

Département de la formation Préparatoire

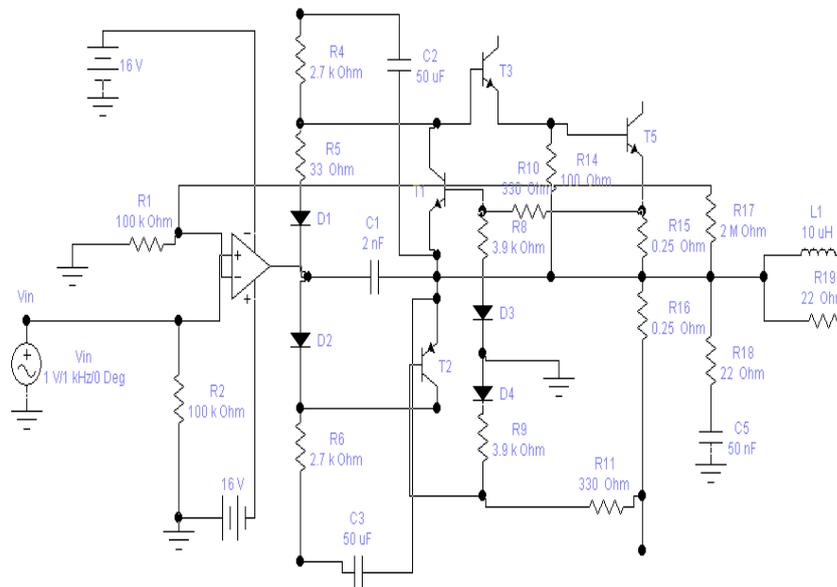
POLYCOPIE

Rappels de cours

&

Travaux Dirigés

D'électronique Analogique



Elaboré Par :

Dr. Salim BELAROUCI

Pr. Abdel Karim FEROUANI

Dr. Chewki OUGHERB

Préambule

Le présent polycopié fait l'objet de textes de rappels de cours & travaux dirigés sur les circuits électriques dont l'objectif est de mettre à la disposition des étudiants un document de travail permettant une illustration de toutes les parties enseignées en électronique générale. Cet enseignement qui a lieu en deux semestres est destinés aux élèves ingénieurs des classes préparatoires et de licence en génie électrique.

Chaque chapitre comporte un résumé de cours suivi d'exercices (série de TD), et présentant une étude générale de certains composants et circuits électroniques

Il est important de noter qu'un TD préparé est toujours beaucoup plus profitable et enrichissant pour l'étudiant. Cela permettra à l'étudiant de ne pas perdre du temps précieux à lire le polycopié ou à découvrir l'énoncé au moment de la séance de TD.

Nous espérons que ce travail permettra aux étudiants d'acquérir un savoir-faire dans les rappels de cours de conception électronique et de mieux préparer ainsi leurs examens.

Les auteurs

Table des matières

Préambule	2
Chapitre I	3
Méthodes d'analyse des circuits linéaires	3
I.1 Dipôle électrique.....	3
I.2 Réseau électrique :	4
I.3 Loi d'Ohm pour un dipôle ohmique	4
I.4 Générateurs récepteurs.....	4
I.4.1 Générateur de tension.....	5
I.4.2 Générateur de courant	5
I.4.3 Sources liées (dépendantes)	6
I.4.4 Passivation des sources.....	6
I.4.5 Récepteurs	7
I.5 Convention générateur-récepteur	7
I.6 Associations de dipôles	8
I.6.1 Association série	8
I.6.2 Association parallèle	8
I.7 Circuits élémentaires utilisés en réseau linéaire	9
I.7.1 Diviseur de tension	10
I.7.2 Diviseur de courant	11
I.8 Principe d'équivalence de sources.....	11
I.9 Lois de Kirchhoff (Règle de connexions des dipôles)	13
I.10 Théorèmes d'analyse des réseaux linéaires.....	15
I.10.1 Théorème de superposition.....	15
I.10.2 Théorème de Thévenin	16
I.10.3 Théorème de Norton	18
I.10.4 Théorème de Millman.....	20
I.11 Transformation topologique de réseau (Théorème de Kennelly)	21
I.11.1 Transformation triangle-étoile.....	22
I.11.2 Transformation étoile-triangle.....	22
Chapitre II	26
Réseau linéaire en régime harmonique	26
II.1 Analyse temporelle d'une grandeur sinusoïdale.....	26
II.2 Valeur moyenne et efficace d'une grandeur sinusoïdale.....	27
II.2.1 Valeur moyenne.....	27
II.2.2 Valeur efficace	27

II.3 Représentation vectorielle (de Fresnel) d'une grandeur sinusoïdale	28
II.4 Représentation complexe d'une grandeur sinusoïdale.....	29
II.4.1 Amplitude complexe	29
II.4.2 Dérivation et intégration dans le domaine harmonique	30
II-5 Lois d'Ohm en régime harmonique permanent.....	31
II.5.1 Notion d'impédance	31
II.5.2 Résistance pure.....	31
II.5.3 Inductance pure	32
II.5.4 Condensateur pure	33
II.6. exemple d'association des dipôles en régime harmonique (Circuit <i>RLC</i> série)	34
Chapitre III	38
Quadripôle électriques (rappels de cours).....	38
III.1 Définition	38
III.2 Modèles matriciels associés à un quadripôle électrique.....	39
III.2.1 Paramètres impédances (Matrice impédance <i>Z</i>)	39
III.2.2 Paramètre admittances (matrice admittance <i>Y</i>)	40
III.2.3 Paramètre hybrides (matrice hybride <i>H</i>).....	41
III.2.4 Paramètres de transfert (matrice de transfert ou chaîne <i>T</i>)	41
III.3 Association des quadripôles.....	42
III.3.1 Association série	42
III.3.2 Association en parallèle	43
III.3.3 Association en chaîne (en cascade).....	43
III.3.4 Exemple d'association des quadripôles	43
III.4 Quadripôle en charge (impédance d'entrée et de sortie d'un quadripôle chargé)	45
III.4.1 Impédance d'entrée.....	46
III.4.2 Impédance de sortie	46
Chapitre IV	48
Filtres passifs.....	48
IV.1 Introduction	48
IV.2 Définition	48
IV.3 Principe de fonctionnement d'un filtre passif	48
IV.4 Fonction de transfert et repense fréquentielle d'un filtre passif	49
IV.4.1 Diagramme de Bode d'une repense fréquentielle.....	49
IV.4.2 filtre passe-bas.....	50
IV.4.3 filtre passe-haut.....	53
IV.4.4 filtre passe-bande	55

IV.4.5 filtre coupe-bande (stop-bande).....	56
Chapitre V.....	60
Jonction PN (Diode)	60
V.1 Définition.....	60
V.2 polarisation d'une diode.....	61
V.2.1 polarisation directe et potentiel de coude (seuil).....	61
V.2.2 polarisation inverse et phénomène d'avalanche.....	61
V.3 Point fonctionnement d'une diode réelle.....	62
V.4 Approximations de la caractéristique d'une diode réelle.....	63
V.4.1 Modèle idéale.....	63
V.4.2 Modèle parfait.....	64
V.4.3 Modèle linéaire.....	64
V.5 Diode en régime dynamique.....	64
V.5.1 Redressement simple alternance.....	64
V.5.2 Redressement double alternances.....	65
V.5.3 Détecteur d'enveloppe (redressement et filtrage).....	67
V.6 Diode Zener.....	67
Chapitre VI.....	72
Transistor Bipolaire.....	72
VI.1 Définition.....	72
VI.2 Réseau de caractéristique et principe de fonctionnement d'un transistor bipolaire.....	73
VI.2.1 caractéristique I_c en fonction de V_{ce} (Q_1).....	73
VI.2.2 caractéristique I_c en fonction de I_b (Q_2).....	74
VI.2.3 caractéristique V_{be} en fonction de V_{ce} (Q_3).....	75
VI.2.4 caractéristique I_b en fonction de V_{be} (Q_4).....	75
VI.3 Résumé des relations qui caractérisent un transistor bipolaire.....	75
VI.4 circuits de polarisation d'un transistor.....	75
VI.4.1 circuit de polarisation de base.....	75
.....	75
VI.4.2 Polarisation par résistance d'émetteur.....	77
VI.4.3 Polarisation par pont de résistances de base.....	78
VI.5 Transistor bipolaire en régime dynamique.....	80
VI.5.1 condensateur de liaison et de couplage.....	80
VI.5.2 Droite de charge dynamique.....	81
VI.5.2 Circuit équivalent en régime dynamique.....	81
VI.6 Modèle hybride d'un transistor en basses fréquences.....	82

VI.7 Montages d'amplificateurs à transistor bipolaire	83
VI.7.1 Amplificateur à émetteur commun	83
VI.7.2 Amplificateur à émetteur commun à résistance d'émetteur	84
VI.7.3 Amplificateur à collecteur commun.....	85
VI.7.3 Amplificateur à base commune	86
Bibliographie Générale	89

Chapitre I

Méthodes d'analyse des circuits linéaires

Ce chapitre permet d'apprendre quelques notions de bases sur l'analyse des réseaux linéaires en régime statique, notamment la loi d'Ohm, l'association des dipôles, les lois de Kirchhoff, le principe d'équivalence de sources électriques, les principes de diviseurs de courant et de tension, ainsi que les théorèmes généraux.

Chapitre I

I.1 Dipôle électrique

C'est un élément à deux bornes, traversé par un courant électrique après polarisation. Il est dit actif s'il est capable de fournir de l'énergie électrique à une charge (pile, accumulateur, alternateur...). Le dipôle est dit passif dans le cas contraire (résistance, inductance, capacité ...).

I.2 Réseau électrique :

Un réseau électrique est une association d'éléments simple à deux ou plusieurs bornes (dipôles, quadripôles) suivant une topologie donnée (figure I.1).

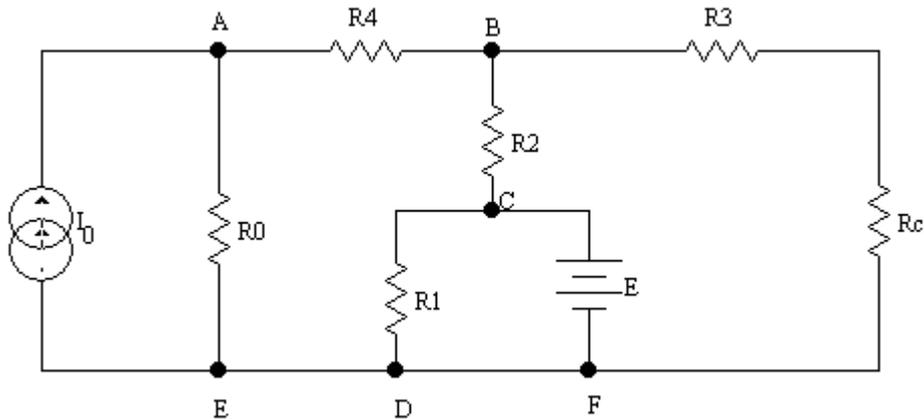


Figure I.1. Exemple d'un réseau linéaire

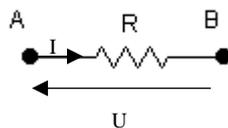
Un réseau électrique est généralement constitué de :

- a- Nœud : qui présente une connexion entre un minimum de 03 éléments (points A, B, C, D, E, F).
- b- Branche : une portion du réseau située entre deux nœuds, ou encore l'ensemble d'éléments traversés par le même courant (AB, BC, CF, CD, BF, AE).
- c- Maille : un circuit fermé de branches (ABCDEA, BFCB, CFDC).

I.3 Loi d'Ohm pour un dipôle ohmique

La loi d'ohm est la relation linéaire entre le courant traversant un dipôle ohmique et la tension à ses bornes, elle est donnée par la relation suivante :

$$U = R \cdot I \quad (I-1)$$



Avec : U est la tension en Volt (V), I le courant en Ampère (A) et R désigne la résistance en Ohms (Ω).

I.4 Générateurs récepteurs

I.4.1 Générateur de tension

Une source de tension continue est un dipôle actif capable de fournir une différence de potentiel constante quelles que soit les conditions de charge (fluctuations de courant).

On peut distinguer deux types de sources de tensions :

- **Source réelle de tension** : est composée d'une force électromotrice E en série avec une résistance interne r qui matérialise l'ensemble des pertes à l'intérieure de la source (figure I.2)

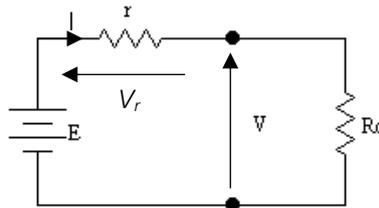


Figure I.2 source réelle de tension

Le potentiel V délivré à la charge est la somme algébrique de la tension E ainsi que la tension V_r aux bornes de r .

$$V = E - V_r \tag{I-2}$$

Et suivant la loi d'ohm l'expression de V est : $V = E - r I$

- **Source idéale de tension** : dans le cas idéal la résistance interne de la force électromotrice est nulle $r=0$, le potentiel ainsi délivré est E (potentiel à vide).

I.4.2 Générateur de courant

Une source de tension continue est un dipôle actif capable de fournir courant constant quelles que soit les conditions de charge (fluctuations de tension entre ses bornes).

- **Source réelle de courant** : est composée d'un générateur I_0 en parallèle avec une résistance interne r qui matérialise l'ensemble des pertes à l'intérieure de la source (figure I.3)

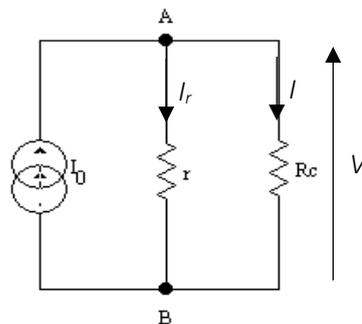


Figure I.3 source réelle de courant

Le courant I délivré à la charge est la somme algébrique du courant I_0 ainsi que celui absorbé par la résistance r (I_r)

$$I = I_0 - I_r \quad (I-3)$$

Et suivant la loi d'ohm l'expression de I est : $I = I_0 - V/r$

- **Source idéale de courant** : Dans le cas idéal la résistance interne r est très grande (théoriquement infinie ($r \rightarrow \infty$)), le courant délivré à la charge est alors I_0 (courant de court-circuit).

I.4.3 Sources liées (dépendantes)

Une source de tension est dite dépendante si la tension entre ses bornes est liée à d'autres grandeurs internes associées au réseau électrique (figure I.4). La même définition est valable pour les sources liées de courant.

Dans la figure 1.4(a) E est une source de tension indépendante, par contre $E_1 = \alpha V$ est liée à la tension aux bornes de R_c .

En figure 1.4(b) J_0 est une source de courant indépendante, alors que $J_1 = \beta I$ est liée au courant I dans la résistance $2R$

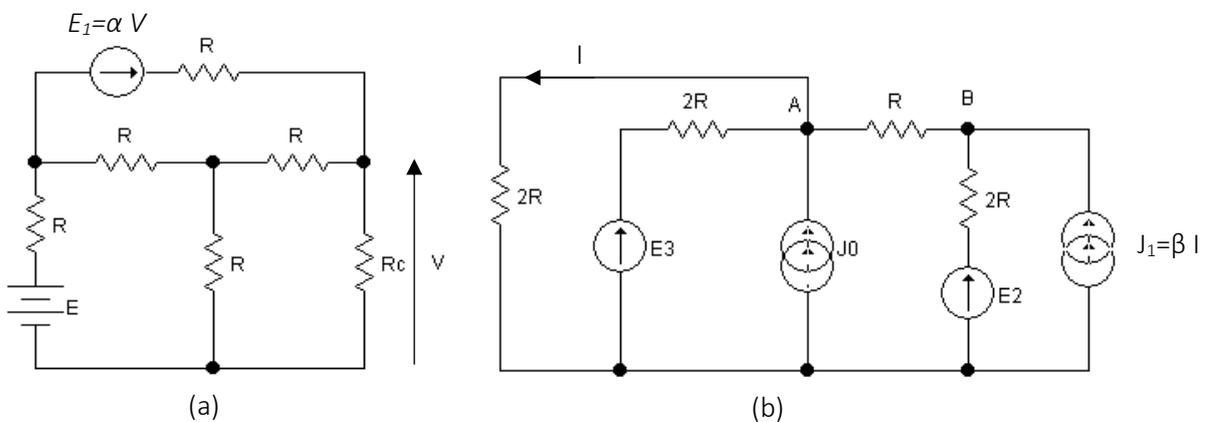


Figure I.4 Source de tension liée (a), source de courant liée (b)

I.4.4 Passivation des sources

Passiver ou éteindre une source de tension ainsi qu'une de courant, revient à annuler la grandeur statique (inchangée) mesurée entre ses bornes, autrement dit mettre une source de tension indépendante en court-circuit afin d'annuler la force électromotrice fournie E_0 , et faire déconnecter (débrancher) la source de courant afin d'annuler le courant statique délivré I_0 (figure I.5).

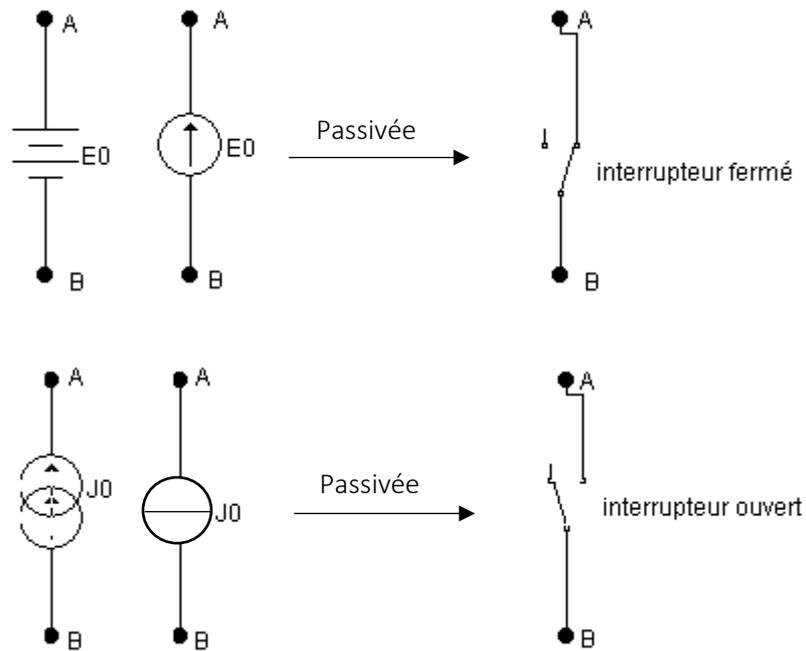


Figure I.5 Sources électriques indépendantes passivées (éteintes)

I.4.5 Récepteurs

Un récepteur est un élément (dipôle) qui consomme de la puissance électrique pour la convertir en puissance de nature différentes (thermique, magnétique, optique, ...).

A titre d'exemple et pour le cas qui nous intéresse, on parle de Résistance, Inductance, Capacité.

I.5 Convention générateur-récepteur

L'indication de la différence de potentiel aux bornes d'un dipôle électrique est liée à sa nature (génératrice ou réceptrice)

- Convention générateur : dans un générateur la différence de potentiel (U) ainsi que le courant (I) ont le même sens (Figure I.6 (a)).

Convention récepteur : pour un récepteur le sens du potentiel s'oppose à celui du courant (Figure I.6 (b)).



Figure I.6 Dipôle générateur (a) ; dipôle récepteur (b)

I.6 Associations de dipôles

Dans une configuration série d'un ensemble de dipôles le potentiel appliqué sera fragmenter et le courant reste unique dans tout le réseau. Par contre en mode parallèle c'est le courant qui est divisé, et l'unique tension sera appliquer aux bornes de chaque dipôle de la configuration.

I.6.1 Association série

Pour une association de n résistances en série, traversées par le même courant I .

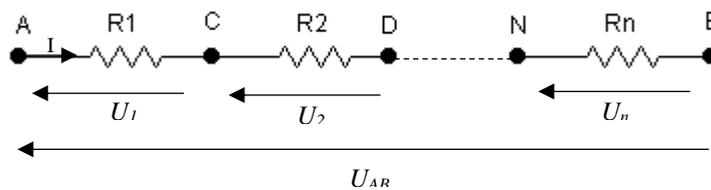


Figure I.7 Association série

Et à partir de la loi d'Ohm appliquée sur chaque résistance, les potentiels élémentaires (U_i) sont donnés par les relations suivantes :

$$U_1 = R_1 I ; U_2 = R_2 I ; \dots U_n = R_n I \quad (I-4)$$

La différence de potentiel totale U_{AB} est la somme algébrique des potentiels secondaires U_1, U_2, \dots, U_n .

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + \dots + U_n \quad (I-5)$$

$$U_{AB} = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) I \quad (I-6)$$

La résistance équivalente (R) est la somme des résistances de la configuration.

$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad (I-7)$$

Nous adoptons la règle suivante :

Des résistances branchées en série sont équivalentes à une résistance unique égale à la somme des résistances élémentaires.

I.6.2 Association parallèle

Dans une configuration parallèle de n résistances (charges) , le courant total I est divisé en n courant secondaires (I_i) , le potentiel U_{AB} est le même dans tout le réseau (figure I.8)

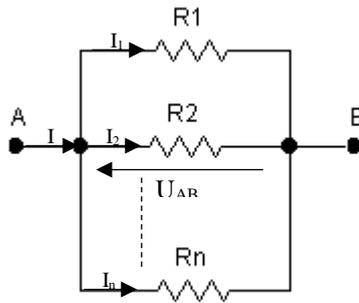


Figure I.8 Association parallèle

Le courant I est la somme algébrique des intensités des courants élémentaires.

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad (I-8)$$

Et suivant la loi d'Ohm le potentiel U_{AB} appliquée à chacune des résistances R_i , est donné par les relations suivantes :

$$U_{AB} = R_1 I_1 = R_2 I_2 = \dots = R_n I_n \quad (I-9)$$

Nous pouvons donc écrire les égalités suivantes :

$$I = \frac{U_{AB}}{R_1} + \frac{U_{AB}}{R_2} + \dots + \frac{U_{AB}}{R_n} \quad (I-10)$$

$$I = U_{AB} \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (I-11)$$

La résistance équivalente (R) est déduite à partir de la somme de l'inverse des résistances (R_i), suivant la relation :

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (I-12)$$

La règle générale des résistances en parallèles est la suivante :

La conductance ($G=1/R$) d'un ensemble de résistance en dérivation est égale à la somme des conductances élémentaires ($G_i=1/R_i$).

$$G = \sum_{i=1}^n G_i \quad (I-13)$$

I.7 Circuits élémentaires utilisés en réseau linéaire

Le principe de base qui permet l'analyse des réseaux linéaires en régime statique est de réduire sa topologie (architecture) afin d'avoir un modèle mathématique simplifié, et avec un minimum de variables électrique à savoir les courants ainsi que les tensions. Il existe deux modèles de base pour cette analyse appelés diviseur de tension, et diviseur de courant.

I.7.1 Diviseur de tension

Il s'agit d'une association série de deux ou plusieurs dipôles. L'idée est de déterminer la relation entre la tension appliquée V et l'une des tensions élémentaires V_i . L'exemple suivant est un diviseur de tension caractérisé par deux tensions secondaires V_1 , V_2 .

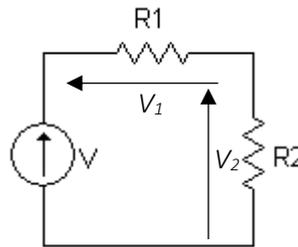


Figure I.9 Diviseur de tension

Suivant la loi d'ohm Le courant unique dans le circuit est : $I=V/(R_1+R_2)$

Alors :

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \quad (I-14)$$

Et d'une façon générale le potentiel élémentaire V_i d'une configuration série est lié au potentiel appliqué par la relation suivante :

$$V_i = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^n R_i} V \quad (I-15)$$

Application :

Soit à déterminer la tension V_s d'un diviseur de tension constitué d'une résistance variable R (Figure I.10).

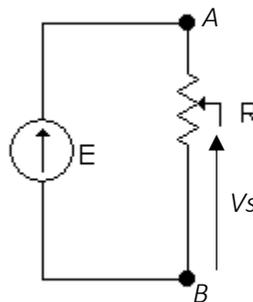


Figure I.10 Exemple d'application d'un diviseur de tension

La plage de variation du potentiel de sortie V_s est fixée à partir de la position du point milieu de la résistance variable. Cette tension peut aller de 0 volt (position B), à E volt (position A). Au point milieu $V_s=E/2$.

I.7.2 Diviseur de courant

C'est un circuit élémentaire très utile pour la simplification des réseaux électrique, Il est constitué de deux ou plusieurs branches en parallèles.

L'idée est de déterminer la relation entre la courant appliqué I et l'un des courants de branches I_i . L'exemple suivant est diviseur de courant caractérisé par deux courants secondaires I_1, I_2

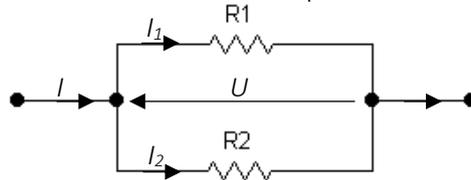


Figure I.11 Diviseur de courant

La tension U est la même dans toutes les branches et on peut écrire :

$$U = R_1 I_1 = R_2 I_2 = (R_1 // R_2) I = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$$

Alors $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$ ou encore :

$$I_1 = \frac{1/R_1}{1/R_1 + 1/R_2} I \quad (I-16)$$

En générale le courant de branche I_i d'une configuration parallèle de n résistances est lié au courant appliqué par la relation suivante :

$$I_i = \frac{\frac{1}{R_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}} I \quad (I.17)$$

Application :

La charge R_c de la figure suivante nécessite un courant nominal I_c , que doit être la valeur de R sachant que le courant d'alimentation est égal à J .

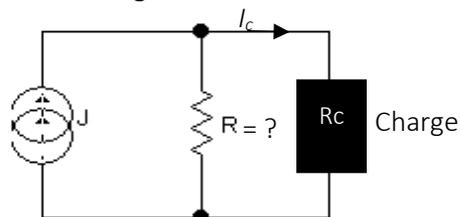


Figure I.12 Exemple d'un diviseur de courant

D'après l'équation (I.17) : $I_c = \frac{R}{R_c + R} J$ alors $R = \frac{R_c I_c / J}{1 - I_c / J}$

I.8 Principe d'équivalence de sources

Deux générateurs réels, le premier de tension (E, r_1) , le deuxième de courant (j, r_2) sont équivalentes si le couple (V_s, I_s) délivré à une charge R_c pour les deux sources soit identique.

La transformation de source est donnée en figure I.13.

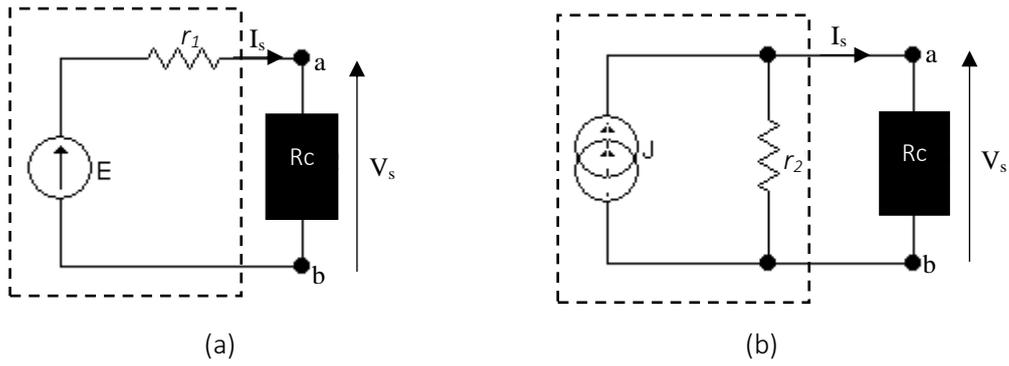


Figure I.13 Principe d'équivalence de sources

$$V_s = E - r_1 I_s$$

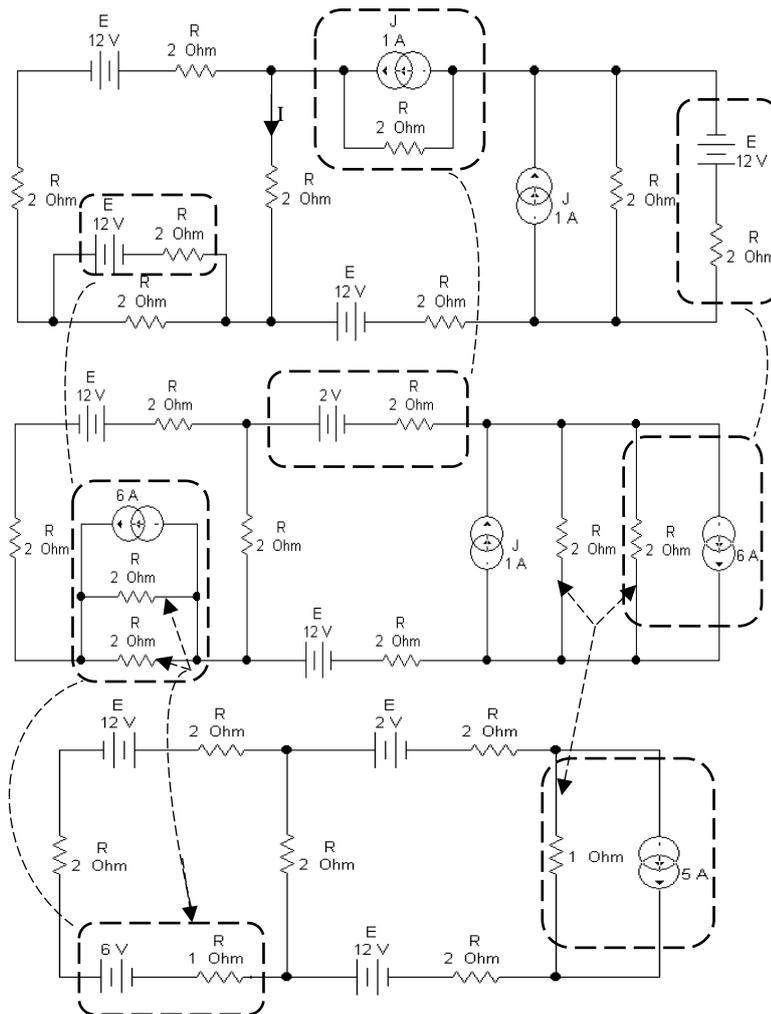
$$V_s = r_2 (J - I_s)$$

Le circuit (a) est équivalent à (b) dans le cas où :

$$E - r_1 I_s = r_2 (J - I_s) \Rightarrow \begin{cases} E = r_2 J \\ r_1 = r_2 \end{cases} \quad (I.18)$$

- **Exemple :**

À partir du principe d'équivalence source de tension source de courant simplifier le réseau suivant pour calculer le courant dans I dans R .



