braham Amal and Brahim Cherki. Super twisting control for attitude tracking using quaternion. 2018.
- [12] Michel Lévis Jacob Apkarian. *2 DOF Hover Experiment for LabVIEW Users*, 2013.



- [13] Brice Hernandez. Commande par linéarisation entrée-sortie d'un drone de type quadcopter à l'aide de la kinect one. Master's thesis, École De Technologie Supérieure Université - Québec, 11 Octobre 2017.
- [14] Consulté le 14 juillet 2020. [https://www.wikiwand.com/fr/Blocage de cardan](https://www.wikiwand.com/fr/Blocage_de_cardan).
- [15] Strickland Jonathan. What is a gimbal—and what does it have to do with nasa ?, 2008.
- [16] John Voight. *Quaternion algebras*. May 27, 2020.
- [17] Michael David Schmidt. Simulation and control of a quadrotor unmanned aerial vehicle. Master's thesis, University Of Kentucky, 2011.
- [18] Jack B Kuipers. *Quaternions and rotation sequences : a primer with applications to orbits, aerospace, and virtual reality*. Princeton university press, 1999.
- [19] George Nikolakopoulos Emil Fresk. Full quaternion based attitude control for a quadrotor. *IEEE Transactions on control systems technology*, July 17-19, 2013.
- [20] James Diebel. *Representing Attitude : Euler Angles, Unit Quaternions, and Rotation Vectors*. PhD thesis, Université De Stanford, 20 October 2006.
- [21] Emmanuel Roussel. *Contribution à la Modélisation, l'Identification et la Commande d'un Helicopt*. PhD thesis, Université De Strasbourg, 12 Octobre 2017.
- [22] Satoshi Suzuki Wei Wang Daisuke Nakazawa Kenzo Nonami, Farid Kendoul. *Autonomous Flying Robots : Unmanned Aerial Vehicles and Micro Aerial Vehicles*. Springer Tokyo, 2010.
- [23] Tayebi Abdelhamid and McGilvray Stephen. Attitude stabilization of a vtol quadrotor aircraft. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006.
- [24] Jean-Jacques Slotine Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. 1991.
- [25] Naim Zoghلامي. *Stabilité et Stabilisation en Temps Fini des Systèmes Dynamiques Interconnectés et Problème de Consensus en Temps Fini*. PhD thesis, IBISC, Université D'Evry val d'Essonne et LIM, École polytechnique de Tunisie., 26 Mai 2014.
- [26] H-K. Khalil. *Nonlinear systems*. Prentice-Hall, New Jersey, 1996.
- [27] Hassan Saoud. *Étude des Problème Unilatéraux : Analyse de Récession, Stabilité de Lyapunov et Applications en Électronique et en Mécanique*. PhD thesis, Université de Limoges, École Doctorale Science - Technologie - Santé, 8 juin 2009.
- [28] Mohammed Safi. *Stabilité de Lyapunov de Systèmes Couplés Impliquant une Equation de Transport*. PhD thesis, Université de Toulouse, 31 octobre 2018.