



Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur

Filière : Automatique
Spécialité : Automatique

Présenté par : **AYAD Mahieddine**

Thème

***Commande en temps réel d'un
pendule inversé rotatif par
la logique floue***

Soutenu publiquement, le 03/07/2023, devant le jury composé de :

| | | | |
|--------------------|-----------------------------------|---------------|-------------------------|
| M M'HAMEDI Mohamed | Maître Assistant (A) | ESSA. Tlemcen | Président |
| M MERAD Lotfi | Professeur | ESSA. Tlemcen | Directeur de mémoire |
| M ARICHI Fayssal | Maître de conférences classe A | ESSA. Tlemcen | Co-Directeur de mémoire |
| M TAHOUR Ahmed | Professeur | ESSA. Tlemcen | Examineur 1 |
| Mme KHEDIM Zeyneb | Maître de conférences classe B | ESSA. Tlemcen | Examineur 2 |

Année universitaire : 2022 /2023

Dédicaces

“

À mes parents, à mes amis et à tous ceux qui ont cru en moi, sans qui je ne serais pas là où je suis aujourd'hui,

Merci d'avoir été les pages blanches qui ont rempli les chapitres de mon histoire.

”

- Mahieddine

Remerciements

Tout d'abord, je remercie Allah le tout puissant, pour m'avoir donné le courage, la patience, la volonté et la force nécessaires pour surmonter tous les obstacles qui se sont hissés au travers de mon chemin.

Je tiens à remercier tout particulièrement mon encadreur **M. MERAD Lotfi**, pour son aide, la qualité de son suivi ainsi que pour tous les conseils et les informations qu'il m'a prodigué.

Je souhaite également exprimer ma gratitude à mon co-encadreur **M. ARICHI Faysal**, pour l'aide compétente qu'il m'a apporté, pour sa patience et son encouragement.

Je désire remercier également **M. TAHOUR Ahmed** pour les renseignements précieux qu'il m'a fourni.

Mes remerciements vont également à **M. M'HAMEDI Mohamed**, Maître assistant (A) à l'ESSAT, pour avoir accepté de présider le jury de ma soutenance, ainsi que : **M. TAHOUR Ahmed**, professeur à l'ESSAT et **Mme. KHEDIM Zeyneb**, Maître de conférences classe B à l'ESSAT, d'avoir accepté d'être membres du jury et pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour mon travail.

Pour finir, je souhaite remercier toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Résumé

Le but principal de ce mémoire, est d'étudier la stabilisation d'un pendule inversé rotatif en utilisant la logique floue pour concevoir un contrôleur capable de maintenir le pendule en position verticale.

Nous avons d'abord examiné la théorie de la logique floue et son application dans le domaine du contrôle de processus. Nous avons ensuite mis en œuvre notre approche en utilisant le pendule "Quanser cube servo 2", un système de pendule inversé rotatif largement utilisé dans les laboratoires de recherche.

Ensuite, nous avons effectué des expériences sur le système Quanser cube servo 2 pour évaluer la performance de notre contrôleur où nous avons comparé les résultats avec ceux obtenus en utilisant des contrôleurs classiques (PID, LQR, ...). Les résultats montrent que la commande à l'aide de la logique floue permet d'obtenir une meilleure stabilité et précision, même en présence de perturbations importantes.

Mots clés : Pendule inversé rotatif, Logique floue, Contrôleur flou, Robustesse.

Abstract

The main objective of this thesis is to study the regulation of a rotary inverted pendulum using fuzzy logic to design a controller capable of maintaining the pendulum in a vertical position.

Firstly, we examined the theory of fuzzy logic and its application in the field of process control. We then implemented our approach using the "Quanser qube servo 2" pendulum system, a widely used rotary inverted pendulum system in research laboratories.

Then, we performed experiments on the Quanser qube servo 2 system to evaluate the performance of our controller where we compared the results with those obtained using classical controllers (PID, LQR, ...). The results show that regulation using fuzzy logic allows for a better satisfactory stability and precision, even in the presence of significant disturbances.

Keywords : Rotary inverted pendulum, Fuzzy logic, Fuzzy control, Robustness.

ملخص

الهدف الرئيسي لهذه الرسالة هو دراسة تنظيم المراوح العكسية الدوارة باستخدام المنطق الضبابي لتصميم وحدة تحكم قادرة على الحفاظ على المراوح في وضعية عمودية.

أولاً، درسنا نظرية المنطق الضبابي وتطبيقاتها في مجال التحكم في العمليات. ثم قمنا بتطبيق نهجنا باستخدام نظام المراوح العكسية الدوارة "Quanser 2 servo qube"، وهو نظام مراوح عكسية دوارة يستخدم على نطاق واسع في مختبرات بحث.

أجرينا تجارب على نظام Quanser 2 servo qube لتقييم أداء وحدة التحكم الخاصة بنا. قمنا بمقارنة النتائج مع تلك التي تم الحصول عليها باستخدام وحدات التحكم التقليدية (PID ، LQR ، ...). تظهر النتائج أن التنظيم باستخدام المنطق الضبابي يسمح بالحصول على استقرار ودقة مرضية ، حتى في حالة وجود اضطرابات كبيرة.

كلمات مفتاحية : معلق دوار عكسي، المنطق الضبابي، التحكم الضبابي، المتانة

Table des matières

| | |
|--|----------|
| Dédicaces | I |
| Remerciements | II |
| Résumé | III |
| Abstract | IV |
| V | ملخص |
| Introduction générale | 1 |
| Chapitre 1: Modélisation et commandes classiques du pendule inversé rotatif (PIR) | 3 |
| 1.1 Introduction | 4 |
| 1.2 Description du PIR | 4 |
| 1.2.1 Domaines d'applications du PIR | 5 |
| a. Systèmes de contrôle de mouvement | 5 |
| b. Robots de divertissement | 5 |
| c. Simulateurs de vol | 6 |
| 1.2.2 Le pendule Quanser QUBE-servo 2 | 6 |
| 1.3 Modélisation du pendule inversé rotatif | 8 |
| 1.3.1 Modèle non linéaire | 9 |
| 1.3.2 Modèle linéarisé | 12 |
| 1.3.3 Représentation d'état | 13 |
| Filtre dérivé et entrée saturée | 16 |
| 1.4 Méthodes de contrôle classiques | 17 |
| 1.4.1 Commande LQR | 17 |
| 1.4.2 Commande PID | 19 |
| 1.4.3 Commande à base de contrôle d'énergie EBC (Swing-up) | 20 |
| 1.4.4 Implémentation et résultats | 20 |
| a. Implémentation de la commande LQR | 21 |
| b. Implémentation de la commande PID | 22 |

| | | |
|--|--|-----------|
| c. | Implémentation de la commande EBC | 24 |
| 1.5 | Conclusion | 26 |
| Chapitre 2: Théorie de la commande floue | | 27 |
| 2.1 | Introduction | 28 |
| 2.2 | Principe de la logique floue | 28 |
| 2.3 | Les concepts de base | 29 |
| 2.3.1 | Variables linguistiques | 30 |
| 2.3.2 | Les ensembles flous | 30 |
| 2.3.3 | Forme des fonctions d'appartenance | 32 |
| a. | La fonction triangulaire | 32 |
| b. | La fonction trapézoïdale | 32 |
| c. | La fonction gaussienne | 32 |
| d. | Choix de la fonction d'appartenance | 32 |
| 2.3.4 | Principe de fuzzification | 32 |
| 2.3.5 | Logique de prise de décision (Principe d'inférence) | 33 |
| 2.3.6 | Principe de défuzzification | 33 |
| 2.4 | Exemple d'application | 34 |
| 2.5 | Conclusion | 37 |
| Chapitre 3: Conception du contrôleur flou (Application au pendule in- | | |
| versé rotatif) | | 38 |
| 3.1 | Introduction | 39 |
| 3.2 | Conception du contrôleur flou linéaire | 39 |
| 3.2.1 | Choix des éléments de la commande floue linéaire | 39 |
| a. | Choix du nombre de variables d'entrées | 39 |
| b. | Choix des classes pour les variables d'entrées et de sorties | 40 |
| c. | Choix de l'inférence | 41 |
| d. | Choix des gains d'ajustement | 42 |
| 3.2.2 | Résultats expérimentaux | 43 |
| 3.2.3 | Test de robustesse | 45 |
| 3.3 | Conception du contrôleur flou hybride | 46 |
| 3.3.1 | Choix des éléments du contrôleur flou Swing-up | 47 |
| a. | Choix des fonctions d'appartenance | 47 |
| b. | Choix des fonctions d'inférence | 49 |
| c. | Choix des gains d'ajustement | 50 |
| 3.3.2 | Résultats expérimentaux | 50 |
| 3.4 | Étude comparative | 52 |
| 3.4.1 | Interprétations | 53 |
| 3.5 | Conclusion | 54 |

Table des matières

| | |
|--------------------------------------|----|
| Conclusion et perspectives | 55 |
| Bibliographie | 58 |
| Annexes | 60 |