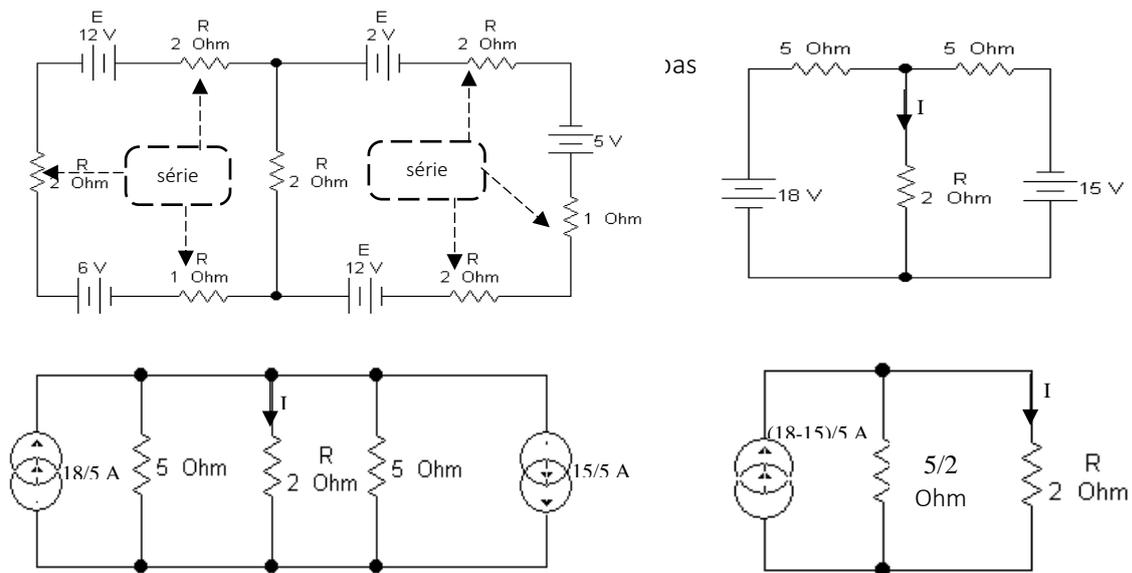


Figure I.14 Etapes de simplification de réseaux.

La marche à suivre pour simplifier le réseau à base du principe d'équivalence de sources est illustrée en figure I.14. Cette simplification transforme le circuit en simple diviseur de courant.

Finalement le courant I sera déterminé à partir de l'équation (I.17) : $I = \frac{5/2}{5/2+2} 3/5 = 0.33 \text{ A}$

I.9 Lois de Kirchhoff (Règle de connexions des dipôles)

L'intérêt de l'analyse des réseaux linéaires est la détermination de l'ensemble des grandeurs électriques (tensions et courants) associées à chaque dérivation (branche). Le moyen fondamental de cette analyse est basé sur des considérations purement topologiques liées à des règles de connexions des éléments connues sous le nom des lois de Kirchhoff. Ces lois nous permettent d'établir un modèle linéaire (système d'équations linéaires) équivalent au réseau.

- Première loi (Loi des courants ou des nœuds) : dans un nœud La somme algébrique des courants est nulle. autrement dit la somme des courants sortants est égale à celle entrants dans un nœud (figure I.15).

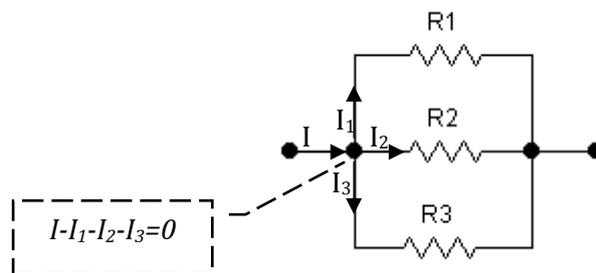


Figure I.15 Loi des nœuds

En général

$$\sum_i \pm I_i = 0$$

(I.19)

- Deuxième loi (loi des tensions ou des mailles) : dans une maille La somme algébrique des tensions est nulle. autrement dit la somme des tensions dans le sens du parcours (positif) est égale à celle du sens contraire du parcours (figure I.16).

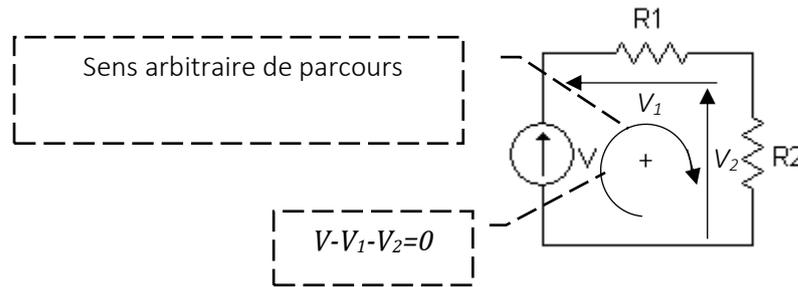


Figure I.16 Loi de la maille

En général
$$\sum_j \pm V_j = 0 \quad (I-20)$$

Pour avoir le model linéaire d'un réseau électrique à partir des lois de Kirchhoff il suffit d'appliquer les étapes suivantes :

1. Choix des sens des courants ainsi que des tensions en respectant la convention générateur-récepteur.
 2. Choix d'un sens arbitraire de parcours
 3. Applications des règles de connexion des éléments (lois des nœuds et des mailles).
- **Exemple d'analyse d'un réseau linéaire à base des lois de Kirchhoff**

On peut discerner deux versions d'équations linéaires d'un circuit électrique, la première est à base des variables courant, la deuxième est à variables tension.

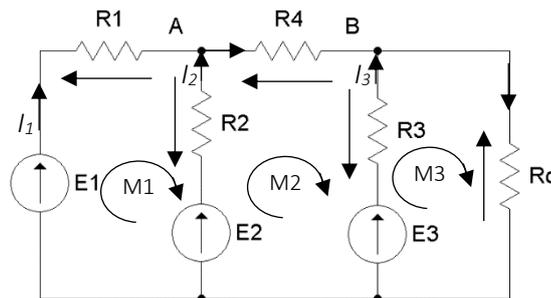


Figure I.17 Représentation des courants des nœuds

A partir des lois de Kirchhoff le model linéaire associé au circuit est :

$$\begin{cases} E_1 = R_1 I_1 - R_2 I_2 + E_2 & \text{Maille M1} \\ E_2 = R_2 I_2 + R_4 (I_1 + I_2) - R_3 I_3 + E_3 & \text{Maille M2} \\ E_3 = R_3 I_3 + R_c (I_1 + I_2 + I_3) & \text{Maille M3} \end{cases} \quad (I-21)$$

La résolution de ce système d'équations nous permet de déterminer les courants dans toutes les branches, ainsi que les différences de potentiels aux bornes de $(R_1, R_2, R_3, R_4, R_c)$.

Le même système de la figure I.17 peut être résolu à base des potentiels aux niveaux des nœuds (V_A et V_B) par rapport à une référence (figure I.18) .

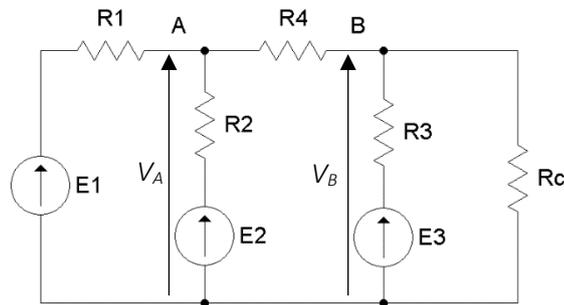


Figure I.18 Représentation des potentiels des nœuds

Aux nœuds A et B la somme algébrique des courants nous permet d'écrire le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} \frac{E_1 - V_A}{R_1} + \frac{E_2 - V_A}{R_2} = \frac{V_A - V_B}{R_4} & \text{Nœud A} \\ \frac{V_A - V_B}{R_4} + \frac{E_3 - V_B}{R_3} = \frac{V_B}{R_c} & \text{Nœud B} \end{cases} \quad (I-22)$$

A partir du couple (V_A, V_B) on peut déterminer toutes les grandeurs qui caractérisent le réseau de la figure I.18.

I.10 Théorèmes d'analyse des réseaux linéaires

L'inconvénient majeur de la loi fondamentale d'analyse (loi de Kirchhoff) est dans le cas des réseaux linéaires à très grande dimensions, où la résolution du système d'équations sera très difficile ou même quasi impossible. Pour cela il faut faire appel à des techniques simples basées sur des théorèmes qui réduisent au maximum possible la dimension d'analyse.

I.10.1 Théorème de superposition

Ce théorème est utilisé dans le cas d'un circuit contenant plusieurs sources électriques. Le principe est de prendre à chaque fois une seule source et de passer les autres sources (court-circuiter les sources de tension et déconnecter les sources de courant), la grandeur ciblée dans ce type d'analyse sera la somme algébrique des grandeurs élémentaires associées à chaque passivation. L'exemple suivant illustre bien le principe de ce théorème.

Exemple

Soit à déterminer la différence de potentiel U_{AB} en utilisant le théorème de superposition (figure I.19).

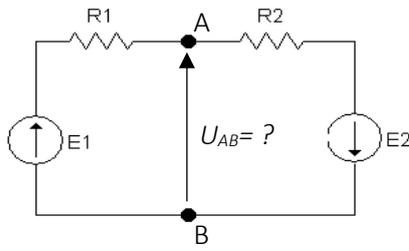


Figure I.19 Circuit exemple (théorème de superposition).

L'idée est de déterminer les potentiels secondaires U_{AB1} et U_{AB2} associés respectivement à E_1 et E_2

- **Etape 1** : E_1 Active, E_2 passive (éteinte)

Le circuit est réduit à un simple diviseur de tension

$$U_{AB1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} E_1$$

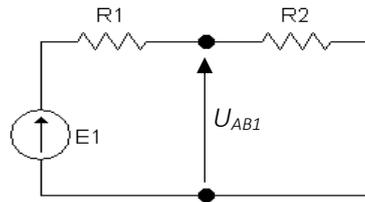


Figure I.19 (a) E_1 Active, E_2 passive

À noter que le sens positif choisi de U_{AB} est celui indiqué sur la figure I.19 (a).

- **Etape 2** : E_1 passive, E_2 Active

Dans ce cas le potentiel du point B est supérieur à celui du point A

$$U_{AB2} = \frac{R_1}{R_2 + R_1} E_2$$

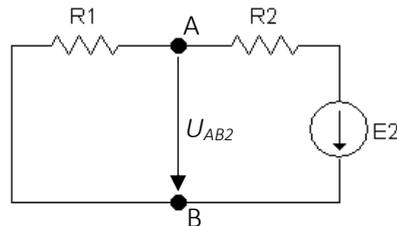


Figure I.19 (b) E_1 passive, E_2 Active

Alors le signe de U_{AB2} est négatif. Finalement le potentiel total généré est :

$$U_{AB} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} E_1 - \frac{R_1}{R_2 + R_1} E_2 \quad \text{Cette somme est algébrique.}$$

I.10.2 Théorème de Thévenin

Un circuit linéaire placé entre deux points a et b (extrémités d'une charge), peut être remplacé par une source Réelle de tension appelée générateur de Thévenin, il est caractérisé par une source idéale de tension E_{Th} en série avec une résistance de Thévenin R_{Th} .

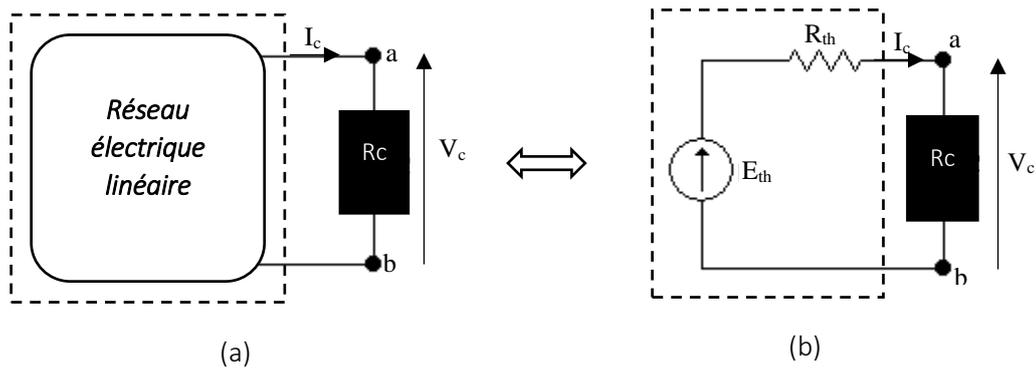


Figure I.20 Réseau électrique à charge isolée R_c (a), l'équivalent Thévenin (b)

- E_{Th} est la tension sans charge (à vide) mesurée entre les deux bornes a, b.
- R_{Th} est la résistance équivalente sans charge du réseau (vue entre a et b), et avec passivation de toutes les sources électriques de courant ou de tension.

La version simplifiée du réseau facilite le calcul de potentiel V_s ainsi que le courant I_s dans la charge ciblée R_c .

- **Application**

On s'intéresse à déterminer le courant I dans une branche cible composée d'une résistance R_c à partir du théorème de Thévenin. Le circuit est composé d'une source de courant J , ainsi qu'une source de tension E (figure I.21 a)

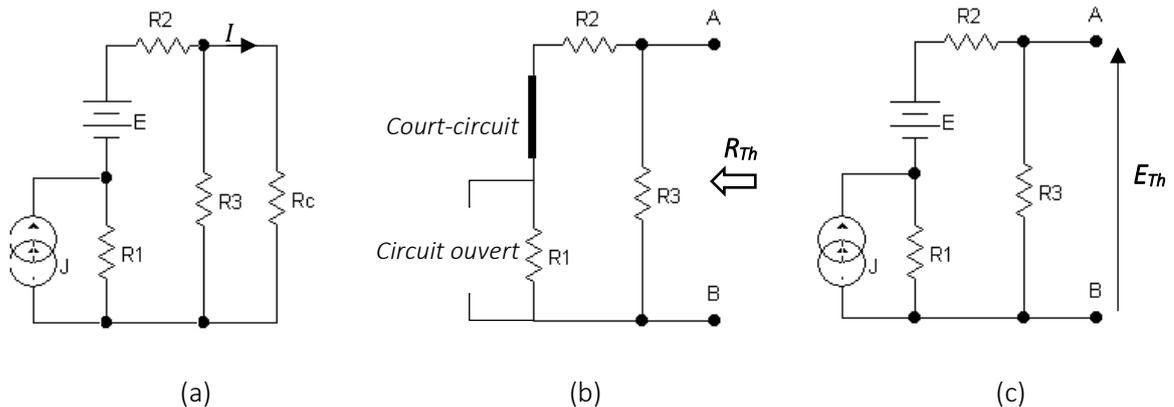


Figure I.21 Circuit proposé (a), passivation des sources avec charge isolée pour avoir R_{Th} (b), isolation de charge et potentiel à vide E_{Th} (c)

- **Détermination de R_{Th}**

Suivant la configuration à sources passivées (figure I.21.b) la résistance de Thévenin est :

$R_{Th} = (R_1 + R_2) // R_3 = R_3(R_1 + R_2) / (R_3 + R_1 + R_2)$ (il faut préserver les bornes A et B de la charge pour le calcul de cette résistance).

- Détermination de E_{th}

Le potentiel à vide en (figure I.21.b) peut être déterminé à travers le principe d'équivalence de source.

La source de courant (J, R_1) est transformée en source de tension réelle ($J.R_1, R_1$) (figure I.22)

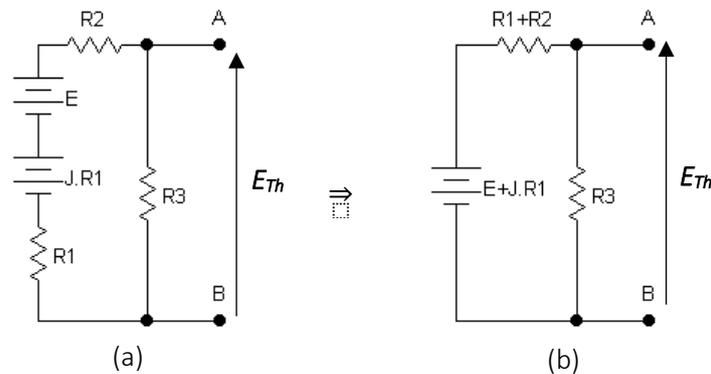


Figure I.22 Détermination de E_{th}

Le circuit sans charge obtenu est réduit à un simple diviseur de tension (figure I.22.b), alors :

$$E_{th} = \frac{R_3}{R_3 + R_1 + R_2} (E + J R_1) \quad (\text{Potentiel de Thévenin à charge isolée})$$

Il reste une dernière étape pour calculer le courant dans la charge, qui peut être facilement déduit à partir de l'équivalent Thévenin (figure I.23)

$$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_c}$$

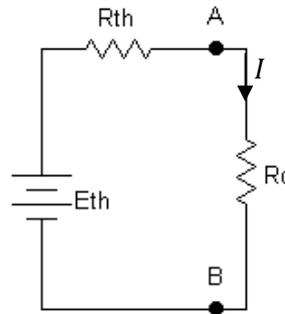


Figure I.23 l'équivalent Thévenin du circuit

I.10.3 Théorème de Norton

D'une façon similaire au théorème de Thévenin, l'équivalent Norton permet de simplifier le réseau en une simple source Réelle de courant. Cette source est composée d'un générateur idéal (I_N) appelé courant de Norton, en parallèle avec une résistance (R_N) appelée résistance de Norton (figure I.24).

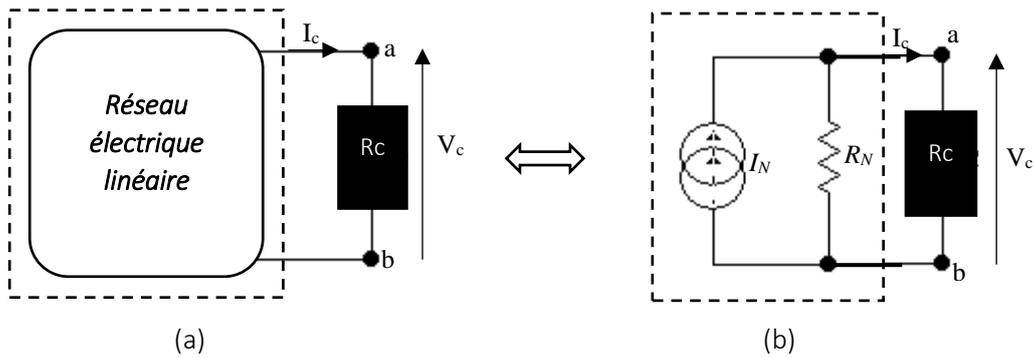


Figure I.24 Réseau électrique à charge isolée R_c (a), l'équivalent Norton (b)

- Le courant de Norton I_N est appelé aussi le courant de court-circuit, car il est obtenu en court-circuitant la charge (potentiel au point **a** est ramené au point **b**).
- R_N est calculée de la même manière que la résistance de Thévenin ($R_N = R_{th}$)

Application

Reprenant l'exemple précédent (figure I.21), mais cette fois ci le courant de charge sera calculer en utilisant le principe de Norton.

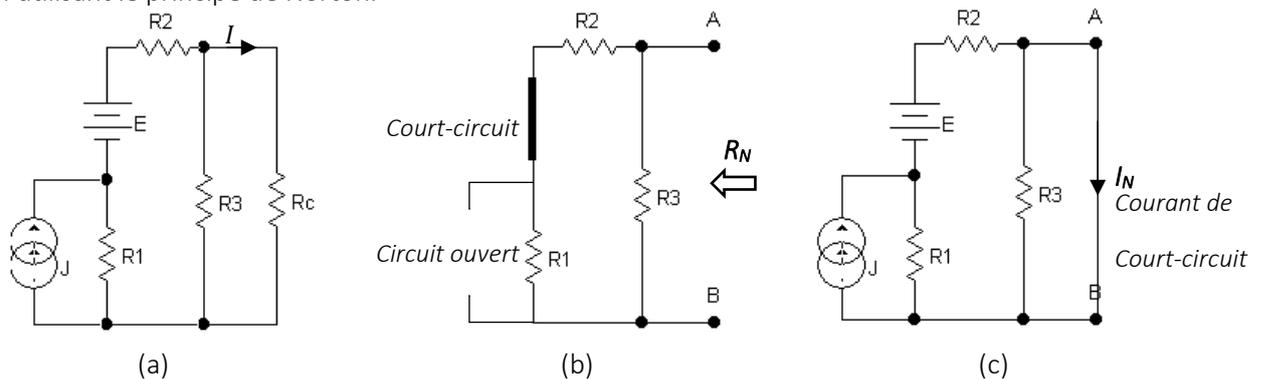


Figure I.25 Circuit proposé (a), passivation des sources avec charge isolée pour avoir R_N (b), courant de court-circuit I_N (c)

$$\text{Alors } R_N = R_{th} = (R_1 + R_2) // R_3 = R_3(R_1 + R_2) / (R_3 + R_1 + R_2)$$

- **Détermination de I_N**

Le court-circuit élimine l'effet de la résistance R_3 (figure I.26), le courant I_N est alors :

$$I_N = \frac{E + J R_1}{R_1 + R_2} : \text{ Courant à charge court-circuitée}$$

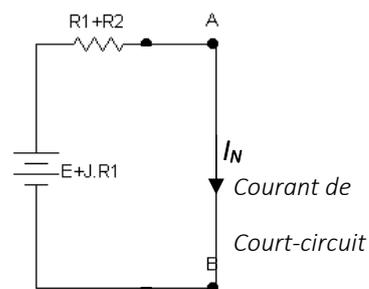


Figure I.26 Détermination de I_N

Finalement le courant dans R_c suivant le circuit équivalent de Norton est donné par :

$$I = \frac{R_N I_N}{R_N + R_c} \quad (\text{Simple diviseur de courant})$$

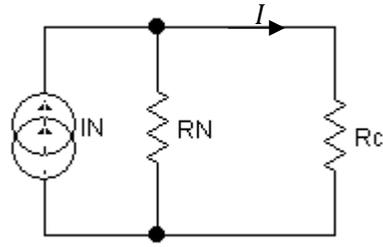


Figure I.27 l'équivalent Norton du circuit

I.10.4 Théorème de Millman

L'idée de base derrière ce théorème est d'exprimer la somme algébrique des courants dans un nœud en fonction des potentiels associés au réseau. Soit n branches associées en parallèle, comprenant chacune un circuit linéaire qui peut être remplacé par son schéma équivalent de Thévenin (Source de tension idéale en série avec un élément linéaire).

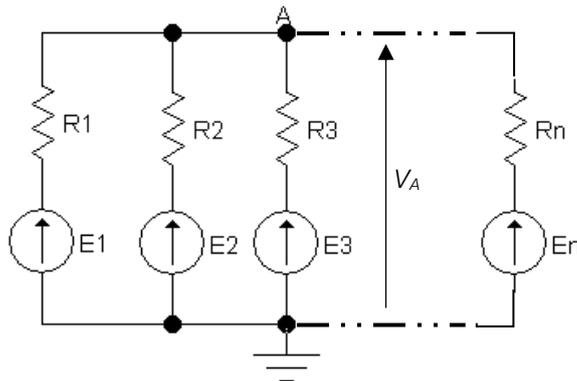


Figure I.28 Application du théorème de Millman

Suite au principe d'équivalence source de tension-source de courant le circuit est transformé en une association parallèle de générateurs de courants.

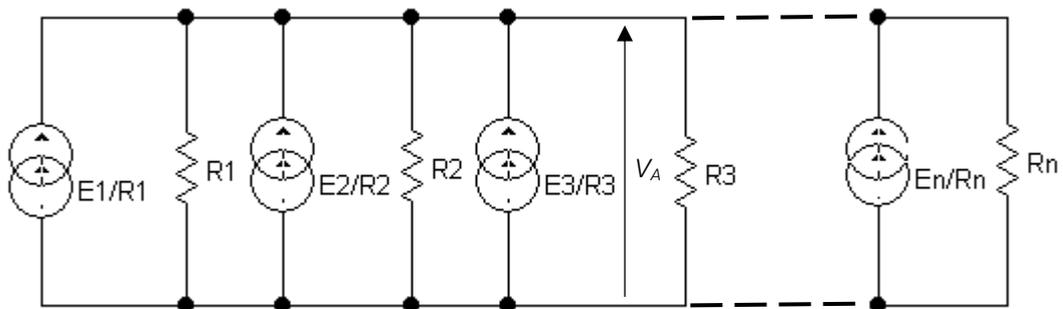


Figure I.29 Circuit équivalent (Application du théorème de Millman)

Alors le potentiel V_A peut s'écrire :

$$V_A = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{R_i}}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}} \quad (I.23)$$

Application

Reprenant l'exemple de la figure I.18, dont on s'intéresse à déterminer le courant dans R_4 (figure I.30)

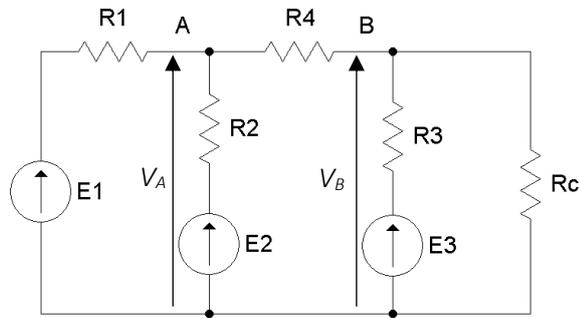


Figure I.30 Exemple d'application du théorème de Millman

D'après la loi d'Ohm il suffit de calculer les potentiels V_A et V_B , en suite sera : $I_{(R4)} = (V_A - V_B)/R_4$

Ces deux potentiels sont facilement déterminés à partir du théorème de Millman .

$$\begin{cases} \frac{E_1/R_1}{1/R_1} + \frac{E_2/R_2}{1/R_2} + \frac{V_B/R_4}{1/R_4} = V_A & \text{Potentiel au point A} \\ \frac{V_A/R_4}{1/R_4} + \frac{E_3/R_3}{1/R_3} + \frac{0/R_c}{1/R_c} = V_B & \text{Potentiel au point B} \end{cases} \quad (I.24)$$

La résolution du système d'équation permet d'avoir toutes les grandeurs électriques du réseau, et en particulier le courant dans R_4 .

I.11 Transformation topologique de réseau (Théorème de Kennelly)

L'idée derrière cette technique est de pouvoir simplifier le réseau à travers des transformations de forme ou d'architecture du circuit, notamment de la forme Pi (Triangle- Δ) vers la forme T (Etoile-*).

Cette équivalence fait apparaître des regroupements parallèles ou séries d'une façon très visible (directe).