Table des figures

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Pendule inversé rotatif de la marque QUANSER, modèle qube-servo 2 . . . | 4 |
| 1.2 | Système de contrôle de mouvement | 5 |
| 1.3 | Jouet robotique | 5 |
| 1.4 | Simulateur de vol | 6 |
| 1.5 | Intéraction entre les composants | 7 |
| 1.6 | Composants du pendule qube servo 2 | 8 |
| 1.7 | Diagramme du pendule inversé rotatif | 9 |
| 1.8 | Schéma bloc d'une représentation d'états | 14 |
| 1.9 | Commande LQR par retour d'état | 18 |
| 1.10 | Schéma bloc de la commande PID | 19 |
| 1.11 | Évolution de l'angle du pendule α | 21 |
| 1.12 | Évolution de l'angle du bras θ | 22 |
| 1.13 | Évolution de la commande u | 22 |
| 1.14 | Évolution de l'angle du pendule α | 23 |
| 1.15 | Évolution de l'angle du bras θ | 23 |
| 1.16 | Évolution de la commande u | 24 |
| 1.17 | Évolution de l'angle du pendule α | 25 |
| 1.18 | Évolution de l'angle du bras θ | 25 |
| 1.19 | Évolution de la commande u | 26 |
| 2.1 | Structure du raisonnement humain | 28 |
| 2.2 | Schéma synoptique d'un contrôleur flou | 29 |
| 2.3 | Comparaison entre la logique classique et la logique floue | 30 |
| 2.4 | Méthode du centre de gravité | 34 |
| 2.5 | Fonctions d'appartenance de la variable linguistique "Degré de saleté" . . . | 35 |
| 2.6 | Fonctions d'appartenance de la variable linguistique "Type de saleté" . . . | 35 |
| 2.7 | Fonctions d'appartenance de la variable linguistique "Durée de lavage" . . | 36 |
| 3.1 | Fonctions d'appartenance de l'entrée e | 40 |
| 3.2 | Fonctions d'appartenance de l'entrée Δe | 40 |
| 3.3 | Fonctions d'appartenance de la sortie u | 41 |
| 3.4 | Surface de l'inférence floue | 42 |
| 3.5 | Gains d'ajustement de la commande floue linéaire | 43 |

| | | |
|------|---|----|
| 3.6 | Évolution de l'angle du pendule α | 43 |
| 3.7 | Évolution de l'angle du bras θ | 44 |
| 3.8 | Évolution de la commande u | 44 |
| 3.9 | Évolution de l'angle du pendule α | 45 |
| 3.10 | Évolution de l'angle du bras θ | 45 |
| 3.11 | Évolution de la commande u | 46 |
| 3.12 | Schéma sinoptique Simulink de la commande hybride floue | 47 |
| 3.13 | Fonctions d'appartenance des entrées e et Δe | 48 |
| 3.14 | Fonctions d'appartenance de la sortie u | 48 |
| 3.15 | Surface de l'inférence floue | 49 |
| 3.16 | Gains d'ajustement de la commande floue Swing-up | 50 |
| 3.17 | Évolution de l'angle du pendule α | 50 |
| 3.18 | Évolution de l'angle du bras θ | 51 |
| 3.19 | Évolution de la commande u | 51 |
| 3.20 | Évolution de l'angle du pendule α | 52 |
| 3.21 | Évolution de l'angle du bras θ | 53 |
| 3.22 | Évolution de la commande u | 53 |
| 23 | Glissement (SMC) | 61 |

Liste des tableaux

- 1.1 Liste des composants 7
- 1.2 Paramètres du pendule 16

- 2.1 Fonctions d'appartenance de la logique floue 31
- 2.2 Règles d'inférence de la machine à laver 36

- 3.1 Fonctions d'inférence 42
- 3.2 Fonctions d'inférence 49

- 4 Paramètres de la surface de glissement 63

Liste des sigles et acronymes

| | |
|----------------------|--|
| T | <i>Énergie cinétique</i> |
| P | <i>Énergie potentielle</i> |
| M_p | <i>Masse du pendule</i> |
| M_r | <i>Masse du bras</i> |
| L_p | <i>Longueur du pendule</i> |
| L_r | <i>Longueur du bras</i> |
| g | <i>Constante de gravité (pesanteur)</i> |
| R_m | <i>Résistance de l'induit du moteur</i> |
| B_p | <i>Coefficient de viscosité d'amortissement du pendule</i> |
| B_r | <i>Coefficient de viscosité d'amortissement du bras</i> |
| J_p | <i>Moment d'inertie du pendule</i> |
| J_r | <i>Moment d'inertie du bras</i> |
| θ | <i>Angle du bras</i> |
| α | <i>Angle du pendule</i> |
| τ | <i>Couple</i> |
| PIR | <i>Pendule Inversé Rotatif</i> |
| FIS | <i>Fuzzy Interface System (sur Matlab)</i> |

Liste des tableaux

| | |
|------------|--|
| FLC | <i>Fuzzy Logic Controller</i> |
| LQR | <i>Régulateur Linéaire Quadratique</i> |
| PID | <i>Proportionnel Intégral Dérivé</i> |
| PD | <i>Proportionnel Dérivé</i> |
| EBC | <i>Energy Based Control (Contrôleur à base d'énergie)</i> |
| SMC | <i>Sliding Mode Control (Contrôleur par mode glissant)</i> |

Introduction générale

Contexte

L'ingénierie de l'automatisation des systèmes est une discipline qui vise à concevoir, à développer et à mettre en œuvre des systèmes de contrôle automatisés pour diverses applications industrielles. L'objectif principal de cette discipline est de concevoir des systèmes de contrôle efficaces, fiables et rentables pour optimiser les processus industriels et améliorer les performances des machines. Dans ce contexte, le pendule inversé rotatif est un système mécanique complexe qui a attiré l'attention des chercheurs dans le domaine de l'ingénierie de l'automatisation des systèmes.

Les chercheurs ont exploré plusieurs approches de contrôle telles que la commande LQR, la commande PID et la commande par mode glissant, ainsi que des méthodes avancées telles que la commande adaptative, la commande floue et la commande par réseaux de neurones. Des techniques d'optimisation et de modélisation avancées sont également utilisées pour améliorer les performances des régulateurs. Le pendule inversé rotatif est utilisé dans diverses applications potentielles dans divers domaines industriels tels que la robotique, la surveillance des structures, les systèmes de contrôle de la stabilité des avions et des hélicoptères, etc.

Objectifs

Dans ce travail de recherche, nous nous sommes intéressés à la commande d'un pendule inversé rotatif en utilisant la logique floue. Notre objectif est de développer une méthode de commande basée sur la logique floue pour réguler la position et la vitesse de rotation du pendule inversé rotatif. Plus précisément, nous avons utilisé la méthode de commande de logique floue de type **Takagi Sugeno et Kang (TSK)** pour la partie linéaire, et la méthode de commande de type **Mamdani** pour la partie non linéaire. Ces deux méthodes sont des techniques de contrôle de logique floue basée sur des règles qui utilisent des fonctions d'appartenance locales pour modéliser le comportement dynamique du système.

Organisation du mémoire

Dans le premier chapitre, nous commencerons par la description détaillée du pendule inversé rotatif ainsi que sa modélisation mathématique. Nous aborderons ensuite une vue sur les commandes classiques ainsi que leurs simulations.

Dans le deuxième chapitre, nous présenterons une description de ce qu'est la logique floue, en passant en revue toutes les notions et les définitions nécessaires pour comprendre cette technique. Nous nous intéresserons aussi aux domaines d'application de cette méthode de commande.

Dans le troisième chapitre, nous développerons un modèle de contrôleur flou du pendule inversé rotatif. Nous allons effectuer des tests de performance pour évaluer l'efficacité et la robustesse de notre méthode de commande. Pour finir cette partie, nous nous pencherons sur une étude comparative avec les résultats obtenus des méthodes de commande classiques (LQR, PID, ...).

Nous achèverons notre manuscrit par une conclusion de notre étude et des perspectives pour les travaux futurs. En résumé, ce travail de recherche constitue une contribution à l'ingénierie de l'automatisation des systèmes en montrant comment la logique floue peut être utilisée pour la commande de systèmes en abordant le cas du pendule inversé rotatif.

Chapitre 1

Modélisation et commandes classiques du pendule inversé rotatif (PIR)

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à l'étude d'un pendule inversé rotatif. Au début, nous présenterons le système et l'intérêt de son étude. Puis, nous allons élaborer son modèle dynamique en utilisant le formalisme d'Euler- Lagrange, ainsi qu'une représentation de ce système dans l'espace d'état. Enfin, nous étudierons quelques méthodes traditionnelles de commande telles que le contrôleur PID, LQR ainsi que le contrôle par énergie.

1.2 Description du PIR

Le pendule inversé rotatif (PIR), aussi appelé pendule "Furuta", est inventé en 1992 au Tokyo Institute of Technology par Katsuhisa Furuta et ses collègues. Étant un système intrinsèquement instable avec une dynamique hautement non linéaire, il est considéré comme un système appartenant à la classe des systèmes mécaniques sous actionnés ayant moins d'entrées de contrôle que de degrés de liberté. Cela rend la tâche de contrôle plus difficile, faisant du pendule inversé rotatif un banc d'essai classique pour la conception, le test, l'évaluation et la comparaison de différentes techniques de contrôle classiques et contemporaines. Étant un système intrinsèquement instable, il est l'un des systèmes les plus difficiles, et est l'un des problèmes classiques les plus importants. Le système utilisé est schématisé dans la figure (1.1).