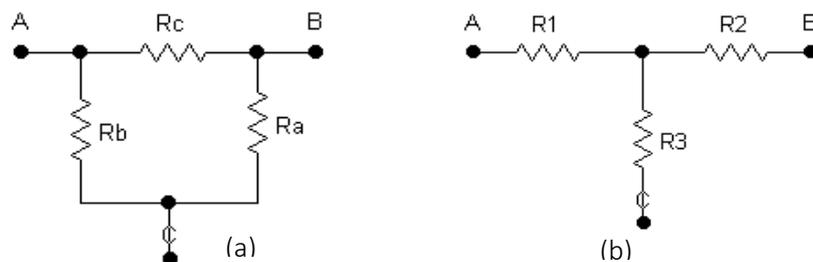
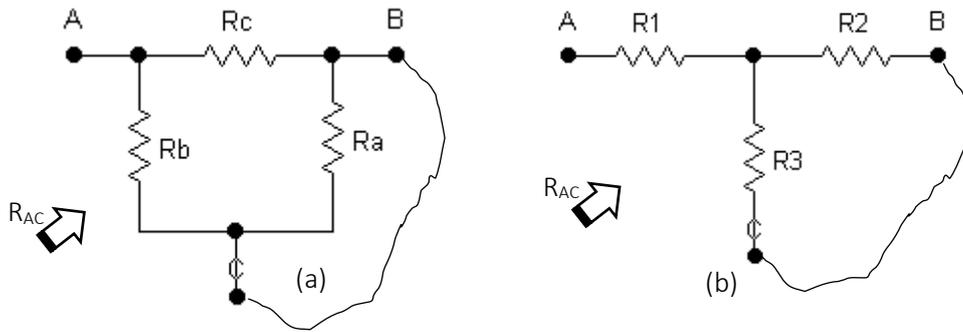


Figure I.31 Transformation topologique : forme Pi (Triangle- Δ) (a), forme T (Etoile-*) (b)

I.11.1 Transformation triangle-étoile

Trois équations nécessaires pour déterminer (R_1, R_2, R_3) coté étoile (T) en fonction des éléments (R_a, R_b, R_c) coté triangle (Pi). Pour cela il suffit d'effectuer trois manipulations sur les bornes (A,B,C) des deux formes.

1. Première manipulation : court-circuiter B et C, et calcul de R_{AC} des deux montages.



$$R_{AC(a)} = R_c // R_b \text{ (coté triangle (a))}$$

$$R_{AC(b)} = R_1 + (R_2 // R_3) \text{ (coté étoile (b))}$$

Figure I.32 Marche à suivre pour démontrer le théorème de Kennelly

La condition d'équivalence est : $R_{AC(a)} = R_{AC(b)}$, soit $R_c // R_b = R_1 + (R_2 // R_3)$.

L'expression de R_1 est alors

$$R_1 = \frac{R_c R_b}{R_a + R_b + R_c} \quad (1.25)$$

2. deuxième manipulation : court-circuiter A et C, et calcul de R_{BC} des deux montages.

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c} \quad (1.26)$$

3. Troisième manipulation : court-circuiter A et B, et calcul de R_{BC} des deux montages

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} \quad (1.27)$$

I.11.2 Transformation étoile-triangle

Le passage de la forme étoile en triangle s'effectue par les mêmes démarches, mais la seule différence est de déconnecter une branche pour chaque manipulation. On obtient alors :

$$R_a = \frac{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c}{R_1} \quad (1.28)$$

$$R_b = \frac{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c}{R_2} \quad (1.29)$$

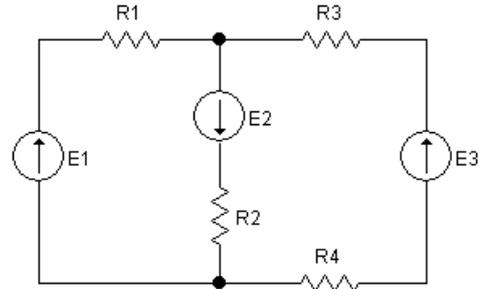
Série de TD N° 1 : Réseaux Linéaires En Régime Statique

EXERCICE 01

- Déterminer le système d'équations qui représente ce réseau à partir des lois de KIRCHHOFF.
- Calculer les courants I_1 , I_2 , I_3 dans les différentes branches.

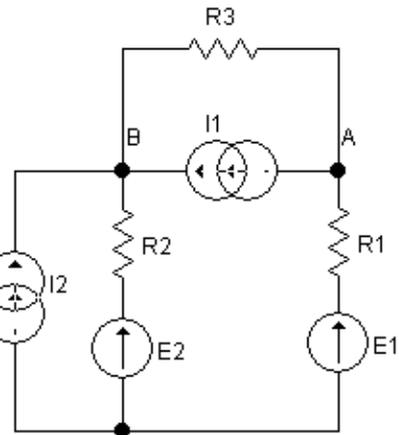
Avec $E_1=10V$, $E_2=5V$, $E_3=20V$,

$R_1=10\Omega$, $R_2=5\Omega$, $R_3=15\Omega$, $R_4=76\Omega$.



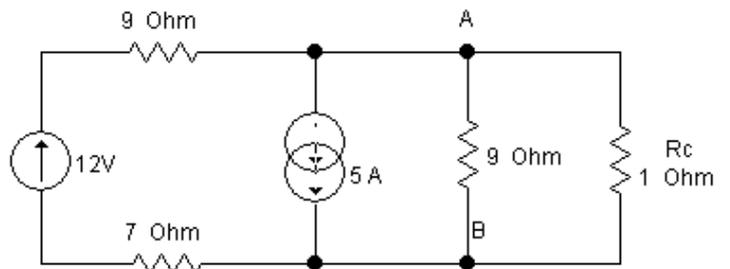
EXERCICE 02

- Donner le système d'équation qui permet de déterminer les potentiels U_A , U_B aux points A, B du réseau suivant en utilisant la loi des noeuds.
- Déduire U_{AB}



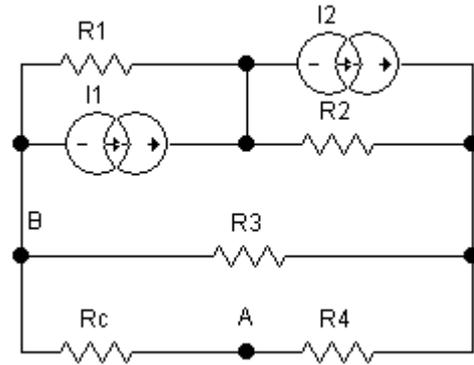
EXERCICE 03

- A partir du théorème de Superposition, calculer le courant I dans la charge R_c .



EXERCICE 04 :

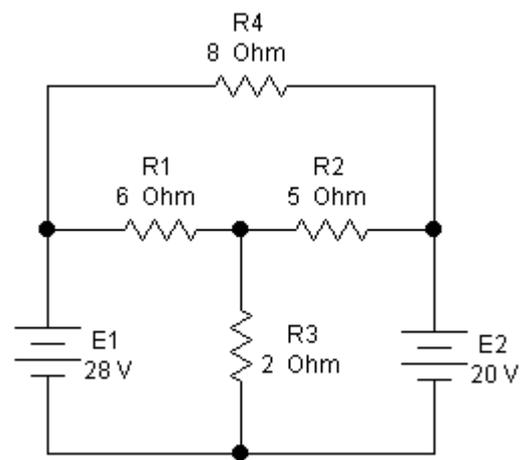
- Déterminer l'équivalent THEVENIN aux bornes de la charge R_c (entre les points : A, B) .
- Dédire l'équivalent NORTON
- Donner l'expression de la tension aux bornes de R_c à partir de l'équivalent THEVENIN.



EXERCICE 05

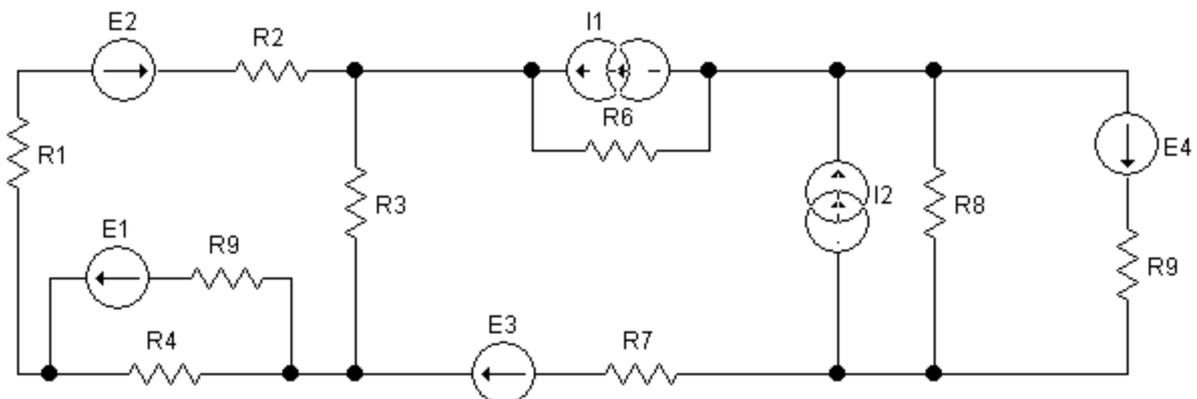
Calculer le courant dans R_3 en utilisant :

- les lois de KIRCHHOFF
- le Théorèmes de superposition



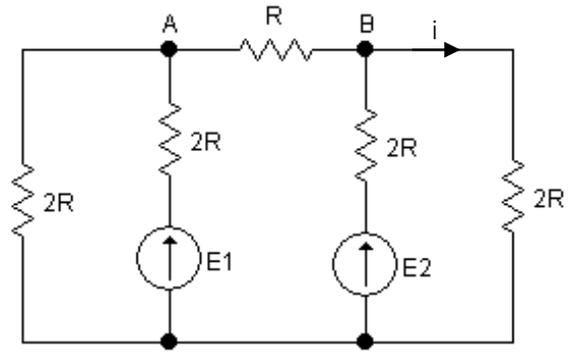
EXERCICE 06

- Déterminer l'expression du courant Dans R_3 à partir du théorème de THEVENIN en se basant sur l'équivalence source de tension source de courant.



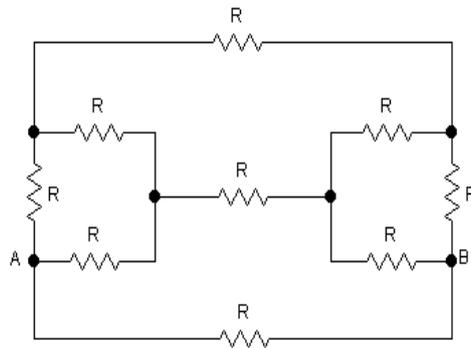
EXERCICE 07

- Calculer le courant i en appliquant le théorème de MILLMAN, sachant que $E_1=6V$, $E_2=2V$, $R=1k\Omega$



EXERCICE 08

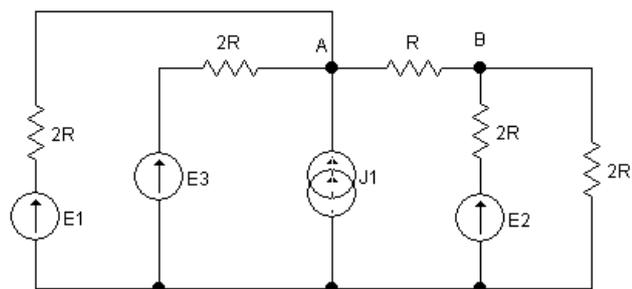
- Déterminer la résistance équivalente R_{eq} entre les points A et B dans le réseau suivant :



- La valeur de la résistance équivalente est-elle influencée par le changement de bornes de mesure A et B.

Exercice 09

- Donner le système d'équation qui permet de déterminer les potentiels U_A , U_B aux points A, B du réseau suivant en utilisant la loi des nœuds.



- Déduire U_{AB} . Avec E_1 , E_2 , E_3 des sources de tensions continues, J_1 une source de courant continu

Chapitre II

Réseau linéaire en régime harmonique

Ce chapitre est réservé pour l'analyse des propriétés des réseaux linéaires sous l'action des sources variables, notamment à caractère sinusoïdal. On s'intéresse plus particulièrement à l'étude du régime harmonique permanent sur le plan temporel, vectoriel, et complexe.

II.1 Analyse temporelle d'une grandeur sinusoïdale

Un signal sinusoïdal est une grandeur périodique caractérisée par plusieurs paramètres. Son expression générale est donnée par :

$$S(t) = S_{max} \cos(\omega t + \varphi) \quad (II-1)$$

Avec :

- $S(t)$: valeur instantanée (évolutive) , exprimée en Volt pour le cas d'une tension, et en Ampère pour une source de courant.
- S_{max} : valeur maximal de la grandeur
- ω : pulsation qui exprime le rythme de la variation de la grandeur considérée, et elle est linéairement liée à la période. Par définition une période est le temps nécessaire à une

répétition (période (T), redondance) (voir figure II.1). Cette même grandeur est analogue à un paramètre important dans l'analyse harmonique, appelé fréquence.

- La fréquence $f=1/T= \omega /2\pi$: est le nombre de répétitions (périodes) par unité de temps, exprimée en Hertz (second^{-1}).
- φ : phase initiale (à l'origine des temps), généralement exprimée en radian.

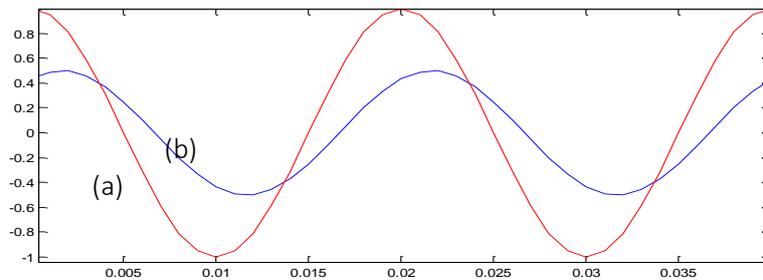


Figure II.1 Signal sinusoïdal $s(t)$ (a) , sa version décalée de φ (b)

II.2 Valeur moyenne et efficace d'une grandeur sinusoïdale

II.2.1 Valeur moyenne

Dans le domaine harmonique la valeur moyenne est un paramètre nécessaire de position, autrement dit il permet la détermination de la composante continue de la grandeur considérée. La soustraction de cette valeur à partir de la valeur instantanée génère la composante alternative.

$$S(t)=S_{moy}+ S(t)_{alternative} \quad (II-2)$$

Par définition :

$$S_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T S(t)dt \quad (II-3)$$

Pour une grandeur purement sinusoïdale la valeur moyenne est nulle.

$$S_{moy} = \int_0^T S_{max} \cos(\omega t + \varphi) dt = 0 \quad (II-4)$$

II.2.2 Valeur efficace

C'est une constante associée à signal variable (sinusoïdale dans notre cas), elle est fortement liée à son amplitude. La valeur moyenne au contraire est une constante nulle pour le cas purement sinusoïdale et par conséquent ne permet pas le quantifier. Mathématiquement la valeur efficace est la moyenne de la valeur quadratique du signal.

$$S_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T S^2(t) dt} \quad (II-5)$$

Pour le cas purement sinusoïdal :

$$S_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T S_{max}^2 \cos^2(\omega t + \varphi) dt} = \frac{S_{max}}{\sqrt{2}} \quad (II-6)$$

- **Somme analytique (temporelle) de deux fonctions sinusoïdales**

Soit deux grandeurs sinusoïdales $S_1(t)$ et $S_2(t)$ de même fréquence :

$$S_1(t) = S_{1_{max}} \cos(\omega t + \varphi_1), S_2(t) = S_{2_{max}} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Analytiquement la somme $S(t) = S_1(t) + S_2(t) = S_{1_{max}} \cos(\omega t + \varphi_1) + S_{2_{max}} \cos(\omega t + \varphi_2)$

$$S(t) = S_{1_{max}} [\cos(\omega t) \cos(\varphi_1) - \sin(\omega t) \sin(\varphi_1)] + S_{2_{max}} [\cos(\omega t) \cos(\varphi_2) - \sin(\omega t) \sin(\varphi_2)]$$

$$= A \cos(\omega t) - B \sin(\omega t) = A [\cos(\omega t) - \frac{B}{A} \sin(\omega t)]$$

Avec $A = S_{1_{max}} \cos(\varphi_1) + S_{2_{max}} \cos(\varphi_2)$, $B = S_{1_{max}} \sin(\varphi_1) + S_{2_{max}} \sin(\varphi_2)$

Posons encore $\frac{B}{A} = \tan \varphi = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}$

Alors :

$$S(t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\omega t + \varphi) \quad (II-7)$$

Il s'agit d'une grandeur sinusoïdale de même fréquence, caractérisée par une phase φ .

II.3 Représentation vectorielle (de Fresnel) d'une grandeur sinusoïdale

Etablir la somme de deux ou plusieurs grandeurs sinusoïdales dans l'espace temporel n'est pas une tâche facile sur le plan analytique, pour cela il faut chercher cette analyse dans un autre espace. Le premier proposé est le domaine vectoriel (géométrique) (Fresnel).

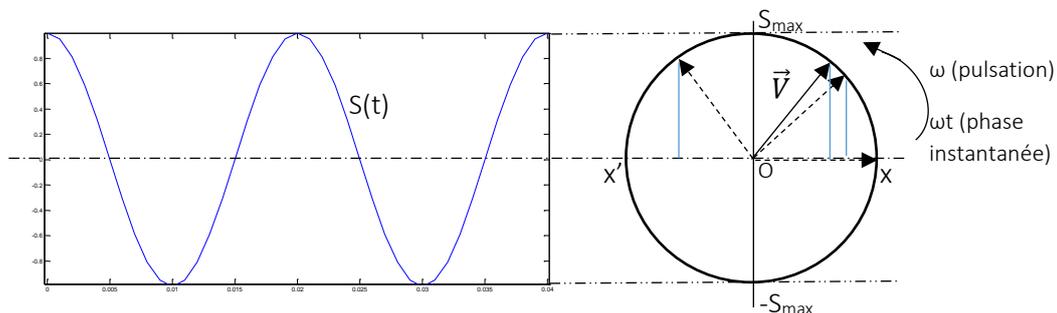


Figure II.2 Représentation vectorielle d'un Signal sinusoïdal $S(t)$

Un courant ou une tension sinusoïdale dans la représentation de Fresnel est assimilée à un vecteur \vec{V} tournant dans le plan xoy. Son module est la valeur maximale S_{max} de la grandeur (ici $S_{max}=1$), sa vitesse de rotation est la pulsation ω du signal ou encore fréquence (dans l'exemple $f=50$ Hertz, $\omega=2\pi f=100\pi$ rd/s). La projection de \vec{V} sur $x'ox$ permet de générer $S(t)$.

- **Somme vectorielle de deux fonctions sinusoïdales**

Dans l'espace vectoriel la somme de $S_1(t)$ et $S_2(t)$ peut être facilement calculée à travers la composante résultante \vec{V} entre les deux vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 associés aux deux signaux (figure II.3).

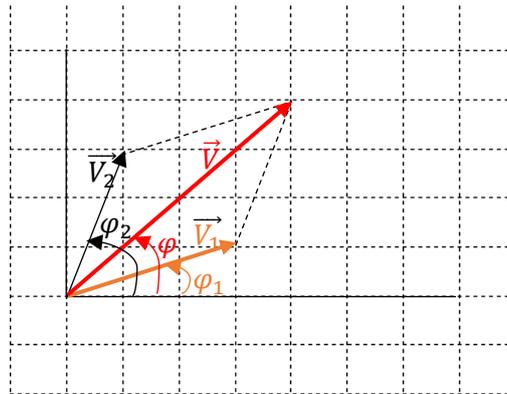


Figure II.3 Représentation vectorielle des grandeurs sinusoïdales

La mesure du module de \vec{V} ainsi que son argument φ , nous permet de définir facilement l'expression de la composante résultante $S(t)$.

II.4 Représentation complexe d'une grandeur sinusoïdale

L'intérêt de développer des techniques d'analyse des réseaux électriques en régime harmonique est de faciliter les calculs en évitant les fonctions trigonométriques. La représentation vectorielle facilite cette tâche, mais elle est imprécise, et cela suite aux mesures des angles (phases) ainsi que des longueurs (amplitudes). Afin de regrouper les deux performances il existe une troisième représentation basée sur les nombres complexes.

II.4.1 Amplitude complexe

L'expression $S(t) = S_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$ peut s'écrire sous forme complexe :

$$\begin{aligned}
 S(t) &= \text{Real}(S_{\max} e^{j(\omega t + \varphi)}) & (II-8) \\
 &= \text{Real}(S_{\max} e^{j\varphi} e^{j\omega t}) = \text{Real}(S_{\text{eff}} \sqrt{2} e^{j\varphi} e^{j\omega t}) \\
 &= \text{Real}(\underline{S} e^{j\omega t})
 \end{aligned}$$

$$\text{Avec} \quad \underline{S} = S_{\text{eff}} \sqrt{2} e^{j\varphi} \quad (II-9)$$

\underline{S} est appelée amplitude complexe associée à $S(t)$.

Dans tout ce qui suit les lois d'Ohm en régime statique sont valables en régime harmonique, à condition d'utiliser les valeurs instantanées des signaux, ou leurs amplitudes complexes associées.

Notation : $\underline{S} = S_{\text{eff}} \sqrt{2} e^{j\varphi}$, $\underline{S} = [S_{\text{eff}}, \varphi]$, $\underline{S} = (S_{\text{eff}}, \varphi)$

II.4.2 Dérivation et intégration dans le domaine harmonique

D'une façon générale un réseau linéaire en régime sinusoïdal est totalement défini par une équation différentielle qui caractérise son état permanent et transitoire. L'utilisation des nombres complexes reste indispensable pour simplifier la résolution de ces équations.

- **Dérivation :**

Suite à l'expression (II-1), on peut calculer la variation de $S(t)$ comme suit :

$$\frac{dS(t)}{dt} = -j\omega S_{max} \sin(\omega t + \varphi) = j\omega S_{max} \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \quad (II-10)$$

La fonction dérivée $\frac{dS(t)}{dt}$ est une grandeur avancée en quadrature de phase ($T/4$ ou $\pi/2$) par rapport à $S(t)$, et dilatée en amplitude par un facteur de ω .

En notation complexe on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= \text{Real}(j\omega S_{max} e^{j(\omega t + \varphi)}) = \text{Real}(j\omega S_{max} e^{j\varphi} e^{j\omega t}) = \text{Real}(j\omega \underline{S} e^{j\omega t}) \\ &= \text{Real}(j\omega S(t)) \end{aligned} \quad (II-11)$$

Donc l'argument $\text{Arg}(\frac{dS(t)}{dt}) = \text{Arg}(j\omega) + \text{Arg}(S(t)) = \frac{\pi}{2} + \text{Arg}(S(t))$ (Avance de phase de la dérivée), le module $\|\frac{dS(t)}{dt}\| = \omega \|S(t)\|$ (dilatation d'amplitude). De plus l'amplitude complexe associée à $\frac{dS(t)}{dt}$ est $j\omega \underline{S}$, c'est de multiplier l'amplitude complexe du signal d'origine par $j\omega$.

- **Intégration :**

D'une façon similaire à la dérivation, l'intégral de $S(t)$ est :

$$\int S(t) dt = \int S_{max} \cos(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{j\omega} \sin(\omega t + \varphi) = \frac{1}{j\omega} \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}) \quad (II-12)$$

La fonction intégrale $\int S(t) dt$ est une grandeur retardée en quadrature de phase ($T/4$ ou $\pi/2$) par rapport à $S(t)$, et compressée en amplitude par un facteur de ω .

En notation complexe :

$$\begin{aligned} \int s(t) dt &= \text{Real}(\frac{1}{j\omega} S_{max} e^{j(\omega t + \varphi)}) = \text{Real}(\frac{1}{j\omega} S_{max} e^{j\varphi} e^{j\omega t}) = \text{Real}(\frac{1}{j\omega} \underline{S} e^{j\omega t}) \\ &= \text{Real}(\frac{1}{j\omega} S(t)) \end{aligned} \quad (II-13)$$

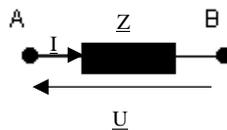
Alors :

$Arg(\int s(t)dt) = Arg(S(t)) - Arg(j\omega) = Arg(S(t)) - \frac{\pi}{2}$, le module $\|\int s(t)dt\| = \frac{1}{\omega} \|S(t)\|$, fonction retardée et compressée en amplitude. l'amplitude complexe associée à $\int s(t)dt$ est $\frac{1}{j\omega} \underline{S}$, c'est de diviser l'amplitude complexe du signal d'origine par $j\omega$.

II-5 Lois d'Ohm en régime harmonique permanent

II.5.1 Notion d'impédance

Le suivi du comportement dynamique d'un dipôle linéaire sous une tension (courant) sinusoïdale nécessite un paramètre capable de décrire son identité en fonction de la fréquence appliquée, ce paramètre est appelé impédance, il présente le rapport entre la tension appliquée et le courant.



\underline{U} et \underline{I} sont les amplitudes complexes associées à la tension sinusoïdale $U(t)$, ainsi que le courant $I(t)$.

L'impédance complexe \underline{Z} du dipôle est :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = |\underline{Z}|e^{j\theta} = a + jb \quad (II-14)$$

Le $|\underline{Z}|$ est exprimé en Ω , θ est l'argument de \underline{Z} , a est appelé résistance (partie réelle), b est la réactance (partie imaginaire).

Un dipôle linéaire peut être aussi caractérisé par son admittance complexe \underline{Y}

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G + jH \quad (II-15)$$

La dimension de l'admittance est le Ω^{-1} ou le Siemens, G est appelée conductance, H est la Susceptance.

Suivant la notion de l'impédance on peut maîtriser le fonctionnement de plusieurs type de dipôles en régime dynamique, notamment une résistance pure, un condensateur, une inductance.

II.5.2 Résistance pure

Dans une résistance en régime continu la tension à ses bornes est linéairement proportionnelle au courant, cette relation est valable en régime harmonique.

$$R = \frac{U(t)}{I(t)} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z}_R \quad (II-16)$$

Pour $U(t) = U_{max}\cos(\omega t + \varphi)$, $\underline{U} = U_{max} e^{j\varphi}$

Alors $\underline{I} = \frac{U_{max} e^{j\varphi}}{R} \Rightarrow$ le courant dans R présente la même phase que la tension appliquée, son amplitude est liée à $U(t)$ par un facteur de R. Autrement dit l'impédance complexe \underline{Z}_R d'un dipôle résistif est purement réelle ($|\underline{Z}_R|=R, \text{Arg}(\underline{Z}_R)=0$). L'argument de l'impédance permet de déterminer la phase entre $U(t)$ et $I(t)$, tandis que le module détermine l'amplitude de $I(t)$ suivant l'évolution de $U(t)$.

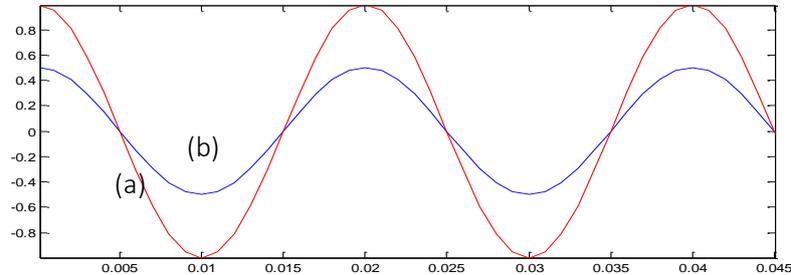


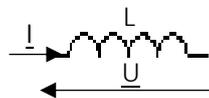
Figure II.4 Tension (a), courant (b) dans un dipôle résistif pure

Dans cet exemple la fréquence appliquée est de 50 Hertz, $\underline{U} = 1e^{j0}$, $R=2 \Omega$.

II.5.3 Inductance pure

Dans une inductance pure la tension à ses bornes est linéairement proportionnelle à la variation du courant, et on peut écrire :

$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt} \quad (II-16)$$



L est appelée inductance, elle caractérise les propriétés physique de l'inductance (section du fil, le nombre de spires,), elle est exprimée en Henry.

Sur le plan temporel, et sachant que $I(t) = I_{max} \cos(\omega t + \varphi)$, l'équation (II-16) peut s'écrire :

$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt} = -L\omega I_{max} \sin(\omega t + \varphi) = L\omega I_{max} \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) = U_{max} \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

La tension est alors avancée en quadrature de phase ($T/4$ ou $\pi/2$) par rapport au courant (figure II.5)

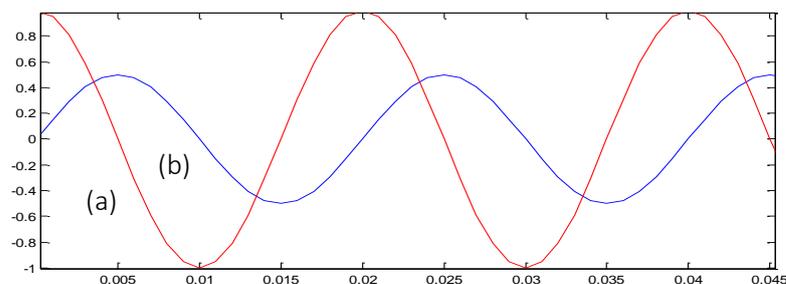


Figure II.5 Tension (a), courant (b) dans un dipôle inductif pure

En utilisant les amplitudes complexes associées à $U(t)$ et $I(t)$, l'équation différentielle peut s'écrire :

$\underline{U} = jL\omega\underline{I}$ (la fonction dérivée est remplacé par la fonction d'origine multipliée par $j\omega$).

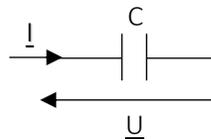
$$\underline{U} = jL\omega\underline{I} = \underline{Z}_L\underline{I} \quad (II-17)$$

$\underline{Z}_L = jL\omega$ est appelée impédance complexe associée à un élément inductif, son module $|\underline{Z}_L| = L\omega$, son argument est de $+\pi/2$. Cette impédance nous permet facilement de conclure que dans une inductance, l'amplitude de la tension ($|\underline{U}| = L\omega|\underline{I}|$) est liée à celle du courant par un facteur de $L\omega$, et son argument ($Arg(\underline{U}) = arg(\underline{I}) + \pi/2$) est en quadrature de phase avec \underline{I} (figure II.5)

II.5.4 Condensateur pure

Dans un condensateur pure le courant est linéairement proportionnel à la variation de la tension appliquée, on peut écrire :

$$I(t) = C \frac{dU(t)}{dt} \quad (II-18)$$



C est appelée capacité, elle caractérise les propriétés physique du condensateur (surface des armatures, épaisseur du diélectrique,), elle est exprimée en Farad.

Sur le plan temporel, et sachant que $I(t) = I_{max}\cos(\omega t + \varphi)$, l'équation (II-18) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} I(t) = C \frac{dU(t)}{dt} &\Rightarrow U(t) = \frac{1}{C} \int I(t) dt \\ &= \frac{1}{C\omega} I_{max} \sin(\omega t + \varphi) = \frac{1}{C\omega} I_{max} \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}) = U_{max} \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

La tension est alors avancée en quadrature de phase ($T/4$ ou $\pi/2$) par rapport au courant (figure II.6), mais cette fois-ci elle est retardée.

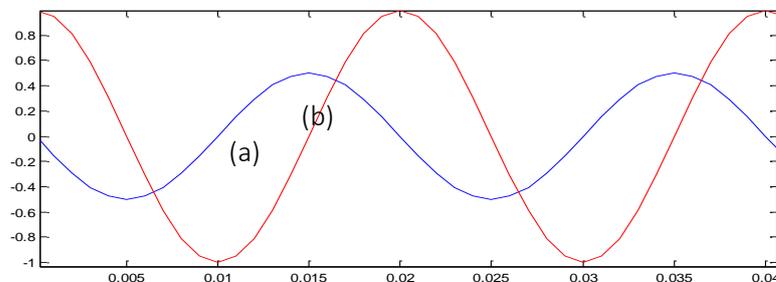


Figure II.6 Tension (a), courant (b) dans un dipôle capacitif pure

A partir de la notation complexe, l'équation différentielle (II-18) peut s'écrire :

$$\underline{U} = \frac{1}{jC\omega} \underline{I} = \underline{Z}_C \underline{I} \quad (II-19)$$

$\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$ est appelée impédance complexe associée à un élément capacitif, son module $|\underline{Z}_C| = \frac{1}{C\omega}$, son argument est de $-\pi/2$. Cette impédance nous permet de dire que dans un condensateur, l'amplitude de la tension ($|\underline{U}| = \frac{1}{C\omega} |\underline{I}|$) est liée à celle du courant par un facteur de $\frac{1}{C\omega}$ et son argument ($Arg(\underline{U}) = arg(\underline{I}) - \pi/2$) est en quadrature de phase avec \underline{I} (figure II.6)

II.6. exemple d'association des dipôles en régime harmonique (Circuit RLC série)

En régime harmonique les lois d'associations des dipôles sont basées sur l'impédance complexe associée à chaque élément, et les règles d'associations sont identiques au groupement des dipôles résistifs.

On s'intéresse à étudier le comportement du courant $I(t)$ en fonction de la tension $U(t)$ sinusoïdale appliquée aux bornes d'un dipôle composé d'une association série d'une résistance (R), d'un condensateur (C), d'une inductance (L).

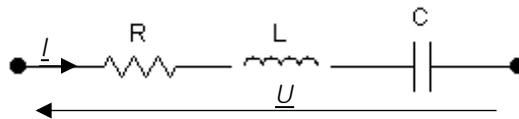


Figure II.7 Dipôle RLC série

En régime harmonique permanent les grandeurs $I(t)$ et $U(t)$ sont remplacées par leurs amplitudes complexes \underline{I} et \underline{U} , et sachant que $\underline{U} = [U_{eff}, 0]$, on s'intéresse à déterminer \underline{I} associée au courant instantané.

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I} \quad (II-20)$$

$\underline{Z} = R + jL\omega + 1/jC\omega$ est l'impédance complexe équivalente associée au dipôle RLC série

$$\underline{Z} = R + j(L\omega - 1/C\omega) \quad (II-21)$$

Suivant la relation (II-20), le module de \underline{Z} ainsi que son argument permet de déterminer respectivement l'amplitude et la phase instantanée de $I(t)$ alors :

- **Valeur efficace de $I(t)$**

$$|\underline{I}| = \underline{U}/|\underline{Z}| = U_{eff}/\sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$$

$$I_{eff} = \underline{U}/|\underline{Z}| = U_{eff}/\sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2} \quad (II-22)$$

Cette expression montre l'influence de la pulsation ω sur l'amplitude instantanée du courant à amplitude fixe de la tension appliquée.

- **Phase (argument) de $I(t)$**

$$\text{Arg}(I) = \text{Arg}(U) - \text{Arg}(Z) = 0 - \arctan\left(\frac{L\omega - 1/C\omega}{R}\right) \quad (II-23)$$

Pour ($L\omega = 1/C\omega$) le courant instantané est en phase ($\varphi = \text{Arg}(Z) = 0$) avec la tension appliquée, autrement dit que pour une pulsation (fréquence) particulière $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ ou $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$ le dipôle RLC est purement résistif, son impédance $Z = R$, et la valeur efficace I_0 du courant sera maximisée ($I_0 = U_{eff}/R$). f_0 est appelée fréquence de **résonance**.

On peut dire comme conclusion qu'à la résonance l'amplitude associée au courant est maximisée, la tension est phase avec le courant, le dipôle RLC est à caractère résistif.

Le déphasage sur l'étendu fréquentiel est totalement décrit par le signe de la différence ($L\omega - 1/C\omega$), c'est-à-dire que pour ($L\omega \gg 1/C\omega$) le circuit est à caractère inductif (tension en avance), par contre pour ($L\omega \ll 1/C\omega$), le dipôle RLC est à caractère capacitif (courant en avance).

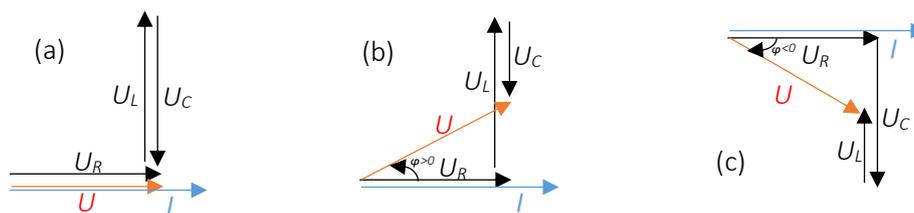


Figure II.8 Représentation vectorielle du circuit RLC série, (a) tension en phase avec le courant, (b) tension avancée par rapport au courant, (c) tension retardée.

Série de TD N° 2 : Réseaux Linéaires En Régime sinusoïdal

EXERCICE 01

- Calculer la somme des courants I_1 , I_2 , I_3 , avec :

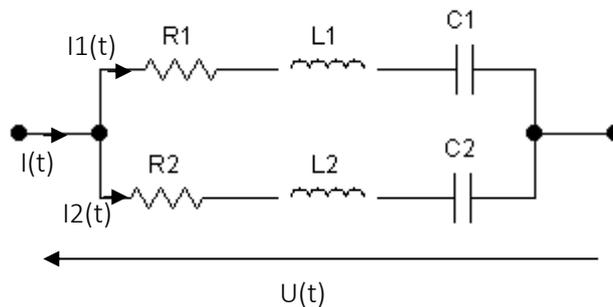
$$I_1 = 5\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right), \quad I_2 = 6\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad I_3 = 2\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

En utilisant :

- la notation complexe.
- Le Diagramme de Fresnel.

EXERCICE 02

Le circuit suivant est alimenté sous une tension sinusoïdale. $U(t) = 220\sqrt{2}\cos(\omega t)$ et de fréquence $f = 50$ Hz

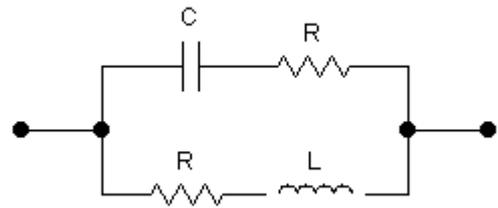


- Calculer les impédances complexes \underline{Z}_1 , \underline{Z}_2 , des deux branches, ainsi que l'impédance équivalente \underline{Z} de l'ensemble.
- Calculer les intensités complexes \underline{I}_1 , \underline{I}_2 , et \underline{I} .
- Dédire les expressions des valeurs instantanées $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i(t)$.

Sachant que : $R_1 = 50 \Omega$, $L_1\omega = 100 \Omega$, $\frac{1}{C_1\omega} = 70 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$, $L_2\omega = 10 \Omega$, $\frac{1}{C_2\omega} = 60 \Omega$

EXERCICE 03

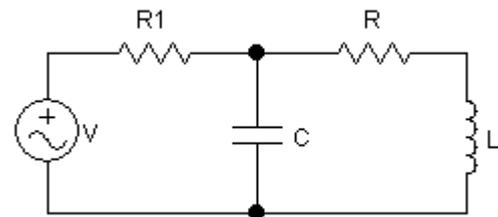
- Exprimer l'impédance complexe équivalente du dipole suivant .
- A quelle condition cette impédance sera réelle ?
- En déduire sa valeur lorsque cette condition est remplie.



EXERCICE 04

La source de tension appliquée est une source sinusoïdale d'expression: $V(t) = 50\sqrt{2}\cos(\omega t)$.

Soit $X_c = -5 \Omega$, $X_l = 4 \Omega$ (les réactances respectives de C et L), $R_1 = 10 \Omega$; $R = 3 \Omega$



- Déterminer l'impédance équivalente du circuit.
- Calculer le courant total $I(t)$ ainsi que les courants dans les branches.

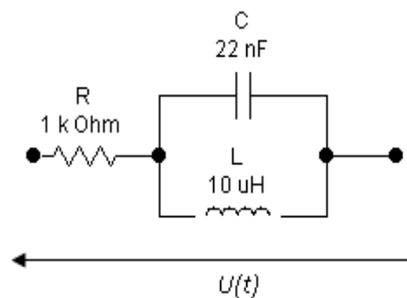
EXERCICE 05

Calculer l'impédance complexe du circuit suivant

- Pour quelle fréquence le courant $i(t)$ dans R soit nul.

On alimente le circuit par une tension sinusoïdale

$U(t) = 220\sqrt{2}\cos(\omega t)$ de fréquence $f = 50$ Hz



- Calculer les intensités complexes I_1 dans C, I_2 dans L ainsi que le courant total I dans R. Déduire les expressions des valeurs instantanées $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i(t)$.

Chapitre III

Quadripôle électriques (rappels de cours)

L'intérêt de ce chapitre est de savoir comment analyser un réseau linéaire vis-à-vis ses entrées et sorties, c'est d'ailleurs le principe de base des quadripôles électriques. En d'autre terme à travers cette technique on peut avoir un modèle électrique du réseau par simple mesure des grandeurs électriques d'entrées et de sorties.

III.1 Définition

Un quadripôle est un circuit électrique à quatre bornes, deux en entrées et deux en sortie, constitué d'un certain nombre d'éléments passifs et actifs. Le couple (V_1, I_1) représente respectivement la tension ainsi que le courant d'entrée, et (V_2, I_2) est le couple de sortie (figure III.1).

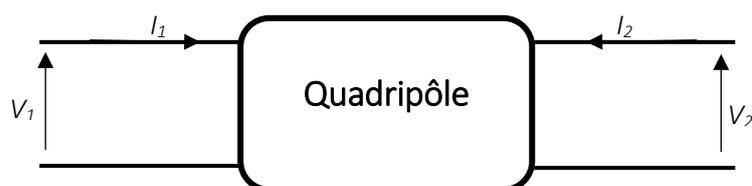


Figure III.1 Représentation générale d'un réseau sous forme d'un quadripôle.

Si le quadripôle dissipe uniquement l'énergie par l'effet Joule, il est passif. Dans le cas contraire, il est actif. On s'intéresse dans ce cadre d'étude aux quadripôles électriques linéaires.

III.2 Modèles matriciels associés à un quadripôle électrique

Suivants les relations linéaires entres les variables d'entrées-sorties on peut discerner six combinaisons possibles. Les coefficients ainsi générés associés à ces relations sont en fonction des éléments constituant le quadripôle.

III.2.1 Paramètres impédances (Matrice impédance Z)

Le principe des sources liées (dépendantes) fourni un modèle qui décrit les tensions d'entrées-sorties (V_1, V_2) en fonction d'une combinaison linéaire des courants (I_1, I_2) pondérés par les paramètres impédances Z_{ij} .

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned} \quad (III-1)$$

Les sources liées $Z_{12}I_2$, $Z_{21}I_1$ présentent respectivement l'influence du courant de sortie sur la tension d'entrée, et le courant d'entrée sur la tension de sortie (figure III.2).

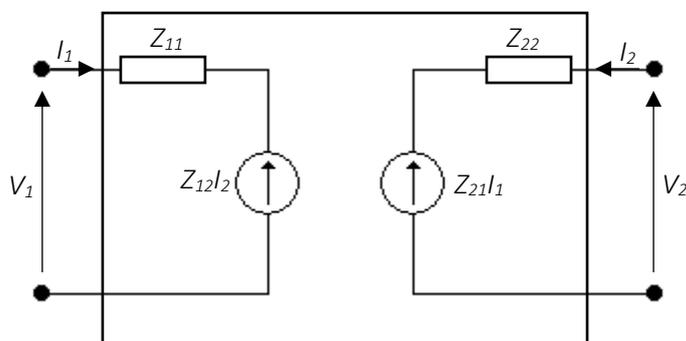


Figure III.2 Représentation en paramètres Z.

Suivant (III-1) le modèle matriciel en Z est :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (III-2)$$

Les éléments de la matrice impédance $[Z]$ sont définis comme suit :

- $Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0}$: Impédance d'entrée avec sortie déconnectée (à vide).
- $Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0}$: Impédance de transfert inverse avec entrée déconnectée.

- $Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} |_{I_2=0}$: Impédance de transfert direct avec sortie déconnectée.
- $Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} |_{I_1=0}$: Impédance de sortie avec entrée déconnectée.

III.2.2 Paramètre admittances (matrice admittance Y)

C'est la représentation inverse de la matrice Z, elle permet d'exprimer les courants d'entrées-sorties en fonction des tensions.

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 &= Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{aligned} \quad (III-3)$$

Les sources de courants liés à l'entrée et la sortie sont matérialisés par $Y_{12}V_2$ et $Y_{21}V_1$ (figure III.3).

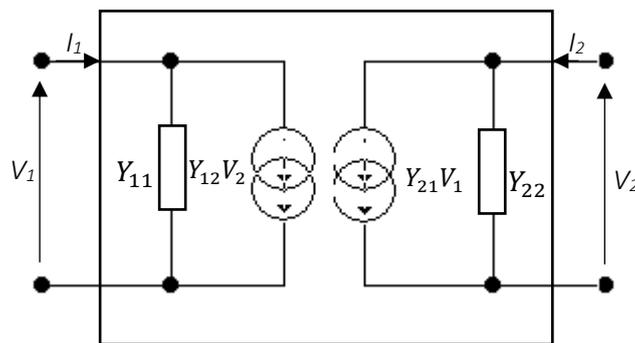


Figure III.3 Représentation en paramètres Y.

Le model matriciel en paramètres admittances est alors :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (III-4)$$

Les éléments de la matrice [Y] sont obtenus à base des sources éteintes (court-circuitées) ($V_1=0$ ou $V_2=0$).

- $Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} |_{V_2=0}$: Impédance d'entrée à sortie éteinte.
- $Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} |_{V_1=0}$: Impédance de transfert inverse à entrer éteinte.
- $Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} |_{V_2=0}$: Impédance de transfert direct à sortie éteinte.
- $Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} |_{V_1=0}$: Impédance de sortie à entrer éteinte.

III.2.3 Paramètre hybrides (matrice hybride H)

On s'intéresse dans cette représentation à définir un modèle équivalent qui comporte les deux types (hybridation) de sources dépendantes. L'idée dans ce cas est d'exprimer le couple mixte (V_1, I_2) en fonction de (I_1, V_2) .

$$\begin{aligned} V_1 &= h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 &= h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{aligned} \quad (III-5)$$

La structure hybride est donnée par la figure suivante :

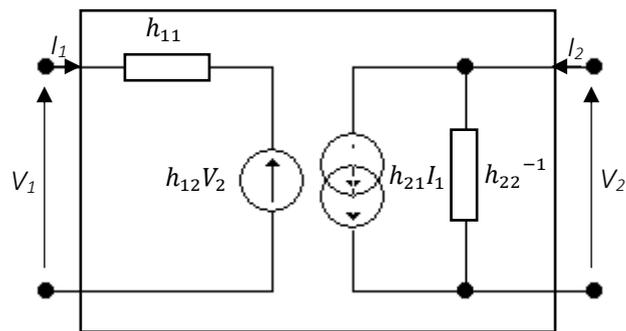


Figure III.4 Représentation hybride d'un quadripôle électrique

Le h_{22}^{-1} est pour symboliser une impédance car h_{22} est une admittance.

La matrice hybride est donnée par :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (III-6)$$

Les paramètres h_{ij} sont obtenus par une manipulation mixte de sources éteintes.

- $h_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{V_2=0}$: Impédance d'entrée.
- $h_{12} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_1=0}$: Atténuation en tension.
- $h_{21} = \frac{I_2}{I_1} \Big|_{V_2=0}$: Gain en courant.
- $h_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{I_1=0}$: Admittance de sortie.

Une autre version du modèle hybride permet d'exprimer le couple (I_1, V_2) en fonction du couple (V_1, I_2) , autrement dit c'est la matrice inverse de [H].

III.2.4 Paramètres de transfert (matrice de transfert ou chaîne T)

C'est une représentation très utile pour la simplification et l'analyse fréquentielle des réseaux linéaire associés en configuration chaîne (en cascade). L'idée est d'exprimer les grandeurs de sortie (V_2, I_2) en fonction des grandeurs d'entrée (V_1, I_1) .

$$\begin{aligned} V_2 &= T_{11}V_1 + T_{12}I_1 \\ I_2 &= T_{21}V_1 + T_{22}I_1 \end{aligned} \quad (III-7)$$

La version matricielle sera :

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (III-8)$$

Les termes T_{ij} sont soit des gains en tension ou en courant, soit des impédances ou admittances de transfert calculées par le principe des sources éteintes.

Dans ce type de matrice le courant I_2 est sortant du quadripôle contrairement à tous les autres paramètres.

Une autre version du modèle de transfert (chaîne) permet d'exprimer le couple d'entrée (V_1, I_1) en fonction du couple de sortie (V_2, I_2), autrement dit c'est $[T]^{-1}$.

III.3 Association des quadripôles

Un réseau électrique en terme de quadripôle peut être décomposé sous forme d'une association série, parallèle ou mixte d'un ensemble de quadripôles élémentaires. L'objectif de cette décomposition est de réduire la dimension d'analyse.

III.3.1 Association série

Dans une association série de quadripôles, c'est le courant qui est en commun en entrée et en sortie, par contre le potentiel est fragmenté (figure II.5).

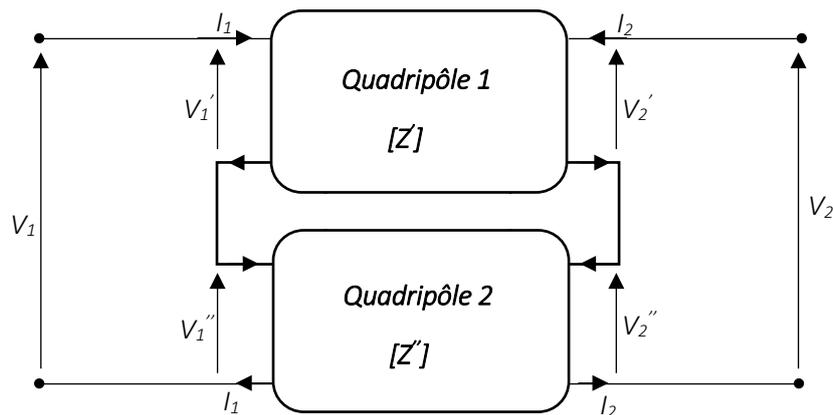


Figure III.5 Association en série de deux quadripôles

$$V_1 = V_1' + V_1'' \quad \text{et} \quad V_2 = V_2' + V_2'' \quad (III-9)$$

$$I_1 = I_1' = I_1'' \quad \text{et} \quad I_2 = I_2' = I_2'' \quad (III-10)$$

La matrice $[Z]$ du quadripôle équivalent à la mise en série de Q_1 et Q_2 est donnée par :

$$[Z] = [Z'] + [Z''] \quad (III-11)$$

III.3.2 Association en parallèle

Dans une configuration parallèle de quadripôles c'est le couple (V_1, V_2) qui est commun entre Q_1 et Q_2 , par contre le couple (I_1, I_2) est fragmenté (Figure III.6).

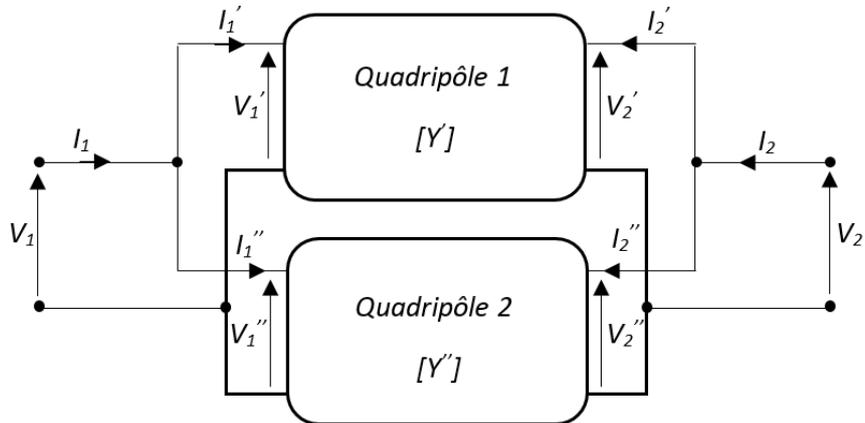


Figure III.6 configuration parallèle de deux quadripôles

$$I_1 = I_1' + I_1'' \quad \text{et} \quad I_2 = I_2' + I_2'' \quad (III-12)$$

$$V_1 = V_1' = V_1'' \quad \text{et} \quad V_2 = V_2' = V_2'' \quad (III-13)$$

Pour avoir le modèle équivalent il suffit d'utiliser la somme directe des matrices admittances associées à chaque quadripôle.

$$[Y] = [Y'] + [Y''] \quad (III-14)$$

III.3.3 Association en chaîne (en cascade)

Dans une configuration en cascade la matrice la plus adaptée est celle de transfert $[T]$.

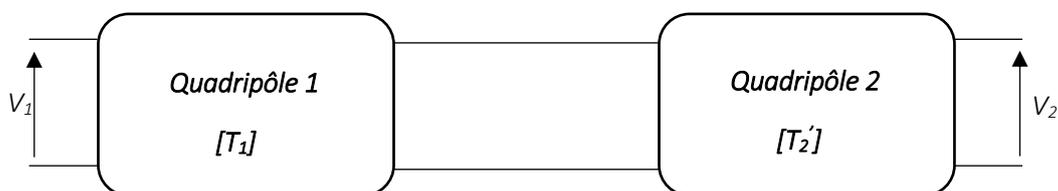


Figure III.7 association en cascade

$$[T]_{\text{équivalente}} = [T_2] [T_1]$$

III.3.4 Exemple d'association des quadripôles

Dans le réseau linéaire suivant on peut remarquer une configuration série de deux quadripôles élémentaires Q_1 et Q_2 .

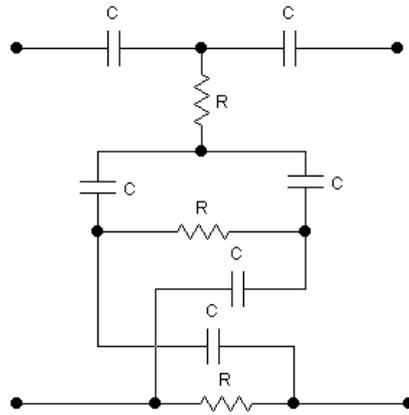


Figure III.8 Exemple d'association série de deux quadripôles

Cette décomposition nous permet facilement d'avoir le model équivalent, à partir d'une somme directe entres matrices impédances (figure III.9)

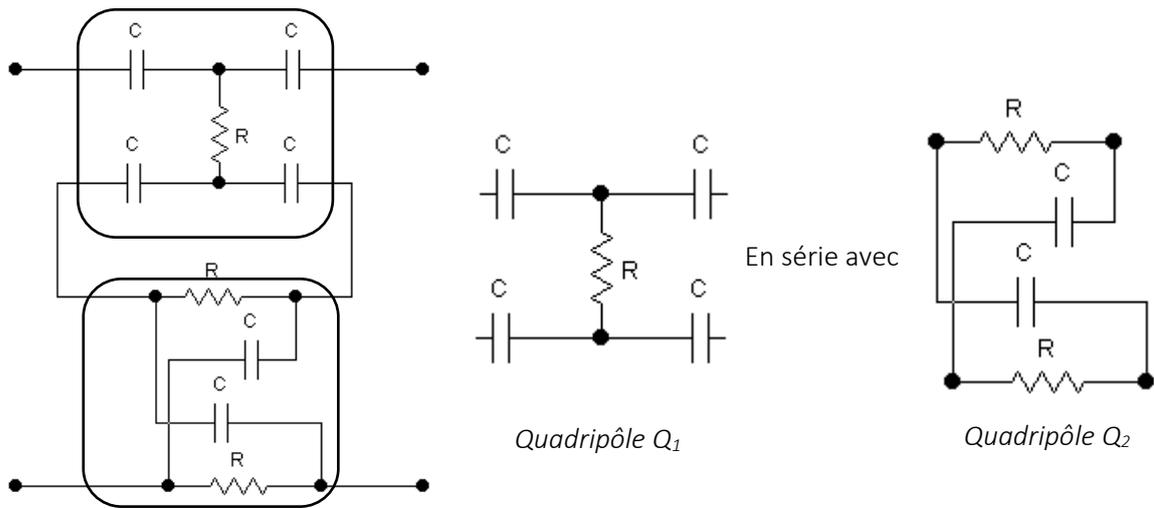


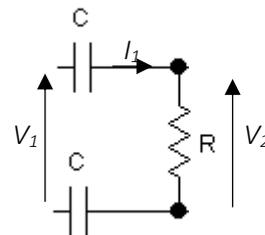
Figure III.9 Décomposition du réseau de la figure III.8

Pour cette exemple il suffit de déterminer $[Z_A]$ et $[Z_B]$ (matrices impédances de Q_1 et Q_2), pour avoir facilement la matrice équivalente ($[Z] = [Z_A] + [Z_B]$) du réseau proposé.