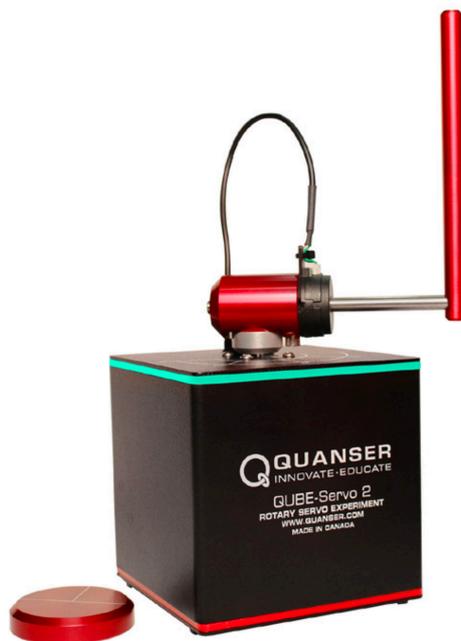


FIG. 1.1 : Pendule inversé rotatif de la marque QUANSER, modèle qube-servo 2 [1]

1.2.1 Domaines d'applications du PIR

Le pendule inversé rotatif est utilisé dans de nombreuses applications industrielles, notamment dans l'automatisation, la robotique, la mécatronique, la formation en génie mécanique et en contrôle de mouvement. Voici quelques exemples d'applications les plus couramment rencontrés :

a. Systèmes de contrôle de mouvement

Le pendule inversé rotatif est utilisé dans la conception de systèmes de contrôle de mouvement pour les robots et les machines industrielles. Le système de contrôle de mouvement l'utilise comme une plate-forme de test pour développer et valider les algorithmes de contrôle [2].



FIG. 1.2 : Système de contrôle de mouvement

b. Robots de divertissement

Le pendule inversé rotatif est utilisé dans la conception de robots de divertissement pour les parcs d'attractions, les événements publics ou encore les jouets robotiques (Fig. 1.3). Les robots de divertissement utilisent ce système pour réaliser des mouvements dynamiques et impressionnants qui captivent l'attention des spectateurs [3].



FIG. 1.3 : Jouet robotique

c. Simulateurs de vol

Le pendule inversé rotatif est utilisé dans la conception de simulateurs de vol pour les avions et les hélicoptères. Les simulateurs de vol l'utilisent pour simuler les mouvements de l'avion ou de l'hélicoptère en plein vol, permettant aux pilotes de s'entraîner à voler dans des conditions réalistes et en toute sécurité (Fig. 1.4) [4].



FIG. 1.4 : Simulateur de vol

1.2.2 Le pendule Quanser QUBE-servo 2

Le QUANSER QUBE-Servo 2 est un système servo-rotatif compact qui peut être utilisé pour réaliser diverses expériences de contrôle. Le modèle utilisé possède son propre amplificateur de puissance intégré et son propre dispositif d'acquisition de données. Le système est entraîné par un moteur DC de 18 V logé dans un boîtier en aluminium massif. Il se compose d'un bras d'entraînement qui tourne dans le plan horizontal et le pendule attaché à ce bras, qui est libre de tourner dans le plan vertical. Deux encodeurs optiques sont utilisés, l'un pour mesurer la position angulaire du pendule et l'autre pour la position angulaire du bras rotatif. Il est considéré comme étant un système à deux degrés de liberté.

Le diagramme de blocs global est représenté dans la figure 1.5 . Les principaux composants de QUBE-Servo 2 sont répertoriés dans le tableau I. Les composants de l'interface QUBE-Servo 2 sont étiquetés dans la figure 1.6 .

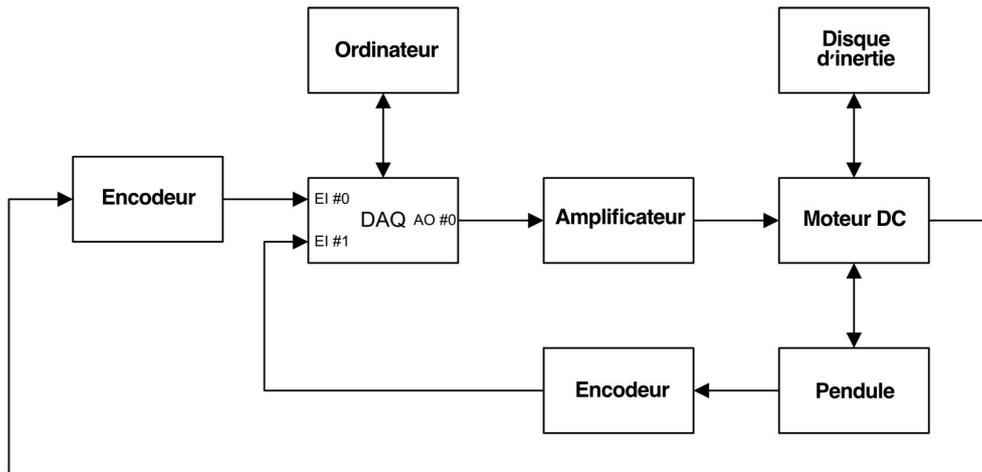


FIG. 1.5 : Interaction entre les composants [1]

| ID | Composant |
|----|-----------------------|
| 1 | Boitier en aluminium |
| 2 | Module de connexion |
| 3 | Module aimanté |
| 4 | Prise d'encodeur |
| 5 | Prise connectique USB |
| 6 | Prise d'alimentation |
| 7 | LED d'alimentation |
| 8 | Disque d'inertie |
| 9 | Pendule rotatif |
| 10 | Bras rotatif |
| 11 | Base du bras rotatif |
| 12 | Aimants |
| 13 | Encodeur |

TAB. 1.1 : Liste des composants [1]

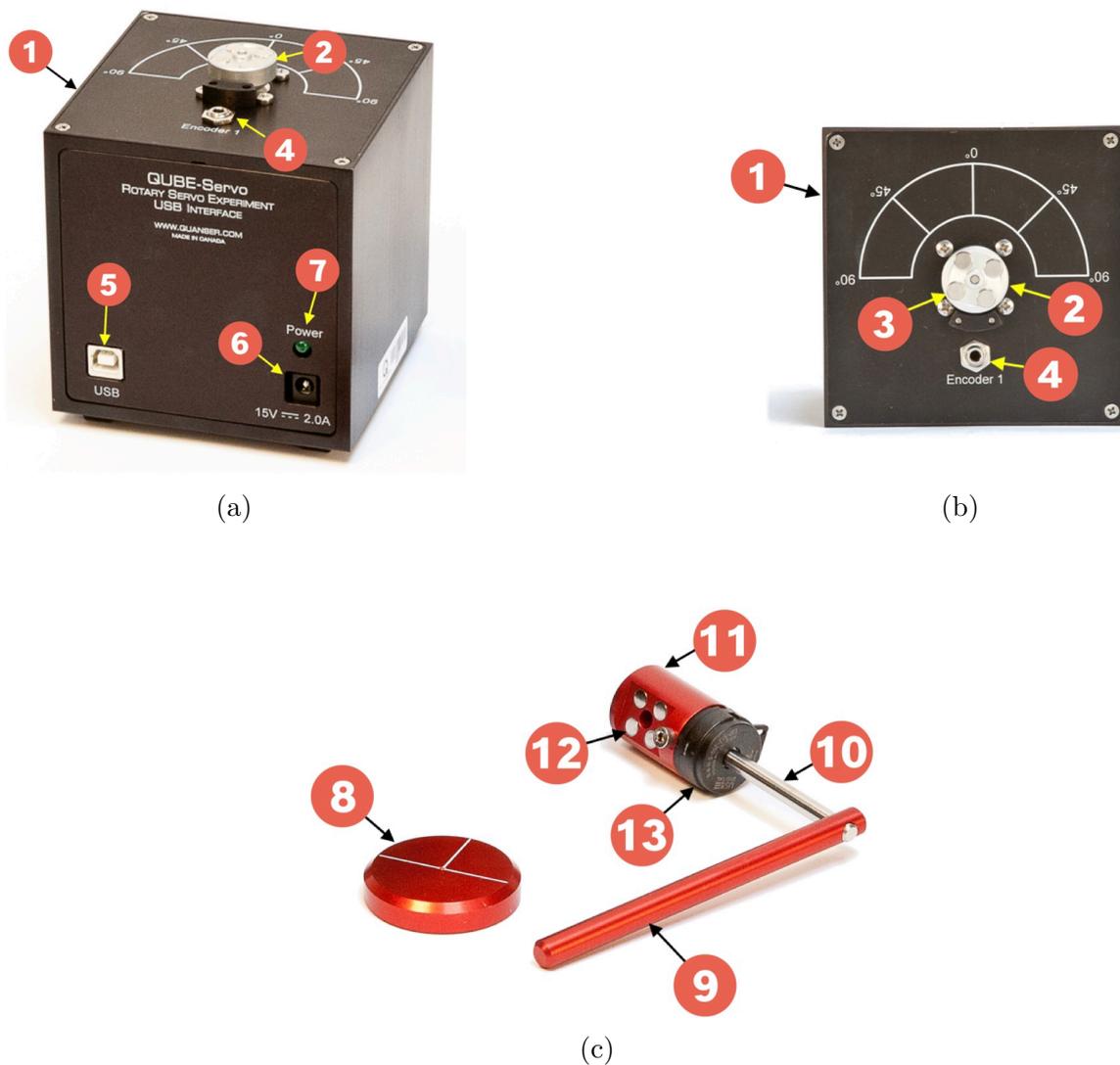


FIG. 1.6 : Composants du pendule qube servo 2 [1]
(a) : Interface QUBE-Servo USB
(b) : Vue du dessus de l'interface QUBE-Servo
(c) : Modules QUBE-Servo

1.3 Modélisation du pendule inversé rotatif

La modélisation mathématique d'un pendule inversé rotatif comporte deux parties : le modèle linéaire et le modèle non linéaire. La dynamique complète du système peut être décrite par le modèle non linéaire, tandis que le modèle linéaire est utile pour la conception de contrôleurs. La commande du pendule inversé rotatif est effectuée en contrôlant trois paramètres importants : la position du bras rotatif, la position du pendule et la vitesse du moteur. La modélisation du système est généralement réalisée à l'aide des équations de mouvement d'Euler-Lagrange [5].

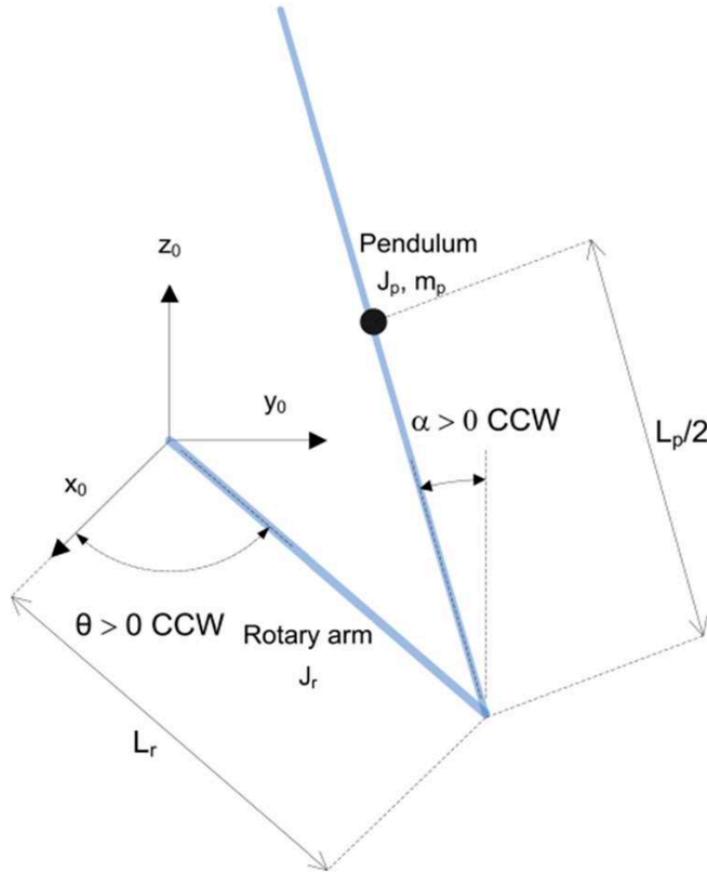


FIG. 1.7 : Diagramme du pendule inversé rotatif [6]

1.3.1 Modèle non linéaire

La théorie d'Euler-Lagrange est basée sur le principe de moindre action qui stipule que le mouvement d'un système mécanique entre deux points est tel que l'action entre ces points est minimale. L'action est définie comme l'intégrale de Lagrangien L , qui est la différence entre l'énergie cinétique T et l'énergie potentielle P du système :

$$L = T_{\text{total}} - P_{\text{total}} \quad (1.1)$$

Où T_{total} est l'énergie cinétique totale du système et P_{total} est l'énergie potentielle totale du système.

$$\begin{cases} P_{\text{total}} = P_{\text{bras}} + P_{\text{pendule}} \\ T_{\text{total}} = T_{\text{bras}} + T_{\text{pendule}} \end{cases} \quad (1.2)$$

L'énergie potentielle du système est due à l'accélération qui est elle même liée à la gravité. Puisque le pendule est déjà en position d'équilibre, $P_{\text{bras}} = 0$, donc elle est exprimée

ci-dessous :

$$P_{total} = M_p g L_p \cos \alpha \quad (1.3)$$

L'addition des énergies cinétiques du bras, du pendule et des vitesses dues au centre de masse et du mouvement de rotation du pendule décrit l'énergie cinétique totale du pendule à savoir :

$$T_{total} = \frac{1}{2} J_r \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M_p \left(L_r \dot{\theta} - L_p \cos \alpha \dot{\alpha} \right)^2 + \frac{1}{2} M_p \left(-L_p \sin \alpha \dot{\alpha} \right)^2 + \frac{1}{2} M_p L_p^2 \cos^2(\alpha) \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_p \dot{\alpha}^2 \quad (1.4)$$

Où J_r et J_p indiquent le moment d'inertie du bras et du pendule, respectivement. En remplaçant (1.3) et (1.4) dans (1.1) , le lagrangien nous donne donc :

$$L = \frac{1}{2} J_r \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M_p (L_r \dot{\theta})^2 - M_p L_r \dot{\theta} L_p \cos \alpha \dot{\alpha} + \frac{1}{2} M_p L_p^2 \cos^2(\alpha) \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} M_p L_p^2 \sin^2(\alpha) \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_p \dot{\alpha}^2 - M_p g L_p \cos \alpha \quad (1.5)$$

Le moment d'inertie J_p est donné par :

$$J_p = \frac{1}{3} M_p L_p^2 \quad (1.6)$$

En remplaçant dans (1.5), cela nous donne :

$$L = \frac{1}{2} J_r \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M_p (L_r \dot{\theta})^2 - M_p L_r \dot{\theta} L_p \cos(\alpha) \dot{\alpha} + \frac{1}{2} M_p L_p^2 \cos^2(\alpha) \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} M_p L_p^2 \sin^2(\alpha) \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{6} M_p L_p \dot{\alpha}^2 - M_p g L_p \cos \alpha \quad (1.7)$$

Les équations de mouvement de Lagrange sont de la forme :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, 2 \quad (1.8)$$

où $q_1 = \theta$ et $q_2 = \alpha$ sont les variables généralisées du système. Q_1 décrira la force généralisée agissant sur le bras rotatif tandis que Q_2 sera utilisée pour décrire les forces

généralisées agissant sur le pendule.

$$\begin{aligned} Q_1 &= \tau - B\dot{\theta} \\ Q_2 &= -B\dot{\alpha} \end{aligned} \quad (1.9)$$

La variable Q_1 tient compte du couple et du coefficient d'amortissement visqueux du bras rotatif, tandis que Q_2 tient compte du coefficient d'amortissement visqueux du pendule. En utilisant les équations (1.7) , (1.8) et (1.9), on peut obtenir les équations du modèle non linéaire détaillé du pendule inversé rotatif :

$$\begin{aligned} &\left(M_p L_r^2 + \frac{1}{4} M_p L_p^2 - \frac{1}{4} M_p L_p^2 \cos^2(\alpha) + J_r \right) \ddot{\theta} - \left(\frac{1}{2} M_p L_p L_r \cos(\alpha) \right) \ddot{\alpha} \\ &+ \left(\frac{1}{2} M_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \right) \dot{\alpha} \dot{\theta} + \left(\frac{1}{2} M_p L_p L_r \sin(\alpha) \right) \dot{\alpha}^2 = \tau - B_r \dot{\theta} \\ &- \left(\frac{1}{2} M_p L_p L_r \cos(\alpha) \right) \ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4} M_p L_p^2 \right) \ddot{\alpha} - \left(\frac{1}{4} M_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \right) \dot{\theta}^2 \\ &- \left(\frac{1}{2} M_p g L_p \sin(\alpha) \right) = -B_p \dot{\alpha} \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$(1.11)$$

La variable de commande pour ce système est la tension d'entrée du servo moteur. La force de frottement visqueux est la seule force agissant sur le lien entre le pendule et le bras rotatif. Le couple agissant sur le bras rotatif est appliqué à la base du bras rotatif et est généré par le servo moteur. L'équation pour le couple est donnée ci-dessous :

$$\tau = \frac{k_t(V_m - k_m \dot{\theta})}{R_m} \quad (1.12)$$

Après simplifications, nous trouvons les équations finales de notre système :

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_t} (J_p \text{term1} - M_p L_r \frac{L_p}{2} \cos(\alpha) \text{term2}) \quad (1.13)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{J_t} (-M_p L_r \frac{L_p}{2} \cos(\alpha) \text{term1} + (J_r + J_p \sin^2(\alpha)) \text{term2}) \quad (1.14)$$

Avec :

$$J_t = J_r J_p + J_p^2 \sin^2(\alpha) - M_p^2 L_r^2 \frac{L_p^2}{4} \cos^2(\alpha) \quad (1.15)$$

$$term1 = \tau - B_r \dot{\theta} + 2J_p \sin(\alpha) \cos(\alpha) \dot{\theta} \dot{\alpha} + M_p L_r \frac{L_p}{2} \sin(\alpha) \dot{\alpha}^2 \quad (1.16)$$

$$term2 = -B_p \dot{\alpha} - J_p \sin(\alpha) \cos(\alpha) \dot{\alpha}^2 - M_p g \frac{L_p}{2} \sin(\alpha) \quad (1.17)$$

1.3.2 Modèle linéarisé

La linéarisation consiste à approximer le modèle non linéaire par un modèle linéaire autour d'un point d'équilibre. Cette technique permet de simplifier l'analyse de la dynamique du système et de faciliter la conception de lois de commande. Pour effectuer une linéarisation, on doit d'abord trouver les point d'équilibre du système, c'est-à-dire les valeurs de θ , $\dot{\theta}$, α , et $\dot{\alpha}$ pour lesquelles les forces et les moments appliqués sur le système sont équilibrés.