- Détermination de $[Z_A]$

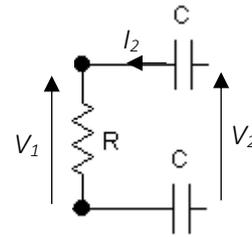
$$Z_{11(A)} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = R + \frac{2}{j\omega C}$$

$$Z_{21(A)} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} = R$$



$$Z_{12(A)} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} = R$$

$$Z_{22(A)} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} = R + \frac{2}{j\omega C}$$



- Détermination de $[Z_B]$

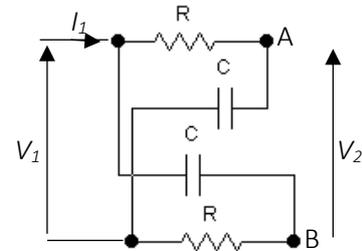
$$Z_{11(B)} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = (R + \frac{1}{j\omega C}) // (R + \frac{1}{j\omega C})$$

$$Z_{11(B)} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{1}{2} (R + \frac{1}{j\omega C}) = Z_{22(B)}$$

$$Z_{21(B)} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}$$

$$V_2 = V_A - V_B = \frac{1}{j\omega C} \frac{I_1}{2} - R \frac{I_1}{2} \text{ Alors :}$$

$$Z_{21(B)} = \frac{1}{2} (\frac{1}{j\omega C} - R) = Z_{12(B)}$$



La matrice équivalente du réseau est :

$$[Z] = [Z_A] + [Z_B] = \begin{bmatrix} Z_{11(A)} + Z_{11(B)} & Z_{12(A)} + Z_{12(B)} \\ Z_{21(A)} + Z_{21(B)} & Z_{22(A)} + Z_{22(B)} \end{bmatrix}$$

III.4 Quadripôle en charge (impédance d'entrée et de sortie d'un quadripôle chargé)

Les modèles matriciels qui caractérisent un quadripôle sont obtenus à partir des manipulations en circuit-ouvert ou en court-circuit au niveau de son entrée ou sa sortie, ce sont des modèles propres au quadripôle. Mais dans la pratique l'exploitation des quadripôles nécessite des liaisons avec des circuits externe, notamment avec des sources réelles (E,R) en entrée et des charges (Z_c) en sortie.

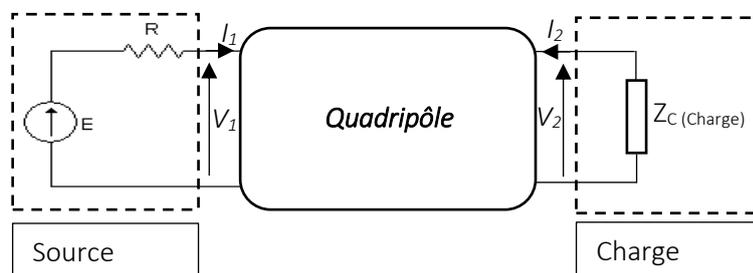


Figure III.10 Quadripôle en charge

La source de tension (E,R) branché en entrée engendre le couple (V_1, I_1) selon la relation suivante :

$$V_1 = E - RI_1 \tag{III-15}$$

En sortie et suivant l'impédance de charge Z_c , le potentiel de sortie est :

$$V_2 = -Z_C I_2 \text{ (le signe (-) indique que } I_2 \text{ est entrant)} \quad (III-16)$$

L'état du réseau en charge est déterminé par (III-15) et (III-16), ainsi que le model propre au quadripôle comme à titre d'exemple la matrice impédance [Z]

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 &= Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{aligned} \quad (III-17)$$

III.4.1 Impédance d'entrée

Pour assurer un bon transfert d'énergie de la source vers la charge il est nécessaire d'assurer une bonne adaptation d'impédance. Pour cette raison le calcul de l'impédance d'entrée et de sortie est indispensable.

L'impédance d'entée Z_e du quadripôle en charge est le rapport V_1/I_1 mais à I_2 non nul, et d'après (III-16) et (III-17) :

$$V_2 = -Z_C I_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{-Z_{21} I_1}{Z_{22} + Z_C} \quad (III-18)$$

Alors l'impédance d'entrée :
$$Z_e = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12} Z_{21} I_1}{Z_{22} + Z_C} \quad (III-19)$$

III.4.2 Impédance de sortie

Avant de brancher la charge Z_c il faut avoir une idée sur une l'impédance de sortie suivant l'excitation (E,R) et à Z_c déconnecter, autrement dit pour assurer une bonne adaptation d'impédance il faut que l'impédance Z_s en sortie soit inférieur à Z_c .

L'impédance Z_s est obtenu par le model de Thévenin (figure III.11)

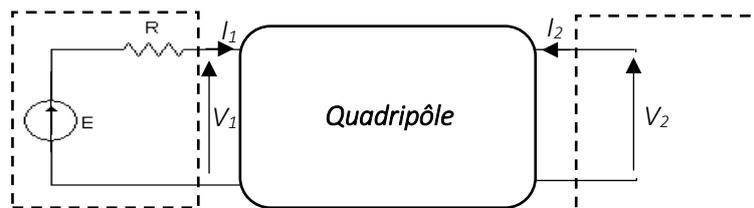


Figure III.11 Détermination de l'impédance de sortie

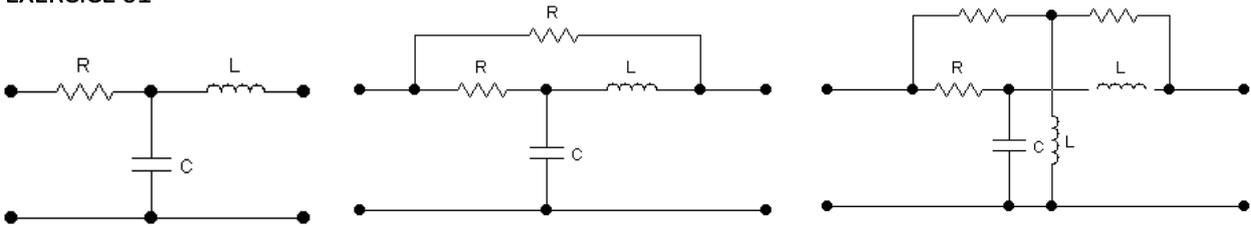
L'impédance de sortie Z_s vaut :

$$Z_s = \frac{V_2}{I_2} = Z_{22} - \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{11} + R} \quad (III-20)$$



Série de TD N° 3 : Quadripôles Electriques

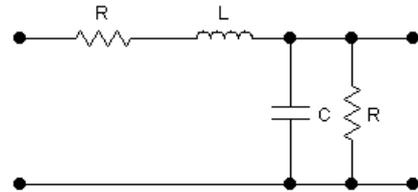
EXERCICE 01



- Déterminer la matrice admittance du quadripôle (a).
- En déduire les matrices admittances des quadripôles (b), (c).

EXERCICE 02

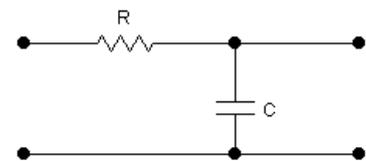
- Déterminer les paramètres de transferts (A, B, C, D) en fonction de R, L, C.
- Déterminer la matrice hybride H en fonction des paramètres de transferts.



EXERCICE 03

- le circuit suivant est alimenté par une tension sinusoïdale $V_1(t)$
- déterminer la fonction de transfert T et mettre cette fonction

sous forme :
$$T = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_0}}$$

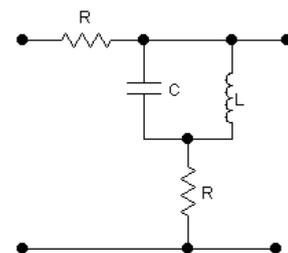


Sachant que $R=3,3 \text{ k}\Omega$ et $C=22\text{nf}$, calculer :

- f_0 , le module ainsi que la phase de T.

EXERCICE 04

- Déterminer la valeur de C du filtre suivant sachant que le module de la fonction de transfert $|T|=0.5$, à une fréquence de 50 Mhz, $R=1\text{k}\Omega$, $L=2\text{mH}$.



Chapitre IV

Filtres passifs

IV.1 Introduction

Dans un cadre général l'intérêt pratique d'un quadripôle est de faire véhiculer un signal (information) caractérisée par un contenu fréquentiel de l'entrée vers la sortie. Ce contenu fréquentiel est modifié en sortie selon le modèle complexe du quadripôle. Le transfert du signal permet une élimination de certaine bande fréquentiel, ainsi que la favorisation d'une autre bande. C'est alors la fonction de filtrage.

IV.2 Définition

Un filtre électrique est un quadripôle capable de faire passer ou bloquer une bande (plage) fréquentielle sélective.

Selon la zone de passage ou de rejection fréquentielle, on peut distinguer quatre types de filtres passifs (passe-bas, passe-haut, passe bande, coupe bande).

IV.3 Principe de fonctionnement d'un filtre passif

Chaque filtre passif peut être défini par sa repense fréquentielle (Gabarie), cette repense est généralement représentée sur une échelle logarithmique afin de faire figurer une plage fréquentielle étendue.

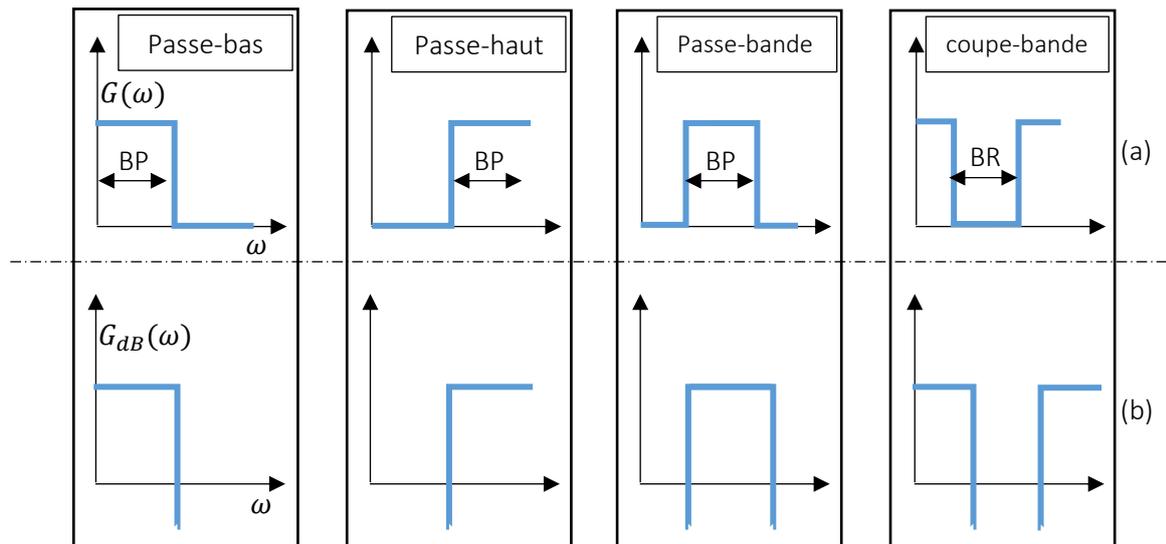


Figure IV.1 Représentation des repenses fréquentielles des filtres passifs idéaux sur : (a) échelle linéaire, (b) échelle logarithmique, avec **BP** (bande passante) et **BR** (bande de blocage).

Le tracé sur échelle logarithmique des repenses fréquentielles permet une compression de l'infini (hautes fréquences) et une extension de l'origine (très basses fréquences, notamment le 0 Hz qui est repoussé à $-\infty$).

IV.4 Fonction de transfert et repense fréquentielle d'un filtre passif

Tout filtre linéaire est totalement décrit par sa réponse fréquentielle en amplitude (gain)

$G(\omega) = |\underline{T}|$ et sa réponse de phase $\varphi(\omega) = \arg(\underline{T})$, en fonction de la fréquence. La fonction de transfert \underline{T} (gain complexe) associé au filtre présente le rapport entre l'amplitude complexe de sortie \underline{V}_S ainsi que celle d'entrée \underline{V}_e .

$$T(j\omega) = \underline{T} = \frac{V_S}{V_e} \quad (IV-1)$$

$$G(\omega) = |\underline{T}| = \left| \frac{V_S}{V_e} \right| \quad (IV-2)$$

$$\varphi(\omega) = \arg(\underline{T}) = \arg\left(\frac{V_S}{V_e}\right) = \arg(\underline{V}_S) - \arg(\underline{V}_e) \quad (IV-3)$$

La représentation conjointe de $G(\omega)$ et $\varphi(\omega)$ sur une échelle logarithmique de pulsation (fréquence) est appelée Diagramme de Bode.

IV.4.1 Diagramme de Bode d'une repense fréquentielle

L'analyse du module $G(\omega)$ et de l'argument $\varphi(\omega)$ de la fonction de transfert d'un système nécessite une observation d'une très grande plage de variation des valeurs en abscisse et en ordonné.

- **Axe des fréquences (abscisse)**

Sur une échelle logarithmique, et pour balayer l'axe des fréquences on s'intéresse à utiliser des intervalles de fréquences correspondant à une variation dans un rapport de dix appelées Décades, ou un rapport de deux appelées Octaves (figure IV.2)

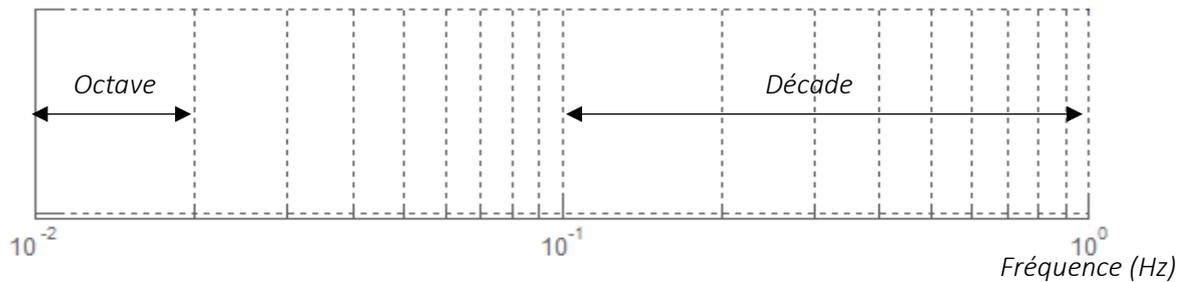


Figure IV.2 Echelle logarithmique

L'origine (le 0 Hz) dans cette représentation est repoussé à $-\infty$

- **Axe des Amplitudes (ordonné)**

Le gain d'un filtre est le plus souvent exprimé en décibel noté (dB) suivant la relation (IV-4)

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log(G(\omega)) \quad (IV-4)$$

L'avantage du décibel est de remplacer les produits d'amplitudes par leurs somme algébriques, autrement dit le gain linéaire d'une association en cascade de plusieurs systèmes (filtres) est une factorisation de gains élémentaires, cette factorisation est remplacée par une somme directe des gains en décibel.

IV.4.2 filtre passe-bas

Un filtre passe-bas est un système qui favorise le passage des signaux basses fréquences (inférieur à une fréquence propre ω_c appelé fréquence de coupure) , et permet un écrasement (atténuation) des hautes fréquences (supérieur à ω_c).

On s'intéresse à étudier la réponse fréquentielle d'un filtre passe-bas d'ordre 1 (figure IV.3)

Il s'agit d'un simple diviseur de tension constitué de deux dipôles passifs (résistance R, condensateur C). La fonction de transfert complexe qui caractérise ce filtre est donnée par la relation (IV-5)

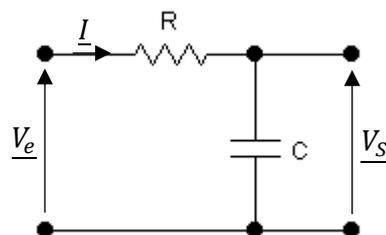


Figure IV.3 Filtre passe-bas d'ordre 1

$$\underline{V_S} = \frac{z_c}{z_c + R} \underline{V_e} \Rightarrow \underline{T} = \frac{V_S}{V_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \quad (IV-5)$$

La repense fréquentielle est la représentation conjointe du gain (module de \underline{T}) ainsi que de phase (argument de \underline{T}).

- **Gain $G(\omega)$**

$$G(\omega) = \left| \frac{1}{1 + jRC\omega} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \quad (IV-6)$$

Sous forme standard $G(\omega)$ peut s'écrire :

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \quad \text{Avec } \omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (IV-7)$$

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} = -10 \log(1 + (\omega/\omega_0)^2) \quad (IV-8)$$

- **Phase $\varphi(\omega)$**

$$\varphi(\omega) = \arg\left(\frac{1}{1 + jRC\omega}\right) = -\arctan(RC\omega) = -\arctan(\omega/\omega_0) \quad (IV-9)$$

L'analyse fréquentielle d'un système nécessite une connaissance de certaines pulsations (fréquences) propres appelées fréquences de coupures ω_c .

- **Pulsation de coupure ω_c**

Par définition le gain maximum d'une fonction de transfert chute de 3 dB (atténuation de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ du gain linéaire) pour une fréquence particulière appelée fréquence de coupure $f_c = \omega_c / 2\pi$.

$$G(\omega_c) = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}}$$

Avec $G_{max} = 1$, est obtenu pour $\omega \rightarrow 0$ dans $G(\omega)$

Alors pour un filtre passe-bas :

$$G(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \Rightarrow \omega_c = \omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (IV-10)$$

Pour avoir le tracé réel de la repense fréquentielle il est nécessaire de passer par un tracé asymptotique qui délimite le tracé réel en exploitant les fréquences de coupures associées au filtre

- **Tracé Asymptotique et Réel de la repense fréquentielle**

Ce tracé repose sur les valeurs extrémales de l'axe fréquentielle ($\omega \rightarrow 0$ rad/s et $\omega \rightarrow \infty$) ainsi que pour $\omega \rightarrow \omega_0$.

- Pour $\rightarrow 0$, $G_{dB}(\omega) \rightarrow 0$ le filtre favorise le passage de la composante continue avec un gain unitaire, l'argument $\varphi(\omega) \rightarrow 0$ assure une bonne synchronisations (superposition) entre l'entrée et la sortie.
- Pour $\rightarrow \infty$, $G_{dB}(\omega) \rightarrow -\infty$, en très hautes fréquences ce quadripôle assure une très bonne atténuation (gain linéaire vaut 0). De plus la sortie est en quadrature de phase retardée par rapport à l'entrée car $\varphi(\omega) \rightarrow -\frac{\pi}{2}$.
- Pour $= \omega_0$, le gain $G_{dB}(\omega) = -3$ dB qui désigne l'atténuation admissible au niveau de la sortie du filtre. L'argument pour cette pulsation est $\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{4}$

De plus au voisinage de la pulsation de coupure on peut avoir le tracé asymptotique de la zone de rejection qui sépare les deux bandes (passante et de blocage).

- Pour $\ll \omega_0$, $G_{dB}(\omega) \rightarrow 0$ et $\varphi(\omega) \rightarrow 0$
- Pour $\gg \omega_0$, $G_{dB}(\omega) = -20 \log(\omega/\omega_0)$, c'est une rejection de -20 dB par décade, cette droite est de pente -1 (-20 dB/décade). L'image asymptotique de cette droite sur le plan de phase est $\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$ (figure IV.4).

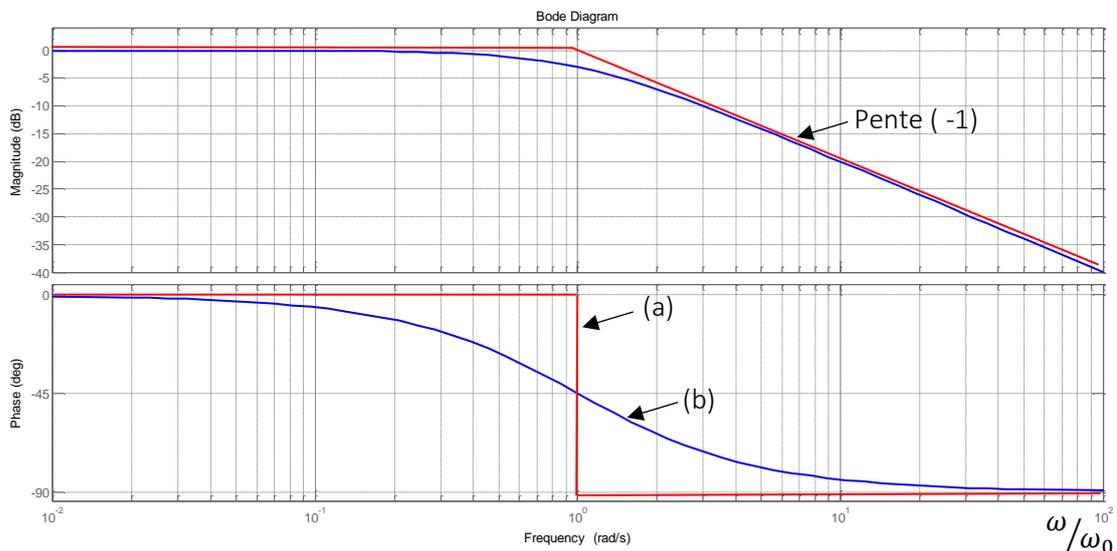


Figure IV.4 Repense fréquentielle (tracé de Bode) d'un filtre passe bas d'ordre 1, (a) tracé asymptotique, (b) tracé réel.

IV.4.3 filtre passe-haut

Contrairement au filtre passe-bas le passe-haut permet de véhiculer les signaux hautes fréquences (supérieurs à la fréquence de coupure ω_c), et de bloquer les basses fréquences (inférieurs à ω_c). La figure suivante présente un filtre passe-haut d'ordre 1

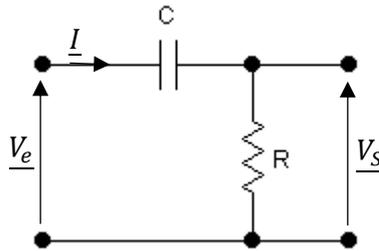


Figure IV.5 Filtre passe-haut d'ordre 1

La fonction de transfert est :

$$\underline{V_s} = \frac{R}{z_c + R} \underline{V_e} \Rightarrow \underline{T} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \quad (IV-11)$$

$$\text{pour } \omega_0 = \frac{1}{RC}, \quad \underline{T} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{j \omega/\omega_0}{1 + j \omega/\omega_0} \quad (IV-12)$$

Le gain ainsi que la phase du filtre sont :

$$G(\omega) = \left| \frac{j \omega/\omega_0}{1 + j \omega/\omega_0} \right| = \frac{\omega/\omega_0}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0/\omega)^2}} \quad (IV-13)$$

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0/\omega)^2}} = -10 \log(1 + (\omega_0/\omega)^2) \quad (IV-14)$$

$$\varphi(\omega) = \arg\left(\frac{j \omega/\omega_0}{1 + j \omega/\omega_0}\right) = \frac{\pi}{2} - \arctan(\omega/\omega_0) \quad (IV-15)$$

La pulsation de coupure pour ce filtre est par définition :

$$G(\omega_c) = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0/\omega_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (IV-16)$$

Alors la fréquence de coupure est : $\omega_c = \omega_0 = \frac{1}{RC}$

- Tracé Asymptotique et Réel de la repense fréquentielle du filtre

La marche à suivre pour le tracé de cette repense est similaire à celle du filtre précédent, elle se repose sur les valeurs aux limites de l'étendu fréquentiel.

- Pour $\omega \rightarrow 0$, $G_{dB}(\omega) \rightarrow -\infty$, ce filtre permet une très bonne rejection des basses fréquences, la composante continue ($\omega = 0$) est complètement bloquée. La sortie en terme de phase pour les basses fréquences est en quadrature de phase avancée par rapport à l'entrée car $\varphi(\omega) \rightarrow \frac{\pi}{2}$.
- Pour $\omega \rightarrow \infty$, $G_{dB}(\omega) \rightarrow 0$, les très hautes fréquences pour ce quadripôle passent sans atténuation (gain linéaire unitaire). De plus la sortie est bien synchronisée avec l'entrée car $\varphi(\omega) \rightarrow 0$.
- Pour $\omega = \omega_0$, le gain $G_{dB}(\omega) = -3 \text{ dB}$ qui désigne l'atténuation admissible au niveau de la sortie du filtre. L'argument pour cette pulsation est $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{4}$.

Au voisinage de la pulsation de coupure on peut écrire :

- Pour $\omega \ll \omega_0$, $G_{dB}(\omega) = +20 \log(\omega/\omega_0)$, c'est un gain de +20 dB par décade, cette droite est de pente +1 (+20 dB/ décade). L'image asymptotique de cette droite sur le plan de phase est $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$ (figure IV.6).
- Pour $\omega \gg \omega_0$, $G_{dB}(\omega) \rightarrow 0$ et $\varphi(\omega) \rightarrow 0$

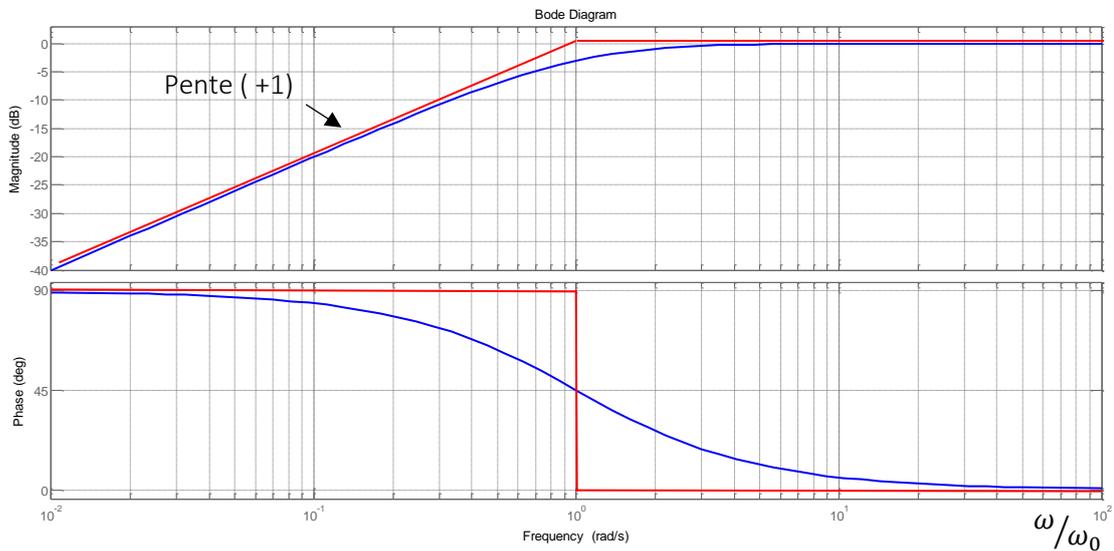


Figure IV.6 Repense fréquentielle d'un filtre passe haut d'ordre 1

IV.4.4 filtre passe-bande

Un autre type de filtre qui est très utile dans la pratique peut être réalisé à partir d'une combinaison hybride des filtres (association d'un passe-bas avec un passe-haut). A partir de cette combinaison on peut avoir un filtre sensible à une zone intermédiaire de fréquence appelée bande passante BP. Dans cette bande fréquentielle les signaux d'entrées sont véhiculés sans atténuation, par contre à l'extérieur de cette zone les signaux sont complètement bloqués (atténués), la pente de rejection (idéalement $-\infty$) est fortement liée à l'ordre du filtre.

Un simple filtre passe bande peut être réalisé par le circuit RLC suivant :

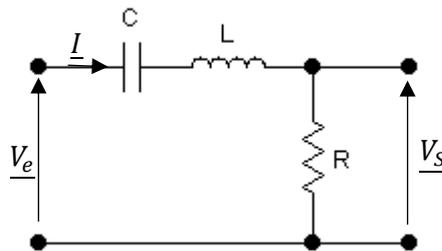


Figure IV.7 Filtre passe-bande

Ce quadripôle est caractérisé par la fonction de transfert suivant :

$$\underline{T} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R}{R + \underline{z}_c + \underline{z}_l} = \frac{R}{R + 1/jC\omega + jL\omega} = \frac{1}{1 + j(L\omega/R - 1/RC\omega)} \quad (IV-17)$$

$$\underline{T} = \frac{1}{1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} \quad (IV-18)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \end{cases} \quad (IV-19)$$

- ω_0 est Pulsation (fréquence) particulière propre au système, elle obtenue pour une valeur maximale du gain (dans cette exemple il est unitaire $|\underline{T}|_{\omega=\omega_0} = 1$).

Q est le facteur de qualité du filtre, plus il est grand plus la sélectivité du filtre est meilleur (bande passante plus étroite).

L'expression du gain ainsi que de phase est :

$$G(\omega) = \left| \frac{1}{1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)^2}} \quad (IV-20)$$

$$\varphi(\omega) = \arg(T) = -\arctan Q(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega) \quad (IV-21)$$

- **Bande passante**

Ce terme est lié aux fréquences de coupures qui caractérisent le filtre. Par définition le gain max chute de 3dB pour $\omega = \omega_c$.

$$G(\omega_c) = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} \\ \omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} \end{cases} \quad (IV-22)$$

Le couple (ω_1, ω_2) caractérise les deux fréquences de coupures du système

$$\text{La largeur de cette bande est : } B_p = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \quad (IV-23)$$

La repense asymptotique suivant les valeurs aux limites et aux voisinages de ω_1 et ω_2 , ainsi que le tracé réel est donné par la figure suivante :

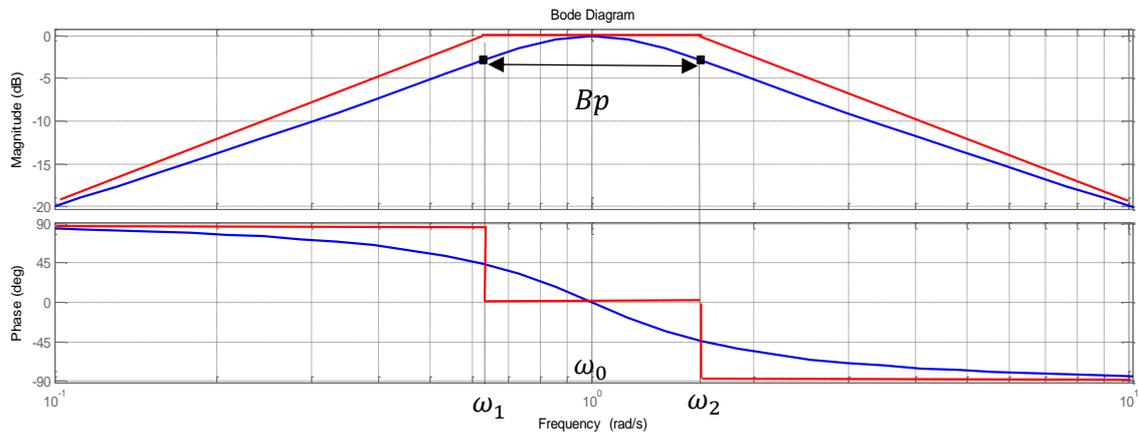


Figure IV.8 Repense fréquentielle d'un filtre passe bande
(Exemple pour $\omega_0 = 2\pi \text{ rad/s}$ ($f_0 = 1 \text{ Hz}$))

IV.4.5 filtre coupe-bande (stop-bande)

Contrairement au filtre passe-bande, un coupe-bande permet de stopper (atténuer) une largeur sélective de fréquences, et de favoriser le reste de la plage fréquentielle. Il peut être réalisé par un simple circuit RLC avec un changement des bornes de sortie (figure IV.9)

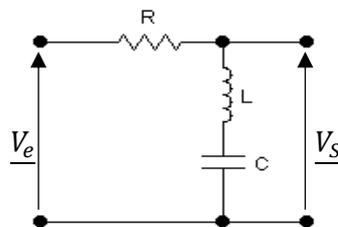


Figure IV.9 Filtre coupe-bande

Le rapport d'entrée-sortie est :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_e} = \frac{\underline{z}_l + \underline{z}_c}{R + \underline{z}_l + \underline{z}_c} = \frac{jL\omega + 1/jC\omega}{R + jL\omega + 1/jC\omega} = \frac{1/LC - \omega^2}{1/LC - \omega^2 + j\omega R/L} \quad (IV-24)$$

Pour cette fonction le gain ainsi que la phase sont donnés par :

$$G(\omega) = \left| \frac{1/LC - \omega^2}{1/LC - \omega^2 + j\omega R/L} \right| = \frac{1/LC - \omega^2}{\sqrt{(1/LC - \omega^2)^2 + (\omega R/L)^2}} \quad (IV-25)$$

$$\varphi(\omega) = \arg(\underline{T}) = -\arctan\left(\frac{\omega R/L}{1/LC - \omega^2}\right) \quad (IV-26)$$

Le principe de fonctionnement est basé sur l'impédance complexe de l'association série entre l'inductance L et la capacité C ($\underline{z}_l + \underline{z}_c = jL\omega + 1/jC\omega$). pour les hautes fréquences et suivant l'effet inductif cette impédance se comporte comme un circuit ouvert ($L\omega \Rightarrow \infty$), par contre en basses fréquences c'est l'effet capacitif qui est dominant ($1/C\omega \Rightarrow \infty$) et le circuit se comporte toujours comme circuit ouvert, alors pour ces deux bandes fréquentielles extrémales le signal d'entrée passe en sortie sans atténuation (figure IV.10) .

Au voisinage d'une fréquence particulière (propre) $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ l'impédance de sortie sera nulle ($jL\omega + 1/jC\omega = 0$), par conséquent la sortie sera atténuée (en décibel la rejection est à $-\infty$), autrement dit ce filtre commence une rejection progressive au voisinage de ω_0 , cette atténuation sera idéale pour cette fréquence (figure IV.10).

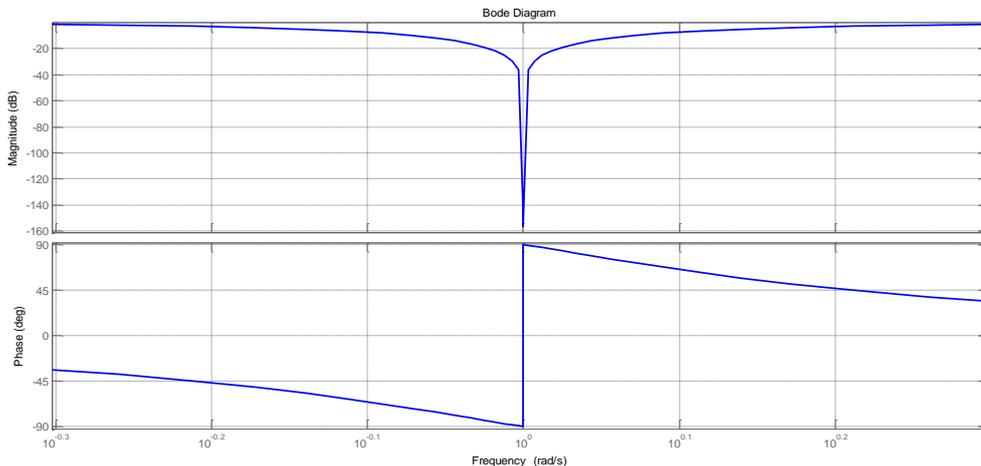


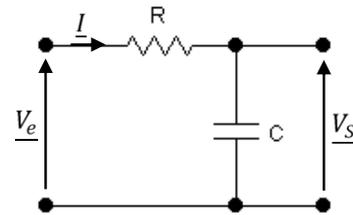
Figure IV.10 Reponse fréquentielle d'un filtre coupe-bande
(Exemple pour $\omega_0 = 2\pi \text{ rad/s}$ ($f_0 = 1 \text{ Hz}$))

Série de TD N° 4 : Filtre Analogique

EXERCICE 01

Pour le filtre passe-bas de la figure :

- Donner sa fonction de transfert.
- Déterminer sa fréquence de coupure.
- Pour quelles valeurs de R et C cette fréquence est de 4kHz.
- Faire son tracé de Bode sur une plage fréquentielle de 100 Hz à 10 KHz.



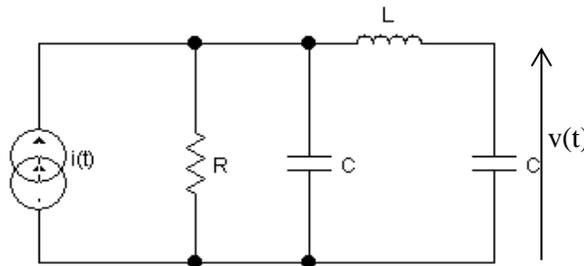
(\underline{V}_e et \underline{V}_s) sont les amplitudes complexes associées à l'entrée et à la sortie.

- Essayer de faire le même travail mais sur un filtre RC passe haut d'ordre 1.

EXERCICE 02

La source de courant $i(t)$ appliquée est une source sinusoïdale : $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$

- Déterminer le rapport complexe $\frac{\underline{I}}{\underline{V}} = T e^{j\varphi}$



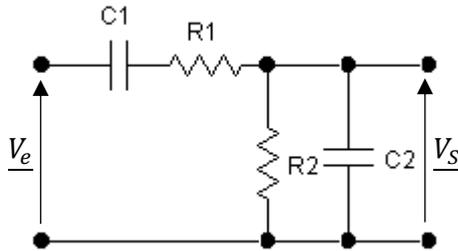
où \underline{I} et \underline{V} sont les amplitudes complexes associées aux valeurs instantanées du courant de la source $i(t)$ ainsi que de la tension de sortie $v(t)$.

- Tracer $tg(\varphi) = f(\omega)$, en déduire les valeurs de C pour que $i(t)$ et $v(t)$ soient:
 1. En opposition de phase à une fréquence de 16 KHz
 2. En quadrature de phase en même fréquence.

avec $I=1\text{mA}$, $R=390\Omega$, $L=10\text{mH}$

EXERCICE 03

Soit un filtre suivant :



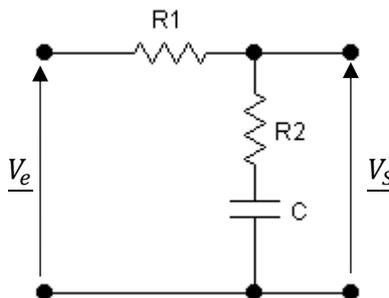
- Déterminer la fonction de transfert du système et montrer qu'elle est sous la forme suivante :

$$\underline{T} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_1} \frac{1}{1 + j\omega/\omega_2} j\omega/\omega_3$$

- Calculer $\omega_1, \omega_2, \omega_3$.
- Faire le tracé de Bode pour $R_1=R_2=R= 1k, C_1=C_2=C=1 \text{ nF}$

EXERCICE 04

Pour le montage de la figure suivante :



- Déterminer la fonction de transfert et montrer qu'elle est sous la forme suivante :

$$\underline{T} = (1 + j\omega/\omega_1) \frac{1}{1 + j\omega/\omega_2}$$

- Déterminer l'expression de ω_1, ω_2
- Dessiner la réponse fréquentielle asymptotique et réelle pour $R_1=9K, R_2=1K, C=100 \text{ nF}$

Chapitre V

Jonction PN (Diode)

V.1 Définition

Une diode est une jonction à semi-conducteur caractérisée par un modèle non linéaire. Le courant I à travers ce dipôle varie selon une fonction exponentielle avec le potentiel V à ces bornes (figure V.1).

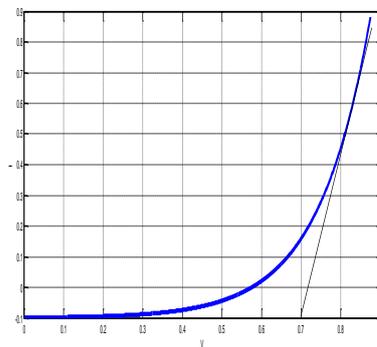


Figure V.1 caractéristique $I(V)$ d'une diode à silicium

Ce dipôle est caractérisé par deux bornes appelées Anode (A) et Cathode (K)

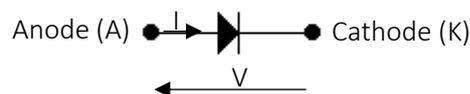


Figure V.2 Couple (I,V) et symbole d'une diode

Le courant est lié exponentiellement à la tension appliquée pour une diode réelle :

$$I = I_s \left(\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right) \quad (V-1)$$

Avec :

- I_s : est le courant de saturation de très faible valeur, et dépend de la température.
- V_T : est la constante thermodynamique ($V_T = \frac{k_B T}{e}$) où k_B (constante de Boltzmann), e (charge d'électron), T (température de la jonction).

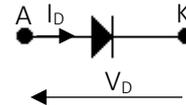
V.2 polarisation d'une diode

Il existe deux modes de polarisation :

- Directe dont le potentiel de l'anode est supérieur à celui de la cathode

$$V_{AK} = (V_A - V_K) = V_D > 0$$

- Inverse pour $V_{AK} = (V_A - V_K) = V_D < 0$



V.2.1 polarisation directe et potentiel de coude (seuil)

En polarisation directe on peut distinguer deux zones de fonctionnement, dans la première (zone 1) le courant à travers la jonction reste pratiquement nul $I_D \approx 0$ et le potentiel à ces bornes reste inférieur à un potentiel particulier appelé tension de coude ou de seuil (V_s) ($V_D < V_s$), il est de **0.7 Volt** pour une jonction à silicium et de **0.3 Volt** pour le germanium, dans cette zone la diode est dite bloquée (figure V.3).

Pour la deuxième zone (zone 2) $V_D \geq V_s$, le courant est différent de zéro $I_D \neq 0$ et croît d'une façon non linéaire avec V_D , la diode est dite passante et elle se comporte comme une résistance dynamique r_d , autrement dit la pente de la caractéristique directe est variable (figure V.3).

$$r_d = \frac{\Delta V_D}{\Delta I_D} \quad (V-2)$$

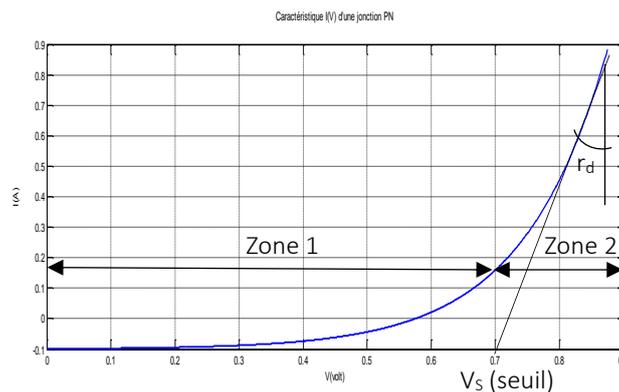


Figure V.3 Etat passante (zone 2), bloqué (zone 1) en polarisation directe

V.2.2 polarisation inverse et phénomène d'avalanche

De même, en polarisation inverse le fonctionnement de la diode est reparti sur deux zones :

Zone de blocage (zone 3) à partir du quelle le courant inverse dirigé de la cathode vers l'anode est le courant de saturation I_s qui dépend des porteurs minoritaires de charges (voir cour des semi-conducteurs), ce courant est pratiquement nulle (de l'ordre de micro-ampère).

Zone d'avalanche ou de claquage (zone 4), cette zone est caractérisée par une tension inverse V_C appelée tension de claquage à partir du quelle la diode sera non réutilisée (phénomène d'avalanche non réversible). La tension V_C dépende du type de la jonction, elle peut aller de 50 Volt à 2000 Volt.

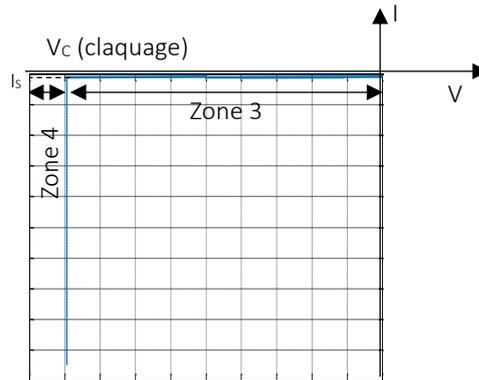


Figure V.4 caractéristique inverse

V.3 Point fonctionnement d'une diode réelle

L'analyse des circuits à diode réelle nécessite une connaissance de la caractéristique directe pour pouvoir déterminer les grandeurs électriques associées au réseau.

Dans l'exemple de la figure suivante on s'intéresse à déterminer le couple (I_D, V_D) associé à la diode D.

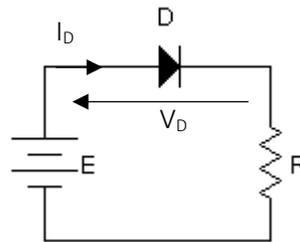


Figure V. 5 Exemple de circuit de polarisation d'une diode

Analytiquement suivant la loi de Kirchoff et d'après le modèle (V-1) on peut écrire :

$$E = R I_D + V_D = R I_s \left(\exp \left(\frac{V_D}{V_T} \right) - 1 \right) + V_D \quad (V-3)$$

C'est une équation non linéaire qui ne peut pas être résolue analytiquement, une solution graphique est possible à partir du point d'intersection entre la caractéristique directe de la diode ainsi que la droite de charge statique qui caractérise le réseau (figure V.6)

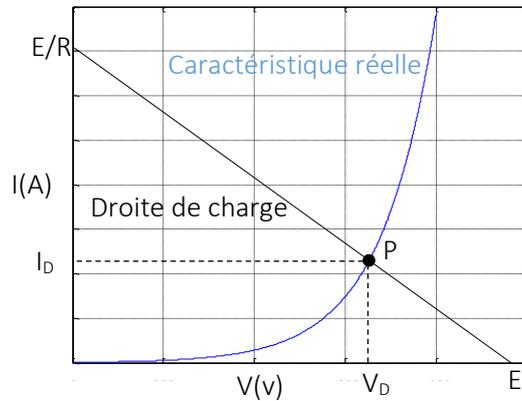


Figure V. 6 Point de fonctionnement graphique (P) de l'exemple

- **Droite de charge statique**

Elle présente le modèle linéaire du réseau obtenu par l'équation de maille

$$I_D = \frac{E - V_D}{R} \quad (V-4)$$

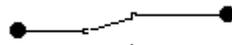
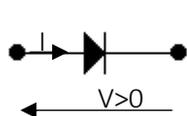
Suite aux limitations analytiques de l'analyse des réseaux à diode réelle, il est préférable de passer par des approximations usuelles de la diode à jonction.

V.4 Approximations de la caractéristique d'une diode réelle

V.4.1 Modèle idéal

Dans cette approximation la diode est considérée comme interrupteur électronique caractérisée par deux états :

- **Fermé** dans le cas d'une polarisation directe où le potentiel appliqué V est positif ($V > 0$)



- **Ouvert** pour une polarisation inverse ($V \leq 0$)

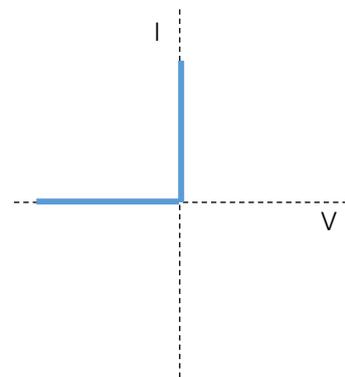
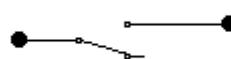
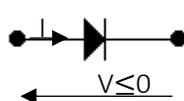


Figure V.7 caractéristique idéale

V.4.2 Modèle parfait

Dans l'approximation parfaite d'une jonction PN le seuil est pris en considération, dans le cas passant le potentiel appliqué doit franchir le seuil V_s (tension de coude de la diode). En polarisation inverse la jonction est considérée comme interrupteur ouvert (figure V.8).

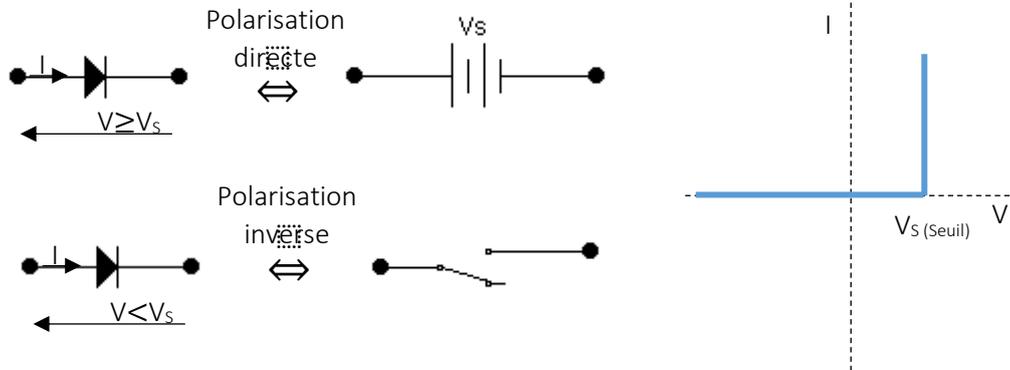


Figure V.8 caractéristique parfaite

V.4.3 Modèle linéaire

Pour le cas de l'approximation idéale et parfaite, la résistance dynamique r_d de la jonction est considérée nulle ($r_d=0$). Dans le cas linéaire cette résistance est supposée statique (r_d est fixe) non nulle ($r_d \neq 0$), elle présente sur le plan $I(V)$ la pente de la droite asymptotique au tracé réel (figure V.9).

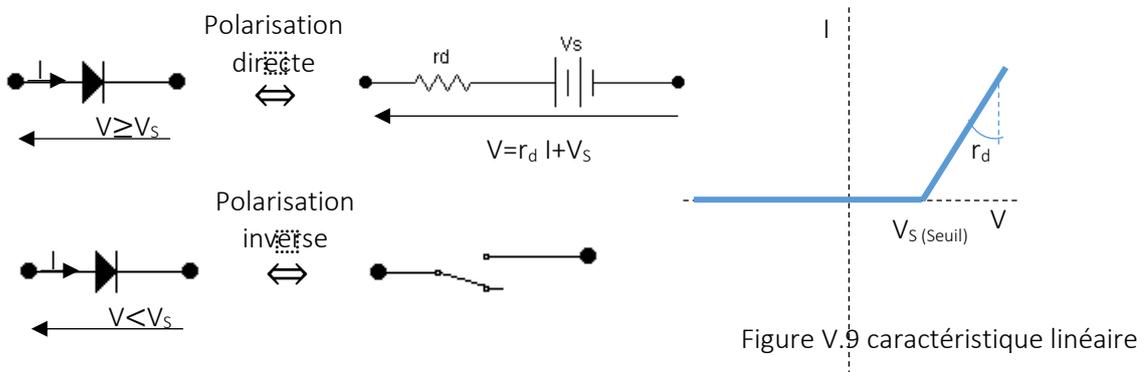


Figure V.9 caractéristique linéaire

V.5 Diode en régime dynamique

Suite au changement du caractère de la jonction en fonction de la tension appliqué, c'est-à-dire passante en polarisation directe et bloquée en polarisation inverse, il existe plusieurs applications à base de diode, notamment le redressement, la détection d'enveloppe, la multiplication de tension....

V.5.1 Redressement simple alternance

L'état bloqué pour une tension inverse ($V < 0$) permet d'éliminer l'alternance négative d'une tension sinusoïdale appliquée dans un circuit à diode (figure V.10).

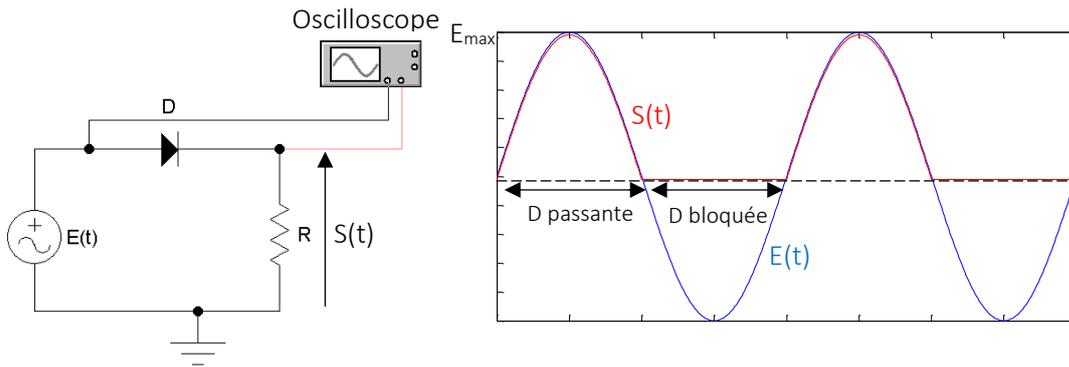


Figure V.10 Redressement simple alternance

La tension $S(t)$ pour l'état bloqué est nulle ($S(t)=0$) car D est considérée comme interrupteur ouvert. A l'état passant et comme D est idéale la sortie $S(t)=E(t)$.

La forme d'onde de la tension de sortie $S(t)$ montre que la valeur moyenne est non nulle ; alors le redressement donne une tendance de convertir un signal purement alternatif à une grandeur continue, et pour qualifier cette opération il faut calculer la valeur moyenne en sortie.

$$S_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt \quad (V-5)$$

Pour une entrée sinusoïdale $E(t) = E_{max} \sin(\omega t)$:

$$S_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} E(t) dt = \frac{E_{max}}{\pi} \quad (V-6)$$

Afin d'améliorer cette valeur il faut utiliser la totalité du signal d'entrée $E(t)$, autrement dit d'exploiter l'alternance négative. C'est d'ailleurs l'intérêt du redressement en double alternances.

V.5.2 Redressement double alternances

Il s'agit d'un circuit composé de quatre diode ($D1, D2, D3, D4$) appelé pont de Graetz

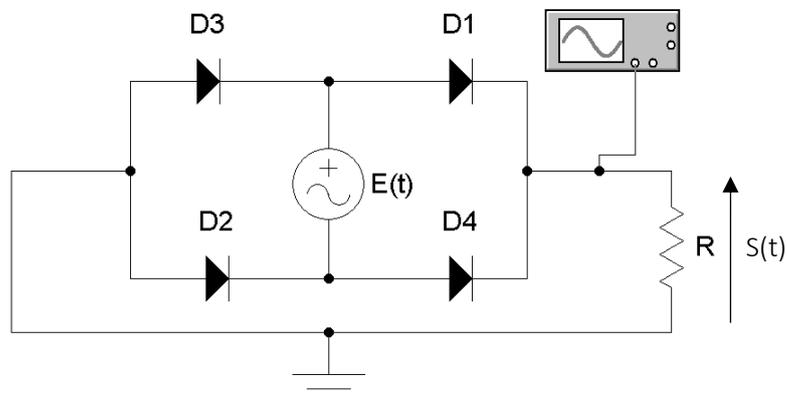


Figure V.11 Redressement double alternances

La tension de sortie $s(t)$ est complètement positive quel que soit le signe de l'entrée (figure V.12)

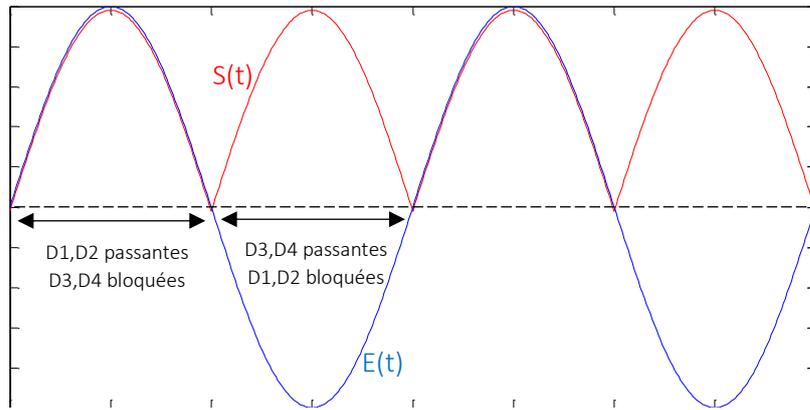


Figure V.12 Allure de la tension redressée en double alternances

- **Principe de fonctionnement :**

- Dans l'intervalle $0 \rightarrow T/2$ le potentiel appliqué est positif au nœud A, D1 et D2 sont passantes le courant $I(t)$ de même est positif et traverse R de (A) vers (B). De plus D3 et D4 sont polarisées en inverse, et on peut les remplacer par des circuits ouverts (figure V.13). La sortie $S(t)$ pour cette intervalle est $S(t)=E(t)$.

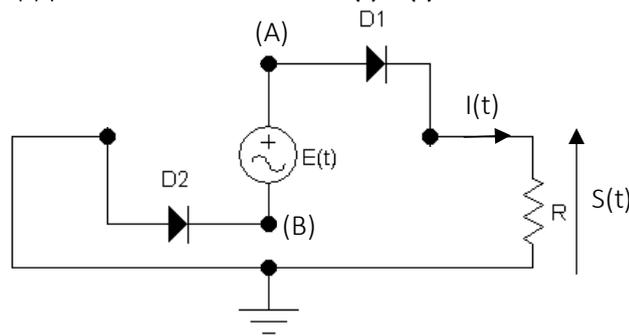


Figure V.13 fonctionnement en demi-période positive

- Pour la demi-période négative ($T/2 \rightarrow T$), c'est le potentiel au nœud (B) qui est positif ($-E(t)$), D3 et D4 sont passantes, le courant $I(t)$ garde le même sens positif et traverse R de (B) vers (A). De plus D1 et D2 sont bloquées (circuits ouverts) (figure V.14). Dans ce cas $S(t)=-E(t)$.

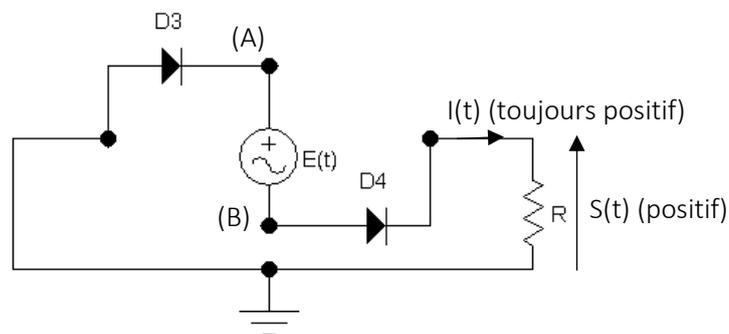


Figure V.14 fonctionnement en demi-période négative

La valeur moyenne de la tension de sortie d'après la figure V.12 est :

$$S_{moy} = \frac{1}{T} \left(\int_0^{T/2} E(t) dt + \int_{T/2}^T -E(t) dt \right) = \frac{2E_{max}}{\pi} \quad (V-6)$$

Le redressement double alternances permet de doubler la composante continue fournie par un montage simple alternance. Afin de pour maximiser la composante moyenne, et pour avoir une tension continue en sortie, un circuit de filtrage est nécessaire.