Pour le pendule inversé rotatif, il existe deux points d'équilibres : l'un stable et l'autre instable. Nous nous intéresserons uniquement au point d'équilibre instable qui est le suivant :

$$\begin{bmatrix} \theta & \alpha & \dot{\theta} & \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Il suffit de prendre les équations non linéaires (1.10) et (1.11), et les linéariser une par une.

La première équation non linéaire :

$$\begin{aligned} f(z) = & \left(M_p L_r^2 + \frac{1}{4} M_p L_p^2 - \frac{1}{4} M_p L_p^2 \cos^2(\alpha) + J_r \right) \ddot{\theta} - \left(\frac{1}{2} M_p L_p L_r \cos(\alpha) \right) \ddot{\alpha} \\ & + \left(\frac{1}{2} M_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \right) \dot{\alpha} \dot{\theta} + \left(\frac{1}{2} M_p L_p L_r \sin(\alpha) \right) \dot{\alpha}^2 \end{aligned} \quad (1.19)$$

La linéarisation de par rapport à $\ddot{\theta}$ donne :

$$\left. \frac{\partial f(z)}{\partial \ddot{\theta}} \right|_{z=z_0} = M_p L_r^2 + J_r$$

La linéarisation de par rapport à $\ddot{\alpha}$ donne :

$$\left. \frac{\partial f(z)}{\partial \ddot{\alpha}} \right|_{z=z_0} = -\frac{1}{2} M_p L_p L_r$$

Les autres termes sont nuls :

$$\left. \frac{\partial f(z)}{\partial \dot{\theta}} \right|_{z=z_0} = \left. \frac{\partial f(z)}{\partial \dot{\alpha}} \right|_{z=z_0} = \left. \frac{\partial f(z)}{\partial \theta} \right|_{z=z_0} = \left. \frac{\partial f(z)}{\partial \alpha} \right|_{z=z_0} = 0$$

Avec :

$$z = \begin{bmatrix} \theta & \alpha & \dot{\theta} & \dot{\alpha} & \ddot{\theta} & \ddot{\alpha} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad z_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De ce fait, la première équation linéarisée s'écrit sous la forme :

$$(M_p L_r^2 + J_r) \ddot{\theta} - \left(\frac{1}{2} M_p L_p L_r \right) \ddot{\alpha} = \tau - B_r \dot{\theta} \quad (1.20)$$

Pour linéariser la deuxième équation, on passe par le même procédé. Ce qui nous donne au final la deuxième équation linéarisée :

$$-\left(\frac{1}{2} M_p L_p L_r \right) \ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4} M_p L_p^2 \right) \ddot{\alpha} - \frac{1}{2} M_p L_p^2 g \alpha = -B_p \dot{\alpha} \quad (1.21)$$

Si on réécrit les équations (1.20) et (1.21) sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} M_p L_r^2 + J_r & \frac{1}{2} M_p L_p L_r \\ -\frac{1}{2} M_p L_p L_r & J_p + \frac{1}{4} M_p L_p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau - B_r \dot{\theta} \\ \frac{1}{2} M_p L_p^2 g \alpha - B_p \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

On peut tirer les expressions de $\ddot{\theta}$ et $\ddot{\alpha}$ comme suit :

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_t} \left(J_p + \frac{1}{4} M_p L_p^2 \right) \left(\tau - B_r \dot{\theta} \right) + \frac{1}{2 J_t} M_p L_p L_r \left(\frac{1}{2} M_p L_p^2 g \alpha - B_p \dot{\alpha} \right) \quad (1.23)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{2 J_t} M_p L_p L_r \left(\tau - B_r \dot{\theta} \right) + \frac{1}{J_t} \left(M_p L_r^2 + J_r \right) \left(\frac{1}{2} M_p L_p^2 g \alpha - B_p \dot{\alpha} \right) \quad (1.24)$$

Avec :

$$J_t = J_r J_p + J_p M_p L_r^2 + \frac{1}{4} J_r M_p L_p^2 \quad (1.25)$$

1.3.3 Représentation d'état

La représentation d'état est une autre façon de modéliser le système, qui consiste à exprimer les équations du système sous forme matricielle. Pour un système linéaire, la

représentation d'état s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (1.26)$$

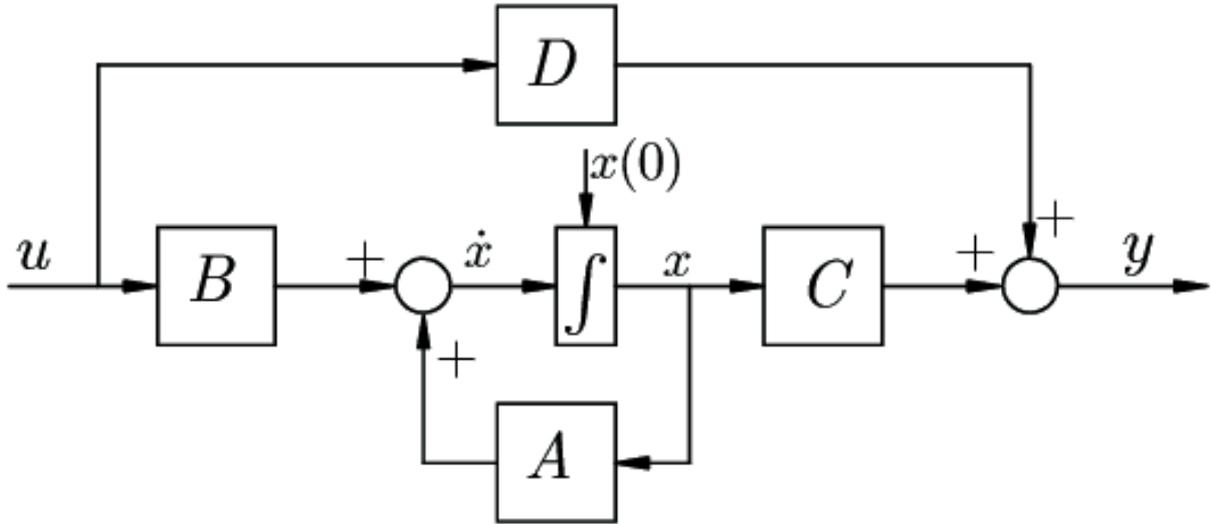


FIG. 1.8 : Schéma bloc d'une représentation d'états

Tel que x est l'état du système, u est l'entrée de contrôle. A , B , C et D sont les matrices d'état, d'entrée, de sortie et de couplage et y est la sortie. Dans le cas du PIR, nous avons :

$$x^T = \begin{bmatrix} \theta & \alpha & \dot{\theta} & \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

$$\dot{x}^T = \begin{bmatrix} \dot{\theta} & \dot{\alpha} & \ddot{\theta} & \ddot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

$$y^T = \begin{bmatrix} \theta & \alpha \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Il est nécessaire de remplacer x dans les équations linéarisés (1.23) et (1.24) :

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{J_t} \left(J_p + \frac{1}{4} M_p L_p^2 \right) \left(\tau - B_r x_3 \right) + \frac{1}{2 J_t} M_p L_p L_r \left(\frac{1}{2} M_p L_p g x_2 - B_p x_4 \right) \quad (1.30)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{2 J_t} M_p L_p L_r \left(\tau - B_r x_3 \right) + \frac{1}{J_t} \left(M_p L_r^2 + J_r \right) \left(\frac{1}{2} M_p L_p g x_2 - B_p x_4 \right) \quad (1.31)$$

Sachant que :

$$\dot{x}_1 = x_3 \quad \text{et} \quad \dot{x}_2 = x_4 \quad (1.32)$$

Et en utilisant les équations (1.30) et (1.31), les matrices A , B , C et D de la représentation d'états peuvent être trouvées :

$$A = \frac{1}{J_t} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{4}M_p^2L_p^2L_r g & -(J_p + \frac{1}{4}M_pL_p^2)B_r & -\frac{1}{2}M_pL_pL_rB_p \\ 0 & \frac{1}{2}M_pL_p g(M_pL_r^2 + J_r) & -\frac{1}{2}M_pL_pL_rB_r & -(M_pL_r^2 + J_r)B_p \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

$$B = \frac{1}{J_t} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_p + \frac{1}{4}M_pL_p^2 \\ \frac{1}{2}M_pL_pL_r \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Les paramètres du pendule inversé rotatif servo 2 QUANSER QUBE sont disponibles dans le manuel de l'utilisateur et sont donnés dans le tableau 1.2.