V.5.3 Détecteur d'enveloppe (redressement et filtrage)

Un filtre passe-bas RC est associé à la redresseuse double alternance pour augmenter la valeur moyenne en sortie et assurer une tension quasi continue.

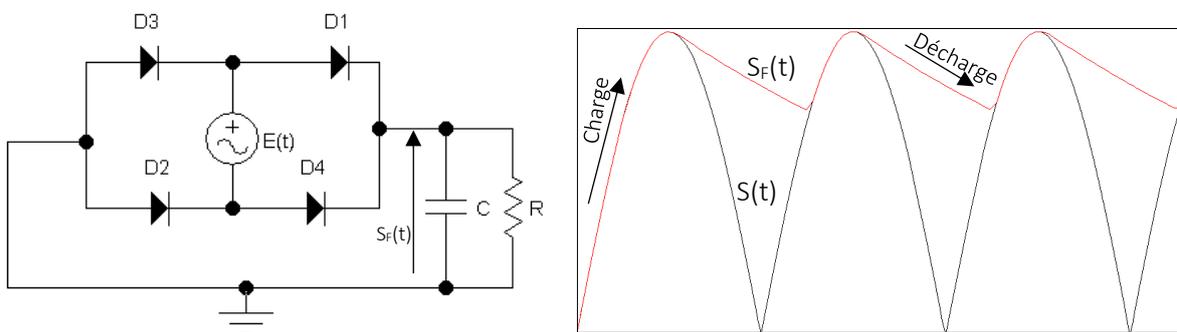


Figure V.15 redressement double suivi d'un filtrage passe-bas

Pour la première alternance, le condensateur C se charge rapidement selon une constante de temps très faible $\tau_1 \approx 0$ à travers la résistance dynamique de la diode, ce processus de charge sera achevé au moment où $S(t)$ atteinte la valeur maximale E_{max} , le pont est alors bloqué, et un processus de décharge lent se déclenche à travers R selon une constante de temps $\tau_2 = RC$ très grande par rapport à la période (T) du signal redressé ($\tau_2 \gg T$). Cette opération s'interrompt au moment où $S(t) > S_F(t)$, le pont sera à nouveau passant, et le processus de charge se déclenche pour assurer une faible ondulation autour de l'enveloppe de la tension redressée, et par conséquent une amélioration de la composante continu du signal redressé (figure V.15).

V.6 Diode Zener

Une diode Zener est jonction qui possède les mêmes caractéristiques d'une diode normale en polarisation directe. En polarisation inverse elle est caractérisée par un processus d'avalanche réversible suite à l'effet Zener. La tension d'avalanche est appelée tension Zener V_z . Cette tension est très supérieure à la tension de seuil en mode directe ($V_z \gg V_s$). Autrement dit et contrairement au fonctionnement de la diode normale, la diode Zener est exploitée en polarisation inverse (circulation du courant I_z de la cathode vers l'anode), et elle est conductrice pour $V \geq V_z$ (figure V.16).

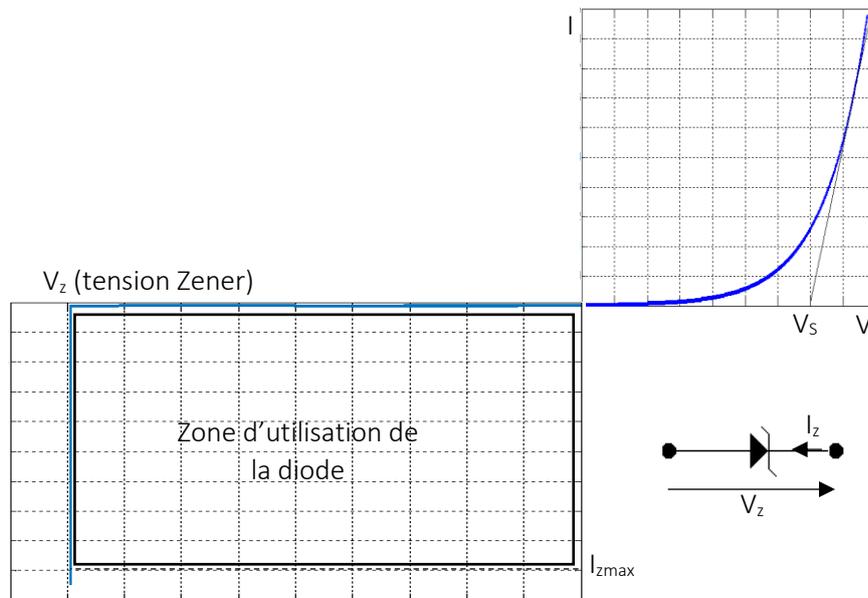


Figure V.16 Caractéristique et symbole d'une diode Zener

- **Principe de fonctionnement**

En polarisation inverse la tension aux bornes de la diode reste stable quel que soit les conditions de charge, c'est-à-dire que le courant I_z compense toutes les fluctuations possibles des grandeurs du réseau (voire exemple). Et suivant chaque constructeur la diode Zener peut supporter au maximum un courant I_{zmax} en polarisation inverse.

Le modèle électrique en polarisation inverse de la diode Zener est considéré comme une association série d'une source de tension continue (V_z) qui fonctionne en récepteur en série avec une très faible résistance r_z (figure V.17) .

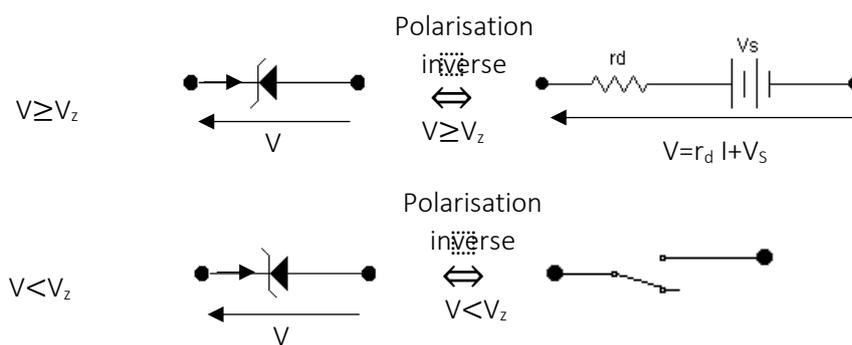


Figure V.17 Modèle linéaire d'une diode Zener en polarisation inverse

- **Exemple**

Pour une diode Zener parfaite caractérisée par $V_z=10V$, on cherche à déterminer la tension minimale qui assure la conduction de la diode en polarisation inverse et stabilise la tension de sortie aux bornes de R_2 (figure V.18).

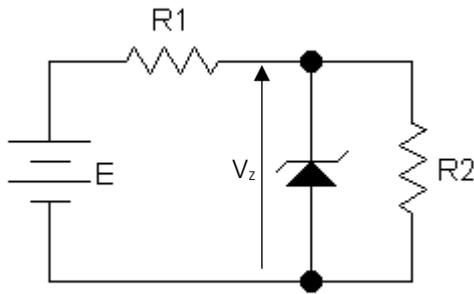


Figure V.18 Exemple sur la diode Zener

Au voisinage de la limite de la tension minimale E_{min} la diode est bloquée et considérée comme interrupteur ouvert, la configuration qui reste est un simple diviseur de tension.

$$V_z = E_{min} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10 \Rightarrow E_{min} = 10 \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

Pour $R_1 = R_2$ la tension $E_{min} = 20 V$, et pour des valeurs supérieures à E_{min} le comportement de la diode change, et le circuit peut être remplacé par la figure suivante.

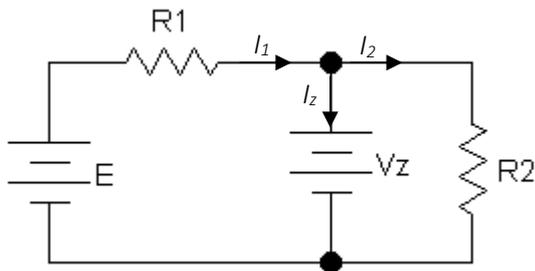


Figure V.19 circuit équivalent à diode passante ($E \geq E_{min}$)

En mode passant on cherche à calculer le courant I_z absorbé par la diode et qui assure une stabilité de la tension aux bornes de R_2

Prenant $E=40 V$, $R_1 = R_2=1 K\Omega$ alors :

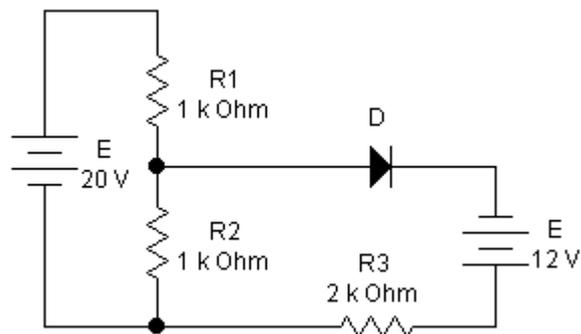
$$I_2 = 10/R_2 = 10 mA \text{ et } I_1 = (E - 10)/R_1 = 30/R_1 = 30 mA$$

Finalement le courant absorbé est : $I_z = I_1 - I_2 = 20 mA$.

Série de TD N° 5 : Diode à jonction

EXERCICE 01

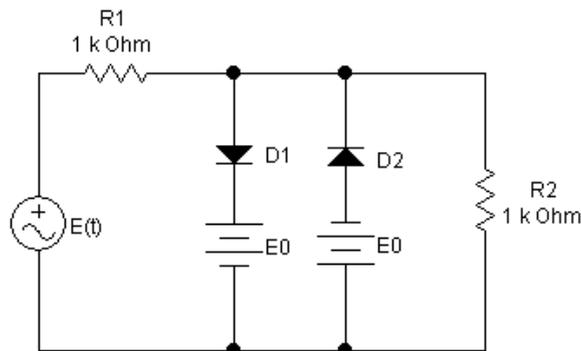
Calculer le courant dans la diode D qui est supposée parfaite.



EXERCICE 02

Les diodes D_1 et D_2 sont supposées parfaites, E est une tension sinusoïdal d'expression :

$$E(t) = E_{\max} \sin(\omega t)$$

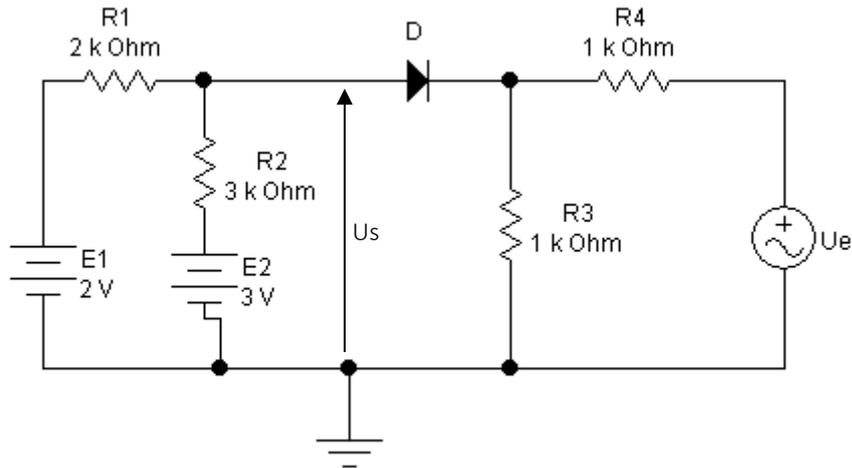


- Donnez l'équivalent Thevenin du circuit sachant que les deux branches contenant D_1 et D_2 sont considérés comme charge.
- Exprimez l'intervalle de l'amplitude de $E(t)$ (en fonction de E_0 , R_1 et R_2) qui assure la conduction des diodes.

- En déduire cet intervalle pour $E_0 = 4 \text{ V}$. Dessinez l'allure de $E(t)$ ainsi que la tension aux bornes de R_2

EXERCICE 03

Soit le circuit suivant :



La diode D est parfaite et présente un seuil de $0,6 \text{ V}$, U_e est une source de tension sinusoïdale $U_e = 20 \cdot \sin(100\pi \cdot t)$

- Déterminer l'expression ainsi que la valeur de la tension minimale $U_{e_{\min}}$ de U_e à partir du quelle la diode sera bloquée.
- Donner l'expression de la tension de sortie U_s pour le cas bloqué et passant de la diode D . Dessiner l'allure de U_s pour une période de U_e .

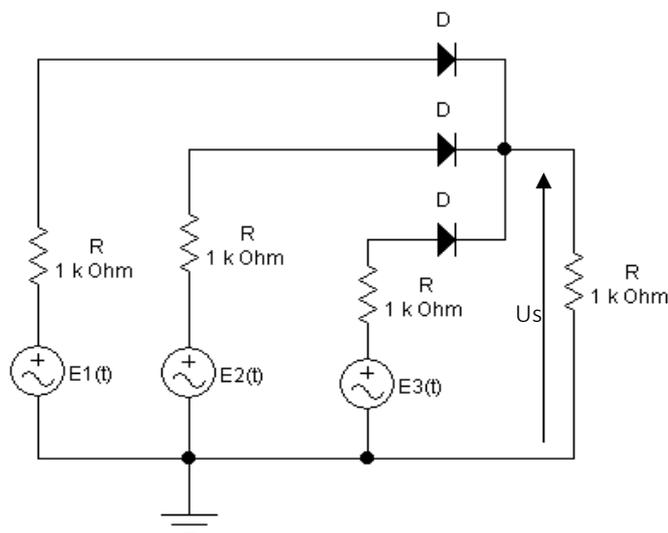
EXERCICE 04

Dans le circuit suivant la diode D est **idéale**.

- Dessiner sur le même graphe $E_1(t)$, $E_2(t)$, $E_3(t)$, et $U_s(t)$ sachant que :

$$E_1(t) = 220 \sin(\omega t), \quad E_2(t) = 220 \sin(\omega t + 2\pi/3), \quad E_3(t) = 220 \sin(\omega t - 2\pi/3).$$

- Expliquer le principe de fonctionnement du circuit.



Chapitre VI

Transistor Bipolaire

VI.1 Définition

Une combinaison de deux jonctions PN forme un Transistor bipolaire, selon la disposition des couches alternées de type P et N on peut distinguer deux types de transistor bipolaire NPN et PNP (figure VI.1) :

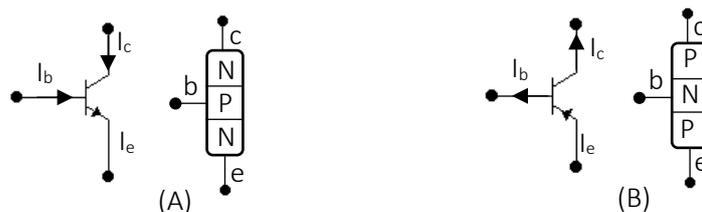


Figure VI.1 Transistor Bipolaire, type NPN (A), Type PNP (B) avec I_b, I_c, I_e : courants de Base, Collecteur, Emetteur respectivement.

Ce dispositif comporte trois bornes appelées : Base **B**, Emetteur **E**, Collecteur **C**, le réseau de caractéristique selon cette configuration est obtenu par la mesure respective du courant collecteur (I_c), le potentiel collecteur-émetteur (V_{ce}), le courant de Base (I_b), le potentiel base-émetteur (V_{be})

Pour identifier le fonctionnement du transistor bipolaire il est nécessaire de le manipuler à travers un ou plusieurs circuits de polarisations en mode statique.

VI.2 Réseau de caractéristique et principe de fonctionnement d'un transistor bipolaire

Un montage de base très utile pour caractériser un transistor bipolaire est donné par la figure suivante

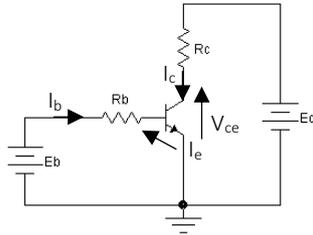


Figure VI.2 montage de base pour obtenir le réseau de caractéristique, (E_b et E_c sont des sources de tensions continues)

Pour chaque valeur du courant de base on mesure le potentiel ainsi que le courant de sortie

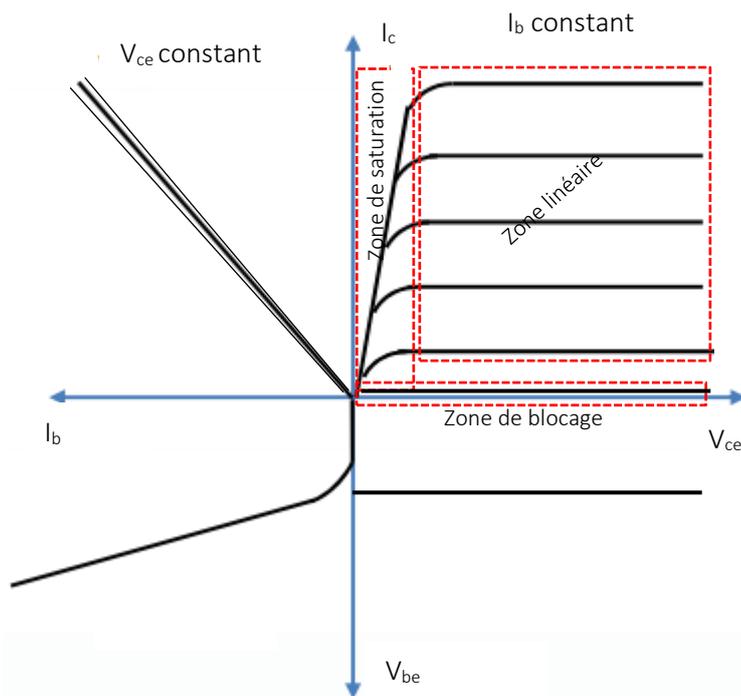


Figure VI.3 réseau de caractéristique d'un transistor bipolaire

Pour mieux comprendre le principe de l'effet transistor On peut distinguer Quatre quadrant dans ce réseau (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)

VI.2.1 caractéristique I_c en fonction de V_{ce} (Q_1)

Chaque courbe dans ce quadrant présente la variation du courant collecteur en fonction du potentiel collecteur-émetteur, avec courant de base constant, autrement dit on fixe E_b et on change progressivement le potentiel E_c .

Suivant la forme de cette caractéristique ($I_c=f(V_{ce})$) il existe trois zones de fonctionnement :

- **Zone Linéaire :**

Pour chaque valeur constante du courant de base, le courant collecteur I_c varie linéairement en fonction de I_b

$$I_c = \beta I_b \quad (VI-1)$$

Cette relation traduit l'effet transistor, et β est une constante importante qui caractérise le transistor, elle généralement de très grande valeur, $I_c \gg I_b$. β est appelé aussi une constante d'amplification.

- **Zone de saturation (l'état ON):**

Dans cette zone le courant I_c varie en fonction de V_{ce} , à $I_b \neq 0$, dans ce cas et pour chaque courbe le courant I_c reste toujours inférieur à βI_b . La tension V_{ce} dans cette zone de fonctionnement reste très petite et au voisinage d'une valeur appelée tension de saturation $V_{ce \text{ saturation}}$.

$$I_c < \beta I_b \quad (VI-2)$$

- **Zone de blocage (l'état OFF)**

Le blocage du transistor est assuré par un courant de base nul $I_b=0$.

Dans la zone linéaire le transistor fonctionne en Amplification, et pour les deux cas saturation et blocage le transistor est en commutation (interrupteur électronique commandé par la base).

VI.2.2 caractéristique I_c en fonction de I_b (Q_2)

D'après la figure précédente cette caractéristique reste pratiquement linéaire et caractérisée par une pente β , mais il existe une variation infiniment petite en fonction de la variation de la tension V_{ce} (Figure VI.3).

VI.2.3 caractéristique V_{be} en fonction de V_{ce} (Q3)

La tension V_{be} reste inchangée quel que soit la variation de V_{ce} . Elle présente le potentiel base-émetteur en polarisation (pour un transistor à silicium V_{be} est de 0.6 V, 0.7 V)

VI.2.4 caractéristique I_b en fonction de V_{be} (Q4)

En polarisation directe à travers la base la caractéristique $I_b = f(V_{be})$ ressemble à une caractéristique directe d'une jonction PN.

VI.3 Résumé des relations qui caractérisent un transistor bipolaire

- Fonctionnement linéaire : $I_c = \beta I_b$, $I_e = I_c + I_b = (\beta + 1)I_b \approx I_c$

Car $\beta \gg 1$ (gain en courant), $V_{be} = 0.6$ à 0.7 V (silicium)

- Fonctionnement en saturation : $I_b \neq 0$ et n'est pas linéaire avec I_c de plus

$I_c < \beta I_b$, la tension $V_{ce} = V_{cesat}$ qui est de faible valeur $V_{cesat} \approx 0$,

$V_{be} = 0.6$ à 0.7 V (silicium)

- Fonctionnement en blocage : $I_b = I_c = I_e = 0$, la jonction base-émetteur reste bloquée ($V_{be} < 0.6$ ou 0.7 V), $V_{ce} \approx E_c$.

VI.4 circuits de polarisation d'un transistor

Afin de faire fonctionner un transistor bipolaire dans la zone linéaire ou de commutation il est impératif d'utiliser le circuit de polarisation convenable.

VI.4.1 circuit de polarisation de base

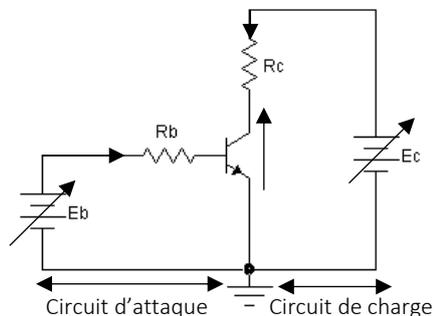


Figure VI.4 circuit d'entrée (d'attaque) et celui de charge (sortie)

La polarisation impose le mode de fonctionnement du transistor. Le circuit ainsi proposé est discerné en deux parties :

- Circuit d'attaque (d'entrée)

A partir des lois de Kirchoff sur le circuit d'attaque statique :

$$E_b - R_b I_b - V_{be} = 0 \quad (VI-3)$$

$$I_b = -\frac{1}{R_b} V_{be} + \frac{E_b}{R_b} \text{ (Droite d'attaque statique)}$$

Le couple de fonctionnement (I_b , V_{be}) dans le circuit d'entrée est caractérisé à partir de l'intersection entre la droite de charge statique et la caractéristique d'entrée du transistor.

- Circuit de charge (sortie)

Au niveau de la charge :

$$E_c - R_c I_c - V_{ce} = 0 \quad (VI-4)$$

$$I_c = -\frac{1}{R_c} V_{ce} + \frac{E_c}{R_c} \text{ (Droite de charge statique)}$$

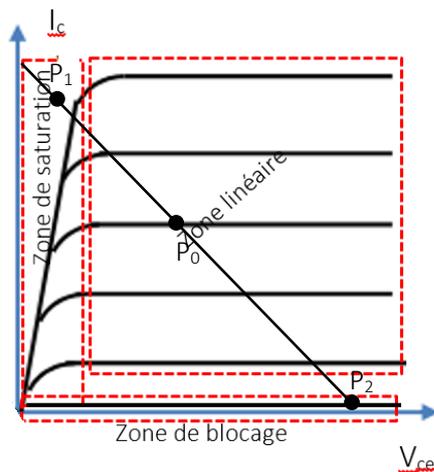


Figure VI.5 droite de charge statique (P_0 , P_1 , P_2) points de fonctionnements

Pour imposer la zone de fonctionnement du transistor soit en amplification (P_0), ou en saturation (P_1), et même en blocage (P_2), autrement dit la fixation de I_c , V_{ce} , I_e , I_b , V_{be} il suffit de manipuler les éléments de polarisation, notamment E_c , E_b , R_c , R_b .

- Point de fonctionnement (P_1) mode de saturation

Dans ce mode la jonction base-émetteur est polarisé en direct, la tension de sortie V_{ce} est de $V_{cesat} \approx 0$ de plus

$$I_c < \beta I_b$$

$$E_b - R_b I_b - V_{be} = 0 \Rightarrow I_b = \frac{E_b - V_{be}}{R_b} = \frac{E_b}{R_b} \text{ car } V_{be} \ll E_b$$

En sortie saturée :

$$E_c - R_c I_c - V_{ce} = 0 \Rightarrow I_c = \frac{E_c - V_{cesat}}{R_c} = \frac{E_c}{R_c} \text{ car } V_{cesat} \ll E_c$$

Alors pour :

$$I_c < \beta I_b \Rightarrow \frac{E_c}{R_c} < \beta \frac{E_b}{R_b}, \text{ pour cela il faut choisir } R_b < \beta R_c \text{ pour}$$

$$E_c = E_b = V_{cc}$$

- **Point de fonctionnement (P₂) mode de blocage**

Dans cette zone il suffit de polariser la jonction base-émetteur en inverse $V_{be} < 0.6$, par conséquent l'annulation du courant de base, ainsi que les autres courants. La tension de sortie V_{ce} sera égale à E_c .

- **Point de fonctionnement (P₀) mode linéaire ou d'amplification**

D'après la figure VI.5 le point de fonctionnement P₀ peut être dans toute la plage entre P₁ et P₂, pour cela il faut fixer un cahier de charge, autrement dit de fixer le couple (I_c , V_{ce}) selon la tension statique de polarisation ainsi que le type de transistor.

A titre d'exemple le point de fonctionnement peut être choisi au milieu de la droite de charge statique pour une alimentation $E_c = E_b = V_{cc} = 16V$, $I_c = 15 \text{ mA}$, $V_{ce} = 8V$.

Pour ce cahier de charge il suffit d'utiliser l'équation d'attaque et celle de charge pour déterminer les valeurs des éléments de polarisation qui assure le mode linéaire.

Un élément important qui change le point de fonctionnement d'une zone à une autre est la **température T**, le coefficient d'amplification est très influencé par le changement de la température. Par exemple pour le cahier de charge précédent le mode de fonctionnement linéaire et au milieu de la droite de charge statique peut être déplacé à la saturation. Finalement l'inconvénient majeur de ce type de montage est l'instabilité du point de fonctionnement.

VI.4.2 Polarisation par résistance d'émetteur

Dans l'objectif d'avoir un point de fonctionnement stable, il est préférable d'ajouter une résistance au niveau de l'émetteur.

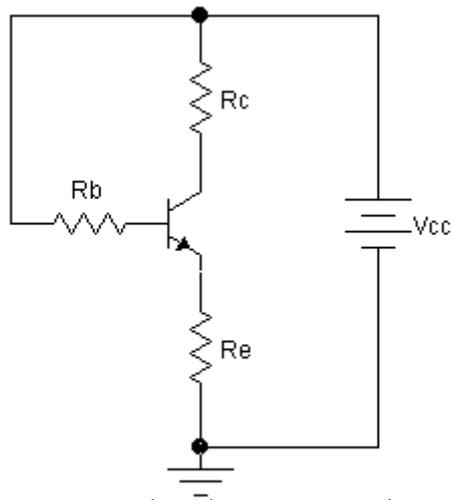


Figure VI.6 circuit de polarisation par résistance d'émetteur

En circuit d'attaque :

$$V_{cc} - R_b I_b - V_{be} - R_e I_e = 0 \Rightarrow V_{cc} - R_b \frac{I_c}{\beta} - V_{be} - R_e I_c \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right) = 0 \quad \text{et pour } \beta \gg 1$$

$$I_c = \frac{V_{cc} - V_{be}}{R_e + \frac{R_b}{\beta}} \quad \text{dans ce cas et pour un choix de } R_e \gg \frac{R_b}{\beta}$$

Le courant collecteur sera pratiquement indépendant de β et donc de la température.

Les conditions imposées par ce circuit sur le plan pratique est vraiment très difficiles, pour cela il existe un montage très utile qui permet une bonne stabilité du point de fonctionnement qui est celui de la polarisation par pont de résistances de base.

VI.4.3 Polarisation par pont de résistances de base

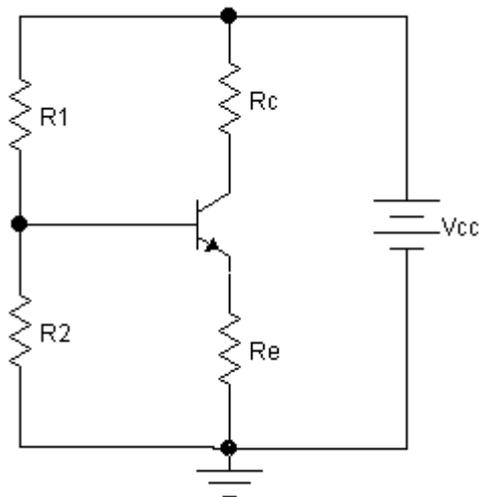
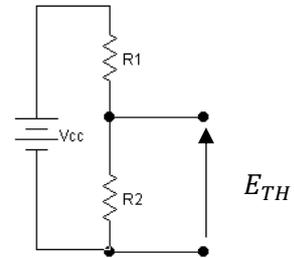
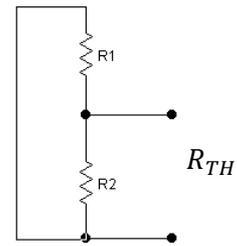


Figure VI.7 circuit de polarisation par pont de résistances de base

Pour simplifier l'analyse du montage on passe par l'équivalent Thévenin

- $R_{TH} = R1 // R2 = \frac{R1R2}{R1+R2}$

- $E_{TH} = \frac{R2}{R1+R2} V_{cc}$



L'équivalent Thévenin est :

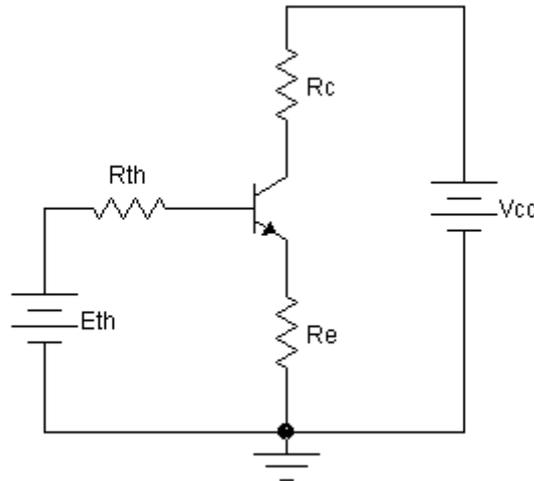


Figure VI.8 l'équivalent Thévenin du circuit de polarisation par pont de résistances

En circuit d'attaque :

$$E_{th} - R_{th} \frac{I_c}{\beta} - V_{be} - R_e I_c \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right) = 0 \quad (VI-5)$$

Et en circuit de charge :

$$I_c = \frac{E_{th} - V_{be}}{R_e + \frac{R_{th}}{\beta}} \quad \text{dans ce cas et pour un choix de } R_e \gg \frac{R_{th}}{\beta}$$

Le courant collecteur sera : $I_C = \frac{E_{th} - V_{be}}{R_e}$ de plus ces **conditions sont pratiquement**

réalisables et qu'ils assurent une bonne stabilité du point de fonctionnement.

VI.5 Transistor bipolaire en régime dynamique

Cette partie consiste à étudier le principe et l'avantage du transistor bipolaire vis-à-vis des signaux à faible amplitude et en basses fréquences, autrement dit en régime dynamique, et cela après avoir une bonne préparation (polarisation avec stabilité du point de fonctionnement) du transistor en mode continue (statique).

En régime dynamique plusieurs étages à transistors peuvent être connectés afin d'améliorer et augmenter le coefficient d'amplification. Cette liaison est assurée par des condensateurs.

VI.5.1 condensateur de liaison et de couplage

Pour assurer le mode d'amplification il faut que le point de fonctionnement soit au milieu de la droite de charge. Pour cette raison et afin d'éviter une instabilité du point de fonctionnement d'amplificateur pour des signaux basses fréquences et à faibles amplitudes il est nécessaire de séparer la source de polarisation continue et le signal à amplifier. Cette séparation est assurée par des condensateurs de **liaison** (C_b , C_s dans la figure VI. 9)

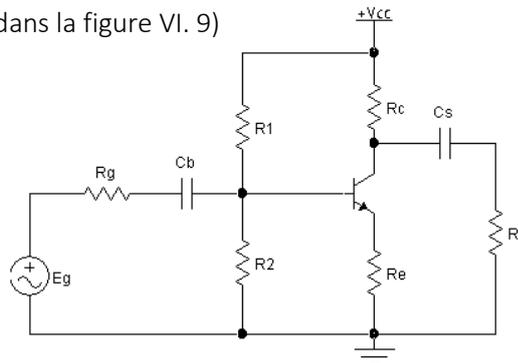


Figure VI.9 Amplificateur basse fréquence à transistor bipolaire

Le condensateur de liaison présente une impédance très grande en continue, elle peut être considérée comme circuit ouvert. Par contre en régime dynamique son impédance est de faible valeur et elle est assimilée à un court-circuit.

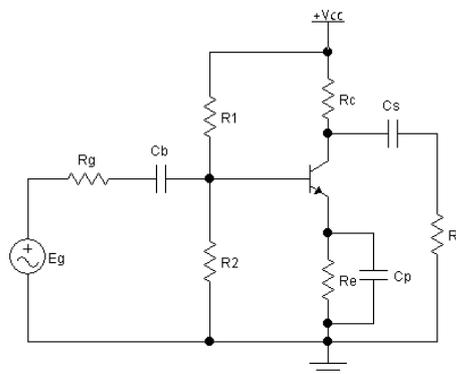


Figure VI.10 effet de capacité de couplage sur la résistance d'émetteur

Concernant le condensateur de couplage (C_p sur la figure VI.10) il permet d'éliminer ou court-circuiter une charge en régime dynamique. Pour la figure précédente l'effet de la résistance d'émetteur sera éliminer par le condensateur C_p en régime dynamique, par contre elle est préservé en régime statique.

VI.5.2 Droite de charge dynamique

Soit le montage amplificateur suivant :

- En mode statique $I_c = -\frac{1}{R_c}(V_{ce} + V_{cc})$ (VI-6)

La pente de la droite de charge statique est de $-\frac{1}{R_c}$

- En mode dynamique : $I_c = -\frac{1}{R_c//R_u}(V_{ce} + V_{cc})$ (VI-7)

La pente de la droite de charge dynamique est de $-\frac{1}{R_c//R_u}$

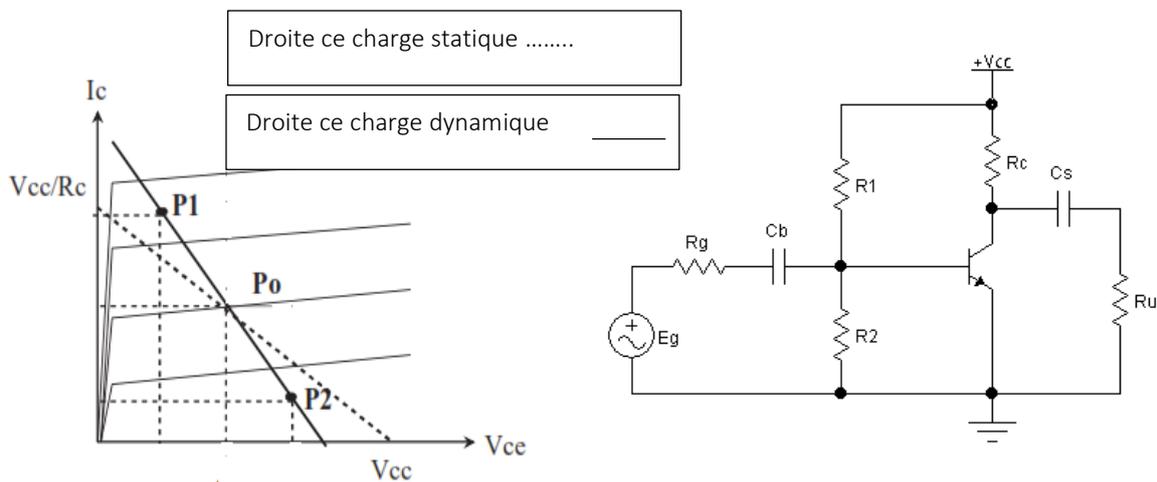


Figure VI.11 droite de charge statique et de charge dynamique

Pour assurer une meilleure amplification il faut que l'image des variations au niveau de la base soit préservé au niveau de la sortie sans écrêtage ou déformation, cet effet sera assuré par une zone de variation loin de la zone de commutation.

VI.5.2 Circuit équivalent en régime dynamique

En régime dynamique le circuit de la figure VI.11 selon la présence des capacités de liaison ainsi que la passivation des tensions statiques est présenté par la figure VI.12

$$V_{ce}(t) = -(R_c//R_u)I_c(t) \quad (VI-8)$$

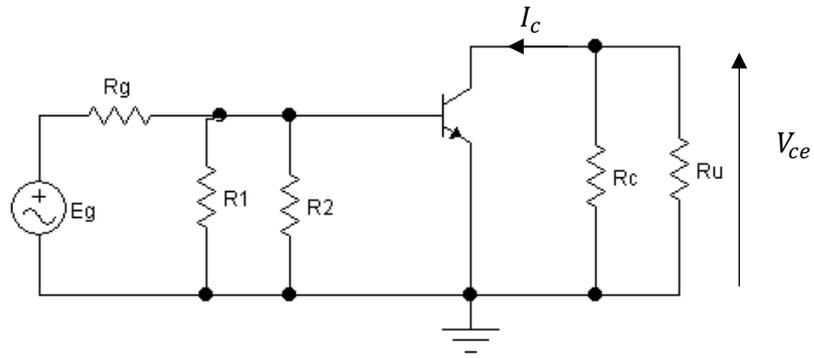


Figure VI.12 Circuit équivalent en régime dynamique

Pour étudier le comportement du transistor en régime dynamique il faut avoir son équivalent en petits signaux basses fréquences. Dans ces conditions on peut remplacer le transistor par un quadripôle caractérisé par les paramètres hybrides.

VI.6 Modèle hybride d'un transistor en basses fréquences

En régime dynamique le transistor est considéré comme un quadripôle actif caractérisé par ses paramètres hybrides H

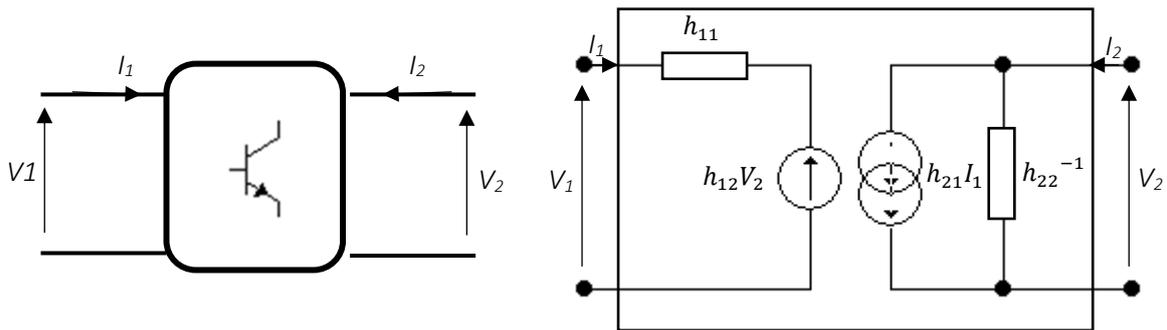


Figure VI.13 L'équivalent hybride d'un transistor bipolaire en basses fréquences

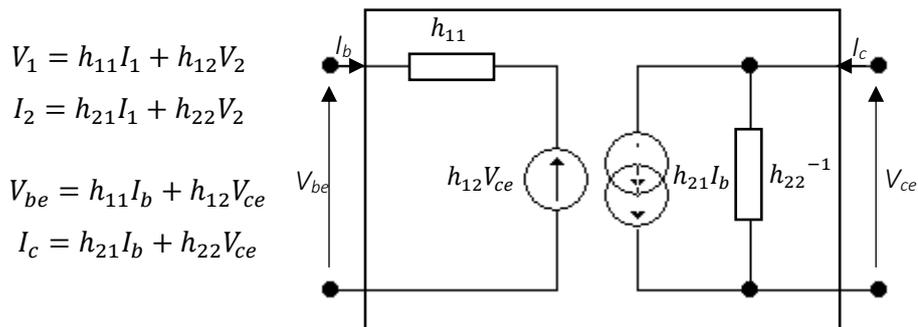


Figure VI.14 l'équivalent hybride d'un transistor

Avec :

- $h_{11} = \frac{\Delta V_{be}}{\Delta I_b} |_{V_{ce}=const}$: Impédance d'entrée du transistor, elle présente la pente de la caractéristique $I_b=f(V_{be})$ de la jonction base-emetteur.
- $h_{12} = \frac{\Delta V_{be}}{\Delta V_{ce}} |_{I_b=const}$: plus la droite de la caractéristique $\Delta V_{be} = f(V_{ce})$ est horizontale meilleur est le transistor ($h_{12}=0$)
- $h_{21} = \frac{\Delta I_c}{\Delta I_b} |_{V_{ce}=const}$: Gain en courant en fonctionnement linéaire. $h_{21} = \beta$

$h_{22} = \frac{\Delta I_c}{\Delta V_{ce}} |_{I_b=const}$: C'est la pente de la caractéristique $I_c = f(V_{ce})$, plus cette droite est horizontale meilleur est le transistor (admittance de sortie de très faible valeur) (ou l'impédance h_{22}^{-1} est infin).

Le transistor en petits signaux peut être simplifié par le modèle électrique suivant :

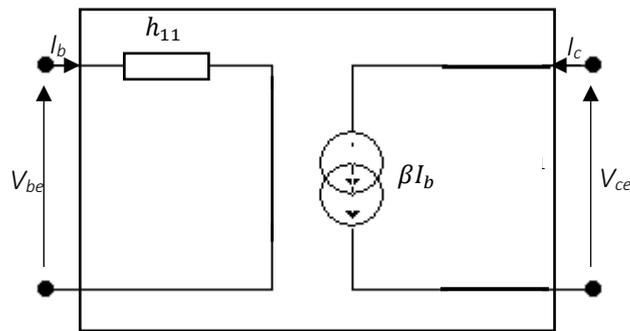


Figure VI.15 Modèle simplifié d'un transistor bipolaire en basse fréquence

VI.7 Montages d'amplificateurs à transistor bipolaire

VI.7.1 Amplificateur à émetteur commun

Pour le montage de la figure suivante et après avoir fixé un point de fonctionnement P_0

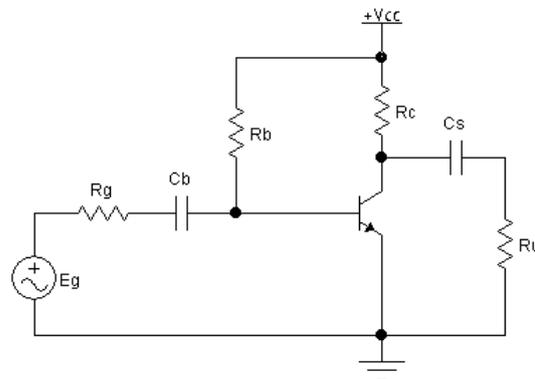


Figure VI.16 Amplificateur à émetteur commun

On s'intéresse à déterminer l'amplification en tension, ainsi que les impédances d'entrée et de sortie et éventuellement le gain en courant. Cette étude nécessite le montage équivalent en régime dynamique.

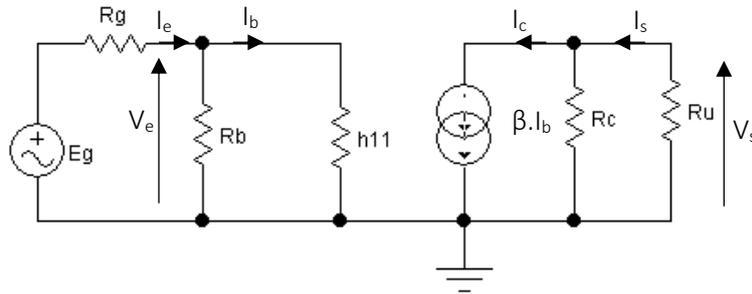


Figure VI.17 circuit équivalent en régime dynamique

- **Gain en tension (avec charge)**

$$G_v = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{(R_c // R_u)}{h_{11}} \beta \quad (VI-9)$$

L'expression du gain en tension montre que la tension de sortie est en opposition de phase avec celle d'entrée. Le gain total en charge est $G_T = \frac{V_s}{E_g} = \frac{R_u}{R_u + R_c} G_{v0} \frac{h_{11}}{h_{11} + R_g}$.

- **Gain à vide (sans charge)**

$$G_{v0} = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{R_c}{h_{11}} \beta \text{ le coefficient d'amplification favorise ce gain par un facteur de } \beta.$$

$$\text{Le gain total à vide est donc } G_{T0} = \frac{V_s}{E_g} = G_{v0} \frac{h_{11}}{h_{11} + R_g}$$

- **Impédance d'entrée vue du générateur :**

$$z_e = \frac{V_e}{I_e} = R_b // h_{11} \quad (VI-10)$$

Généralement cette impédance dépend fortement de h_{11} qui est de faible valeur (k Ω). Alors ce montage présente l'inconvénient d'avoir une impédance d'entrée de faible valeur.

- **Impédance de sortie sans charge :**

$$z_s = \frac{V_s}{I_s} = R_c \text{ avec } V_e = 0 \quad (VI-11)$$

L'impédance de sortie d'un amplificateur à émetteur commun peut être de grande valeur suivant la valeur de R_c .

VI.7.2 Amplificateur à émetteur commun à résistance d'émetteur

La résistance d'émetteur permet une très bonne stabilité du point de fonctionnement (stabilité thermique). Dans cette partie on va essayer d'étudier l'influence de cette résistance sur le gain de l'étage d'amplification.

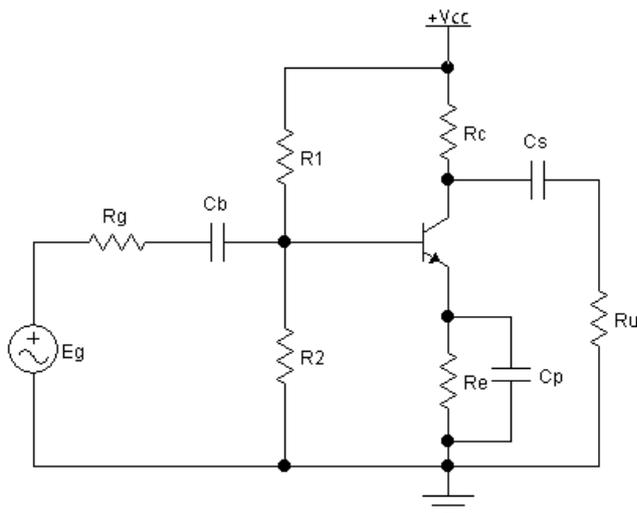


Figure VI.18 Amplificateur à émetteur commun à résistance d'émetteur

Sans capacité de couplage C_p le circuit en régime dynamique est donné par la figure suivante

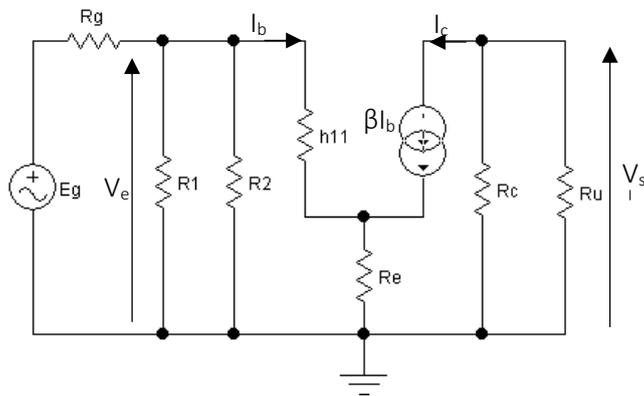


Figure VI.19 Amplificateur à émetteur commun à résistance d'émetteur en régime dynamique

Dans ce cas le gain en tension sera : $G_v = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{(R_c//R_u)}{h_{11}+R_e(\beta+1)}\beta$ et d'après cette expression

l'introduction de la résistance d'émetteur diminue considérablement le gain en tension. Une solution particulière pour éliminer cet inconvénient est de mettre un condensateur de découplage parallèle à R_e , ce condensateur en régime dynamique court-circuite la résistance d'émetteur. Le gain en tension sera finalement préservé.

VI.7.3 Amplificateur à collecteur commun

Pour le montage suivant on considère que le point de fonctionnement est dans la zone linéaire.

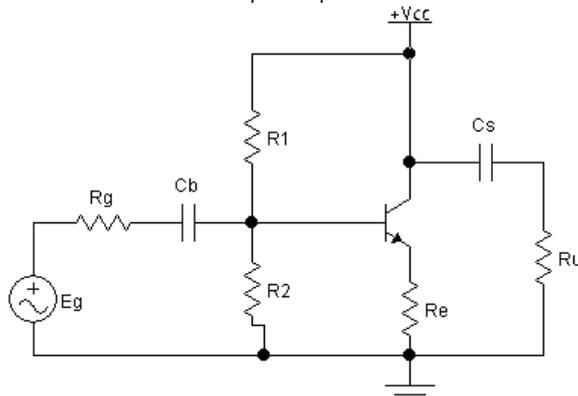


Figure VI.20 Amplificateur à collecteur commun

Le circuit équivalent en régime dynamique est donné par la figure suivante :

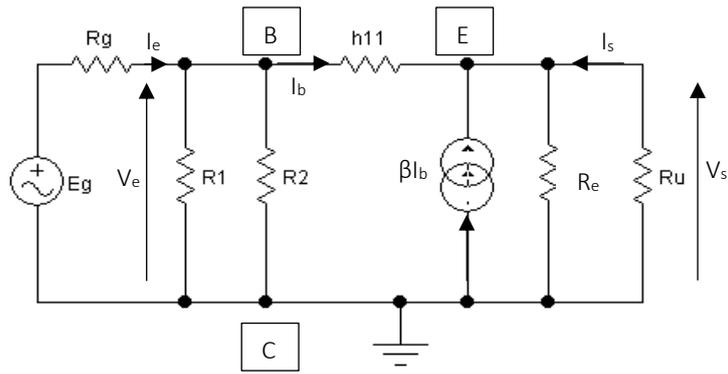


Figure VI.20 Amplificateur à collecteur commun en régime dynamique

- Gain en tension

$$G_v = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{(R_c // R_u)}{h_{11} + (R_c // R_u)\beta} \beta \quad (VI-12)$$

- Impédance d'entrée

$$z_e = \frac{V_e}{I_e} = R_b // (h_{11} + (\beta + 1)(R_c // R_u)) \quad (VI-13)$$

avec $R_b = R_1 // R_2$

Cette impédance est importante (de l'ordre de plusieurs centaines de kΩ).

- Impédance de sortie

$$z_s = \frac{V_s}{I_s} = \frac{R_b // R_g + h_{11}}{(\beta + 1)} // R_c \quad \text{avec } V_e = 0 \quad (VI-14)$$

Généralement l'impédance de sortie d'un montage à collecteur commun est très faible.

Finalement on peut conclure que ce montage peut être utilisé comme adaptateur d'impédance car son impédance d'entrée est importante, celle d'entrée est très faible, le gain est pratiquement unitaire.

VI.7.3 Amplificateur à base commune

Dans l'amplificateur à base commune l'entrée par l'émetteur et la sortie par le collecteur

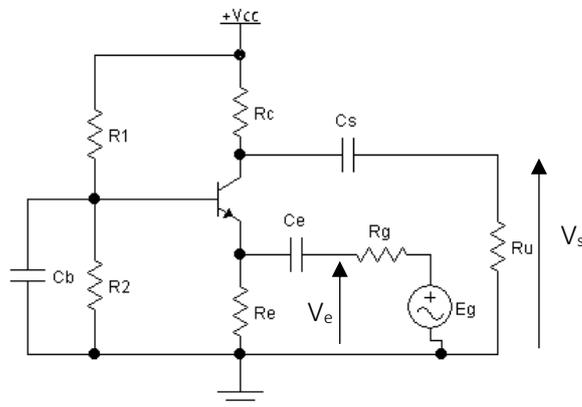


Figure VI.21 Amplificateur à base commune

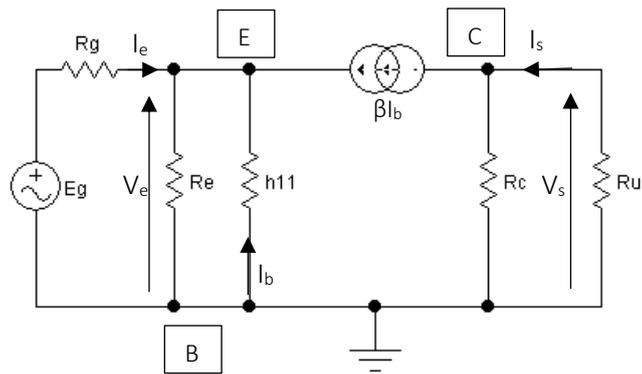


Figure VI.22 Amplificateur à base commune en régime dynamique

En régime dynamique les résistances R1 et R2 sont complètement découplées

- **Gain en tension**

$$G_v = \frac{V_s}{V_e} = \frac{(R_c // R_u)}{h_{11}} \beta \quad (VI-15)$$

On remarque d'après l'expression du gain que l'amplificateur à base commune est un circuit non inverseur

- **Impédance d'entrée**

$$z_e = \frac{V_e}{I_e} = R_e // \frac{h_{11}}{(\beta+1)} \quad (VI-16)$$

- **Impédance de sortie**

$$z_s = \frac{V_s}{I_s} = R_c \text{ avec } V_e = 0 \quad (VI-17)$$

L'impédance de sortie est pratiquement élevée dans le montage à base commune.

Série de TD N° 6 : Transistor Bipolaire

Exercice N°1 Calcul d'un point de fonctionnement

Dans le montage de la Figure.1, on donne: $R_B = 10 \text{ k}\Omega$ et $R_C = 50 \Omega$. La tension d'alimentation est égale à $V_{CC} = 10\text{V}$. Le transistor est caractérisé par le paramètre $\beta = 100$. Montrer que le transistor est polarisé dans sa zone de fonctionnement linéaire et calculer le point de polarisation de ce transistor. On potentiel de saturation du transistor est de $V_{CEsat} = 0,2 \text{ V}$.

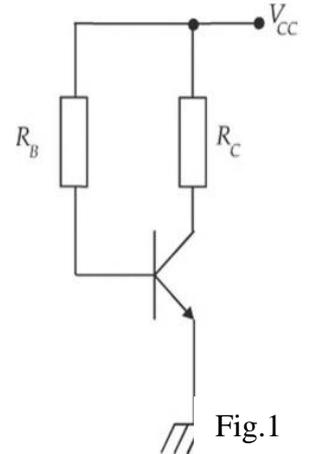


Fig.1

Exercice N°2 Saturation du transistor

On reprend le schéma de la Figure.1 en changeant la valeur de la résistance de collecteur. On prend à présent $R_C = 1000 \Omega$. Montrer que le transistor est saturé. Calculer le courant I_C et montrer l'instabilité du point de fonctionnement.

Exercice N°3 Calcul des grandeurs électriques associées à transistor NPN

Dans le montage de la Figure. 2, calculer les valeurs des courants I_B , I_C et I_E puis déterminer les trois potentiels aux points B, C et E. On donne $\beta = 200$, $R_B = 14 \text{ k}\Omega$, $R_C = 50 \Omega$, $R_E = 70 \Omega$ et $V_{CC} = 15 \text{ V}$.

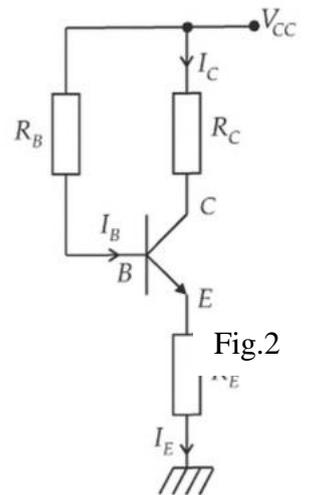


Fig.2

Exercice N°4 Calcul des grandeurs électriques associées à transistor PNP

Dans le montage de la Fig.3, calculer les valeurs des courants I_B , I_C et I_E puis déterminer les trois potentiels aux points B, C et E. On donne $\beta = 100$, $R_B = 10 \text{ k}\Omega$, $R_C = 50 \Omega$ et $-V_{DD} = -10 \text{ V}$.

Bibliographie Générale

1. Tahar Neffati, "*Electricité Générale*", Dunod, Paris, 2008.
2. Paul R. Gray et al., "*Analysis and Design of Analog Integrated Circuits*", Wiley, 2009.
3. Bogdan Garbowski et al., "*Aide-Mémoire Electronique*", Dunod, Paris, 2008.
4. Albert Paul Malvino, "*Principes d'Electronique*", Dunod, Paris, 2002.
5. Salim belarouci, "*Cours électronique générale*", ESSA-Tlmeccen, 2019.
6. Yves Granjon, "*Electronique : exercices et problèmes*", Collection : Sciences Sup, Dunod 2010.
7. Lotfi merad, Salim belarouci, Abdel Karim Ferouani et al. Polycopie "*Travaux pratiques : circuits électronique*", EPST-Tlemccen 2014.
8. Yves Granjon, "*Exercices sur les circuits électroniques*", Masson, 1997.
9. Hubert Lumbroso, "*Electrocinétique*", Dunod, 1996.
10. Jean-Pierre Faroux and Jacque Renault "*Electrocinétique et Electronique*", Dunod, 1997.
11. Ahmed Benayad, "*Electronique générale : cours et exercices résolus*", OPU 2011.
12. François Dieuleveult et Harvé Fanet, Principe et pratique de l'électronique, Dunod, 1997.