En substituant les paramètres du système dans le modèle d'espace d'état, et en choisissant la tension d'entrée V_m , le modèle du pendule inversé rotatif est calculé et exprimé dans l'équation (1.37)

Chapitre 1. Modélisation et commandes classiques du pendule inversé rotatif (PIR)

| Symbole | Description | Valeur | Unité |
|---------|---|-----------------------|-------------|
| R_m | Résistance d'induit du moteur | 8.4 | Ω |
| M_p | Masse du pendule | 0.024 | kg |
| M_r | Masse du bras | 0.095 | kg |
| L_p | Longueur de pendule | 0.129 | m |
| L_r | Longueur de bras | 0.085 | m |
| J_p | Moment d'inertie du pendule | 1.33×10^{-4} | $kg\ m^2$ |
| J_r | Moment d'inertie du bras | 2.29×10^{-4} | $kg\ m^2$ |
| g | Constante de gravité | 9.81 | m/s^2 |
| k_m | Constante de moteur | 0.042 | $V.s/rad$ |
| k_t | Constante de couple | 0.042 | $N.m/A$ |
| B_p | Coefficient de viscosité d'amortissement du pendule | 0.00005 | $N.m.s/rad$ |
| B_r | Coefficient de viscosité d'amortissement du bras | 0.001 | $N.m.s/rad$ |

TAB. 1.2 : Paramètres du pendule [1]

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 149.27 & -9.95 & -0.49 \\ 0 & 261.60 & -9.84 & -0.86 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 49.72 \\ 49.14 \end{bmatrix} \\ \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \end{array} \right. Vm \quad (1.37)$$

Filtre dérivé et entrée saturée

Dans le présent travail, les valeurs de l'angle du bras et celui du pendule sont obtenues à partir des mesures. Cependant, pour former une boucle de rétroaction d'état complet, D'autres états sont présents dans le vecteur d'état. Comme on peut le voir, dans (1.27)

, les vitesses angulaires des angles mesurés sont des états non mesurés. Dans ce cas, au lieu d'utiliser un observateur, il est pratique de former les états inconnus en dérivant les mesures déjà connues.

Cependant, l'utilisation de la dérivation est difficile en raison de son comportement amplifiant les hautes fréquences, et elle ne peut pas être formée dans les simulations ou dans un système physique. Pour cette raison, au lieu de ne former les états qu'avec une simple dérivation, on utilise une combinaison de dérivateur et de filtre passe-bas de premier ordre, qui produit un filtre passe-haut de la forme :

$$\frac{w_f}{s + w_f} \quad (1.38)$$

où w_f est la fréquence de coupure du filtre. Il est noté que la fonction de transfert ci-dessus se comporte comme une dérivation à basse fréquence, mais que son gain est constant à haute fréquence, ce qui le rend inférieur à une simple dérivation. Les états calculés à l'aide des filtres passe-haut ne sont pas affectés par les erreurs de modélisation contrairement à l'utilisation des estimateurs basés sur le modèle. Lors de l'utilisation de filtres passe-haut, il suffit de choisir la largeur de bande à laquelle on souhaite que le filtre fonctionne. Cependant, le choix de la largeur de bande comporte des risques et des difficultés liés à l'utilisation du filtre, donc un choix incorrect peut rendre le système sensible au bruit ou même affecter la stabilité.

Dans ce travail, des filtres provenant de la documentation Quanser ont été utilisés, qui sont de la forme :

$$\frac{50}{s + 50} \quad (1.39)$$

1.4 Méthodes de contrôle classiques

La représentation d'état étudiée précédemment permet de faciliter la conception de lois de commande en utilisant des techniques de contrôle moderne telles que le régulateur LQR, le régulateur PID, le régulateur à base de contrôle d'énergie EBC, etc.

1.4.1 Commande LQR

Le contrôleur LQR utilise un modèle linéaire de l'état du système, mais comme le pendule inversé rotatif est un système non linéaire, le modèle est d'abord linéarisé autour du point d'équilibre. Une fois que le modèle linéaire est obtenu, la commande LQR peut être conçue [7].

Le principe de la commande LQR est de définir une loi de commande qui minimise le

Chapitre 1. Modélisation et commandes classiques du pendule inversé rotatif (PIR)

coût quadratique. La fonction de coût quadratique utilisée dans cette méthode est définie comme suite :

$$J = \int (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (1.40)$$

où x est le vecteur d'état, u est le vecteur de commande, Q est une matrice de pondération d'état et R est une matrice de pondération de commande. Les matrices de pondération sont utilisées pour ajuster l'importance relative de chaque élément du vecteur d'état et du vecteur de commande dans la fonction de coût.

La minimisation de la fonction de coût quadratique J est réalisée en définissant une équation différentielle d'état appelée l'équation de Riccati, qui est donnée par :

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (1.41)$$

où A , B sont les matrices du système et P est une matrice symétrique définie positive qui doit être résolue.

Selon cette condition limite et par intégration rétrograde de l'équation de Riccati, le gain de rétroaction optimal peut être calculé [8] :

$$K = R^{-1} B^T P \quad (1.42)$$

La loi de commande est donnée par retour d'état sous la forme :

$$u = -K x \quad (1.43)$$

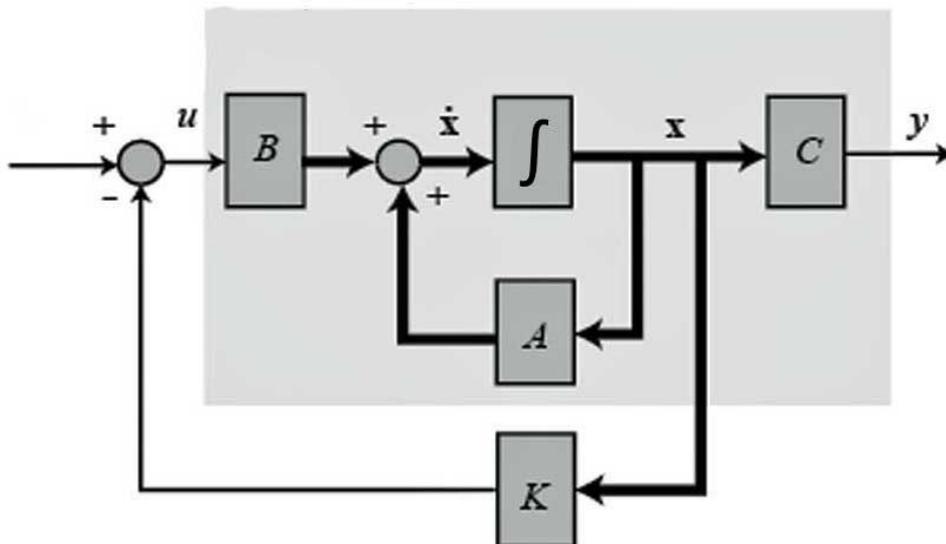


FIG. 1.9 : Commande LQR par retour d'état

1.4.2 Commande PID

La commande PID est une méthode de contrôle qui combine un terme proportionnel, un terme intégral et un terme dérivé pour asservir un système à une consigne. Cette méthode est largement utilisée en ingénierie de contrôle en raison de sa simplicité et de sa robustesse. Dans le contexte de la stabilisation du pendule inversé rotatif, il n'est pas nécessaire d'utiliser un régulateur PID, mais plutôt un régulateur PD car le système possède déjà un intégrateur. Cette méthode est aussi utilisée pour stabiliser le système autour de son point d'équilibre.

Le principe du contrôleur PID consiste à calculer une commande de sortie qui est la somme de trois termes : un terme proportionnel qui est proportionnel à l'erreur entre la position actuelle et la position de référence, et un terme dérivé qui est proportionnel à la dérivée de l'erreur et un terme intégral qui est proportionnel à l'intégrale de l'erreur dans le temps [9].

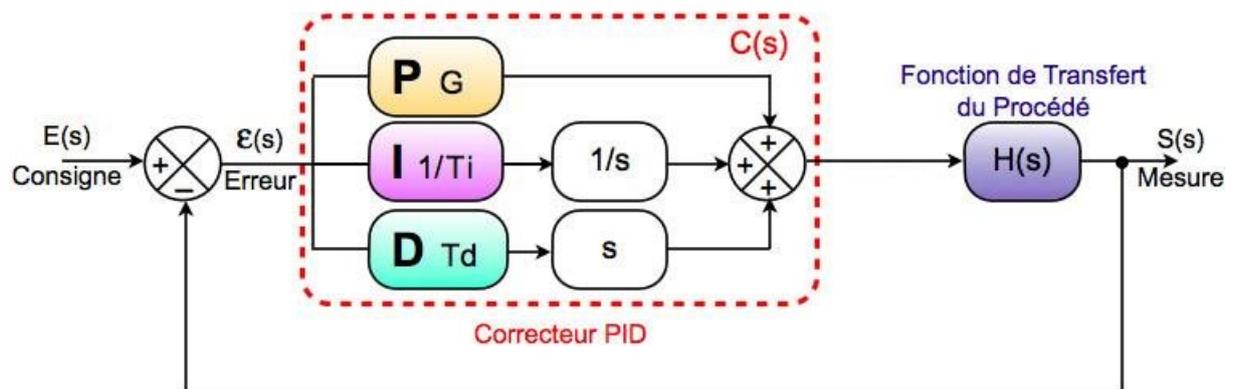


FIG. 1.10 : Schéma bloc de la commande PID

$$G_{PID}(s) = K_p + K_d * s + \frac{K_i}{s} \quad (1.44)$$

Où

K_p est un gain proportionnel.

K_d est un gain dérivé.

Le gain proportionnel K_p fournit généralement une action de contrôle proportionnelle à l'erreur à travers un gain de filtre passe-tout. Le gain intégral K_i réduit l'erreur en état stationnaire en utilisant un intégrateur avec une compensation à basse fréquence. Le gain dérivé K_d utilise un différenciateur pour améliorer la réponse transitoire du système. Il existe différentes méthodes pour régler les gains PID, à savoir la méthode d'essai et d'erreur, la méthode de Ziegler-Nichol et la méthode de la courbe de réaction du processus.

Ici, la méthode d'essai et d'erreur est utilisée pour trouver les gains PID pour contrôler l'équilibre, l'angle du pendule dans le pendule inversé.

L'objectif du contrôleur PID est d'ajuster les valeurs des gains proportionnel et dérivé pour obtenir une réponse rapide et stable du système. Les valeurs optimales de ces gains peuvent être déterminées expérimentalement en utilisant des techniques de réglage manuel, telles que le réglage de Ziegler-Nichols [7].

1.4.3 Commande à base de contrôle d'énergie EBC (Swing-up)

Sachant que les méthodes décrites précédemment ne fonctionnent qu'autour du point d'équilibre, il faut une commande non linéaire permettant d'atteindre cette plage de linéarité. C'est là que le contrôleur Swing-up intervient.

La commande swing up est une méthode de contrôle qui permet d'amener le pendule à une position verticale, ce qui peut être utile dans de nombreuses applications. Elle est basée sur le principe de contrôle de l'énergie, l'idée est d'augmenter progressivement l'énergie du système jusqu'à ce que le pendule atteigne une position linéaire. Une fois que le pendule est dans cette position, il est possible de réguler sa position en utilisant des techniques de contrôle classiques [10].

La première étape consiste à calculer l'énergie du système. Pour un pendule inversé rotatif, l'énergie totale est donnée par :

$$E = \frac{1}{2}J_p\dot{\alpha}^2 + M_pgL_p(\cos \alpha - 1) \quad (1.45)$$

Le terme de contrôle de l'énergie est basé sur une commande de type feedforward. Cette commande est construite à partir de la dérivée de l'énergie du système par rapport à l'angle de rotation α :

$$u_{ff} = \frac{\partial E}{\partial \theta} \quad (1.46)$$

Cependant, cette méthode nécessite une stabilisation autour du point d'équilibre une fois ce dernier atteint. D'où l'obligation de créer une commande hybride contenant d'une part, la commande Swing-up et d'autre part une autre commande linéaire.

1.4.4 Implémentation et résultats

Diverses simulations des différents contrôleurs classiques ont été effectuées pour le pendule inversé rotatif QUANSER QUBE Servo 2:

a. Implémentation de la commande LQR

Pour appliquer la commande LQR, il est nécessaire de suivre plusieurs étapes. Tout d'abord, un fichier script doit être exécuté sur MATLAB, dans lequel les matrices de conception Q et R sont essentielles à ce processus car elles contiennent les pénalités sur les écarts des variables d'état par rapport à leur point de consigne et les actions de contrôle, respectivement. De ce fait, la valeur du gain change avec les matrices Q et R sélectionnées, ce qui affecte à son tour les performances du système. Durant cette étude, les valeurs des matrices seront les suivantes [11] :

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = 1 \quad (1.47)$$

Le gain K est calculé par la commande "lqr" sur MATLAB :

$$K = \begin{bmatrix} -3.1623 & 41.1263 & -1.9329 & 3.6291 \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

Les figures (1.11), (1.12) et (1.13) représentent l'évolution de l'angle du pendule α , le bras rotatif θ et la commande u respectivement.

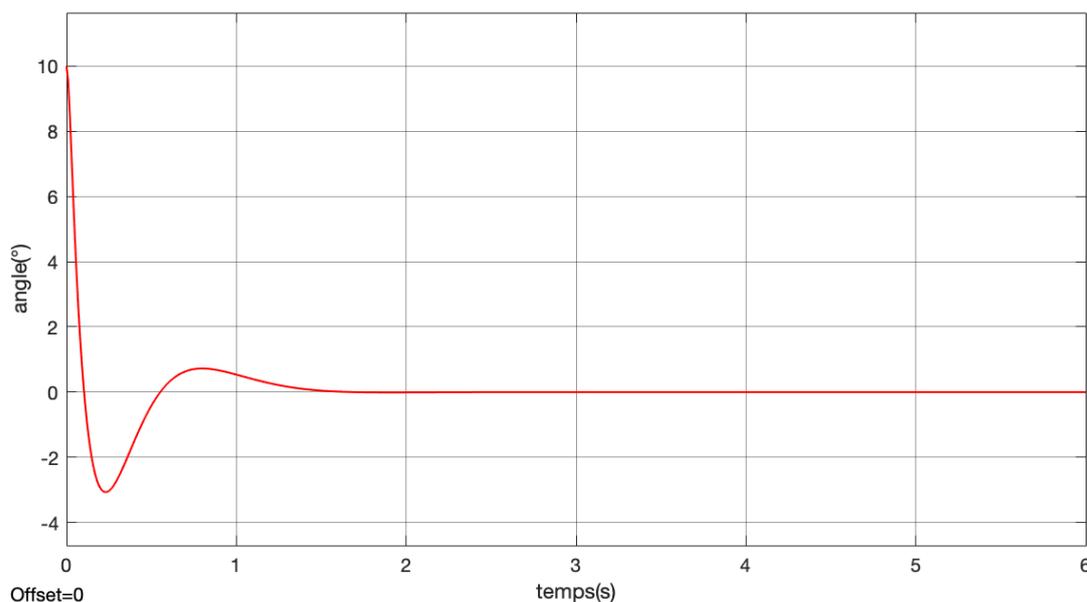


FIG. 1.11 : Évolution de l'angle du pendule α

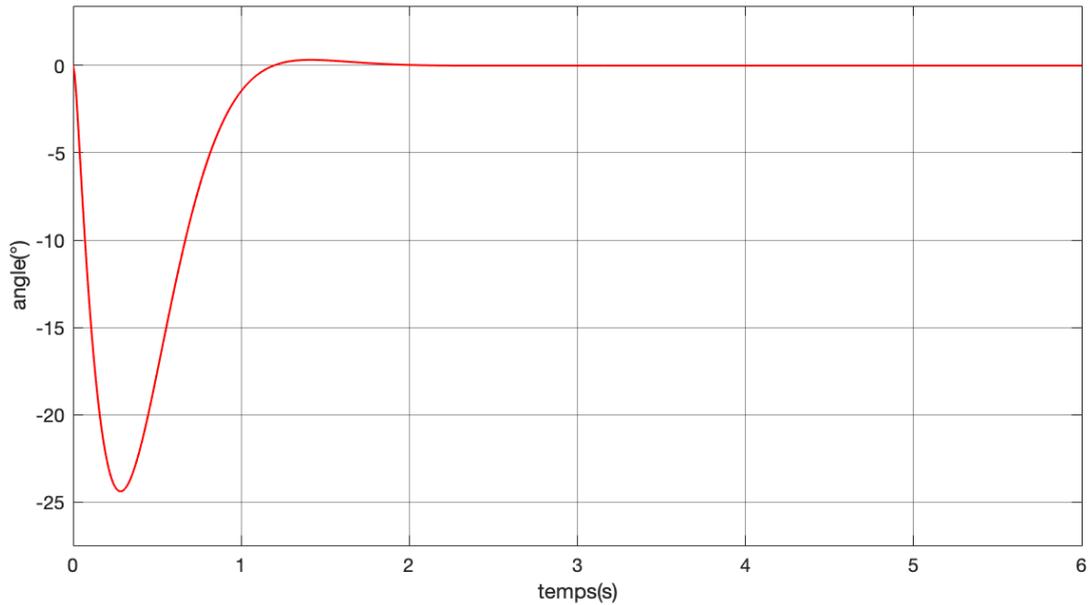


FIG. 1.12 : Évolution de l'angle du bras θ

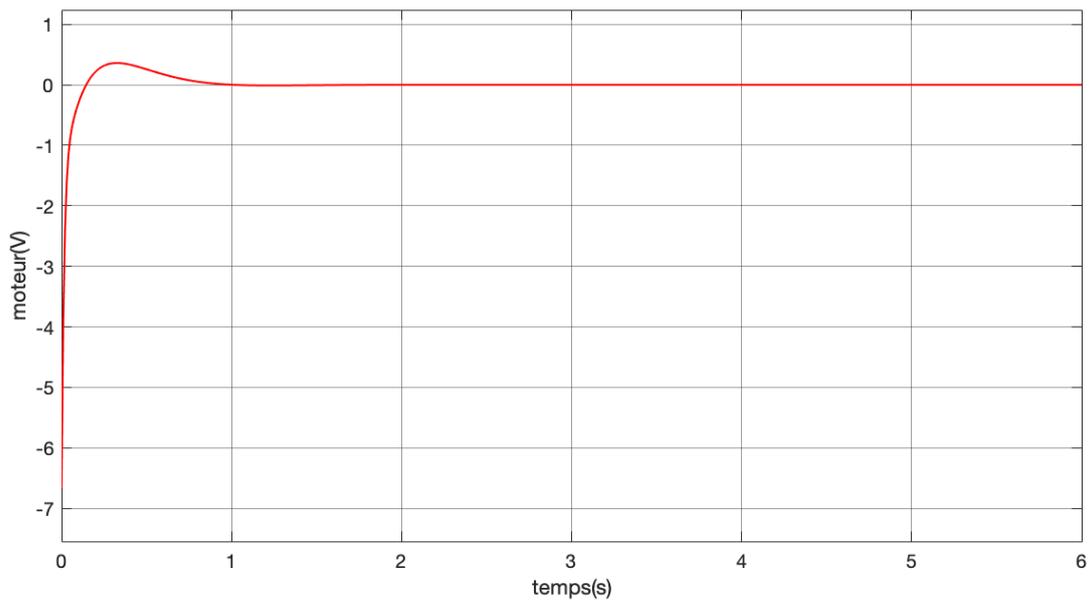


FIG. 1.13 : Évolution de la commande u

La réponse du système pour le contrôleur LQR, qui est représentée dans les figures (1.11) et (1.12), montre que le système se stabilise en 1,5 secondes et atteint une erreur statique nulle.

b. Implémentation de la commande PID

Le contrôleur PID est mis en œuvre pour la stabilisation de l'angle du pendule et celle du bras rotatif. Les gains du contrôleur sont réglés par la méthode d'essai et d'erreur.

Chapitre 1. Modélisation et commandes classiques du pendule inversé rotatif (PIR)

L'implémentation comporte deux boucles, une boucle interne et une boucle externe. Les gains de chaque contrôleur de boucle ont été réglés séparément jusqu'à ce que le bras rotatif et le pendule se stabilisent aux positions souhaitées. Le gain du contrôleur PID dans la boucle externe pour le contrôleur d'angle de pendule est trouvé après plusieurs calculs et essais pour être $K_p(\alpha) = 50$, $K_i(\alpha) = 0$ et $K_d(\alpha) = 5$. Tandis que la boucle interne pour le contrôle de bras rotatif est $K_p(\theta) = 7$, $K_i(\theta) = 0$ et $K_d(\theta) = -3$.

La réponse du contrôleur PID pour le pendule inversé rotatif est représentée sur la figure (1.14) et (1.15).

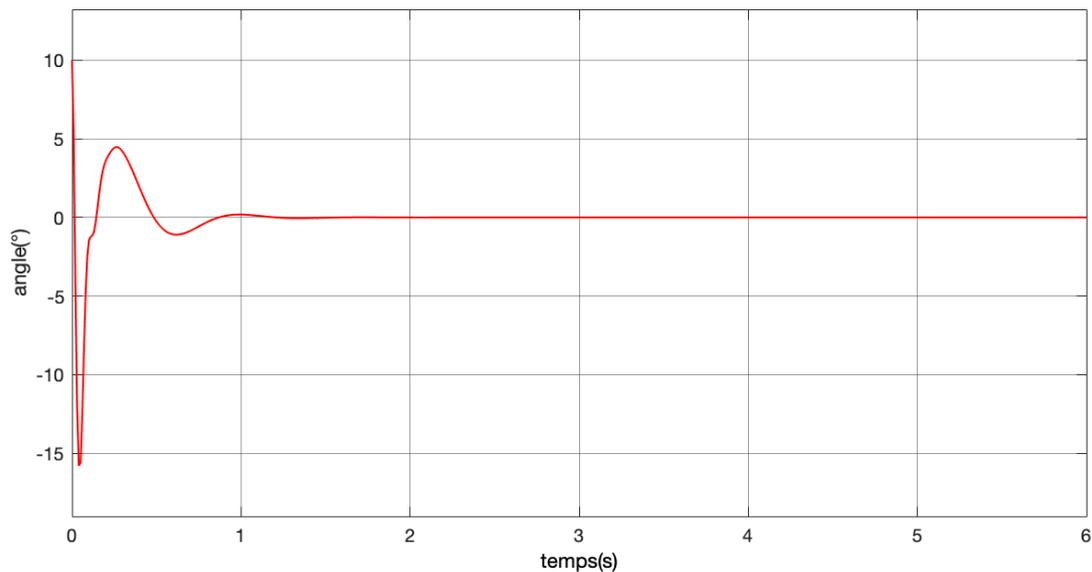


FIG. 1.14 : Évolution de l'angle du pendule α

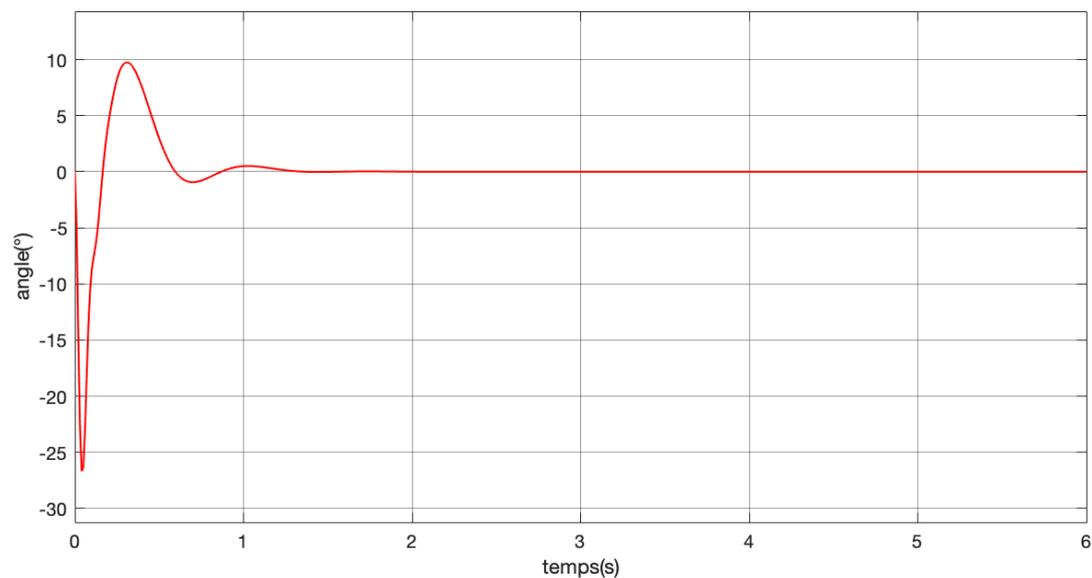


FIG. 1.15 : Évolution de l'angle du bras θ

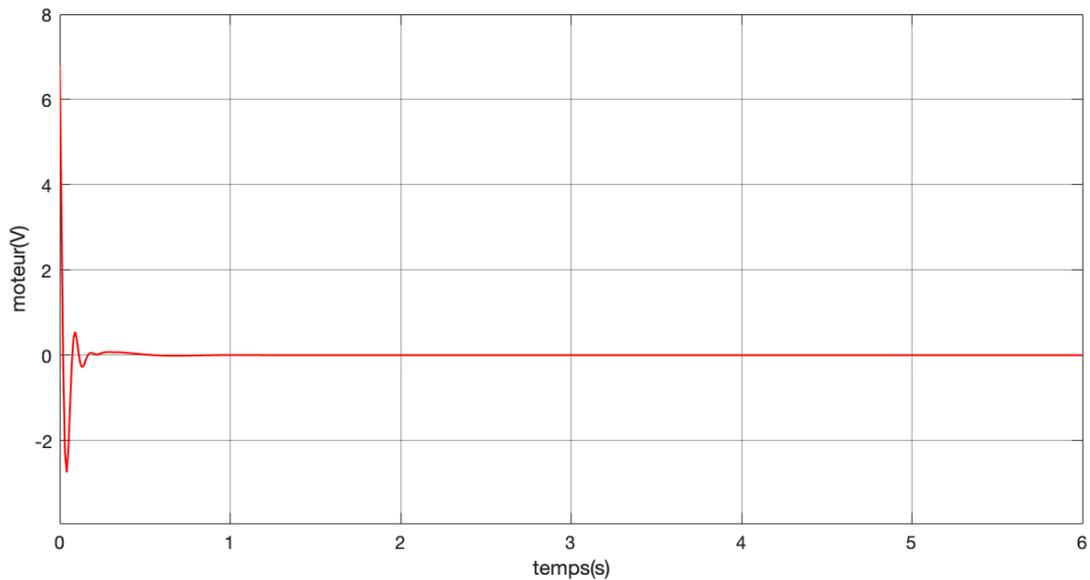


FIG. 1.16 : Évolution de la commande u

La réponse du système présente une erreur en régime permanent nulle, un temps de réponse d'environ 1.2 secondes, mais un dépassement beaucoup plus important que la commande LQR.

On peut conclure que la méthode LQR est plus performante que la méthode PID. Même si la commande PID atteint le régime permanent plus rapidement d'environ 0.3 secondes, elle fait face à un dépassement beaucoup trop important.

c. Implémentation de la commande EBC

Contrairement aux deux méthodes précédentes, le contrôleur à base d'énergie (EBC) agit en dehors de la zone d'équilibre instable et permet une fusion avec un autre contrôleur linéaire pour une commande hybride efficace. L'énergie du système

Les résultats expérimentaux sont représentés dans les figures (1.17) et (1.18), qui représentent une commande à base d'énergie en hybridation avec la commande LQR vue auparavant, avec un switch qui se déclenche lorsque l'angle du pendule α atteint la plage de position $\pm 20^\circ$:

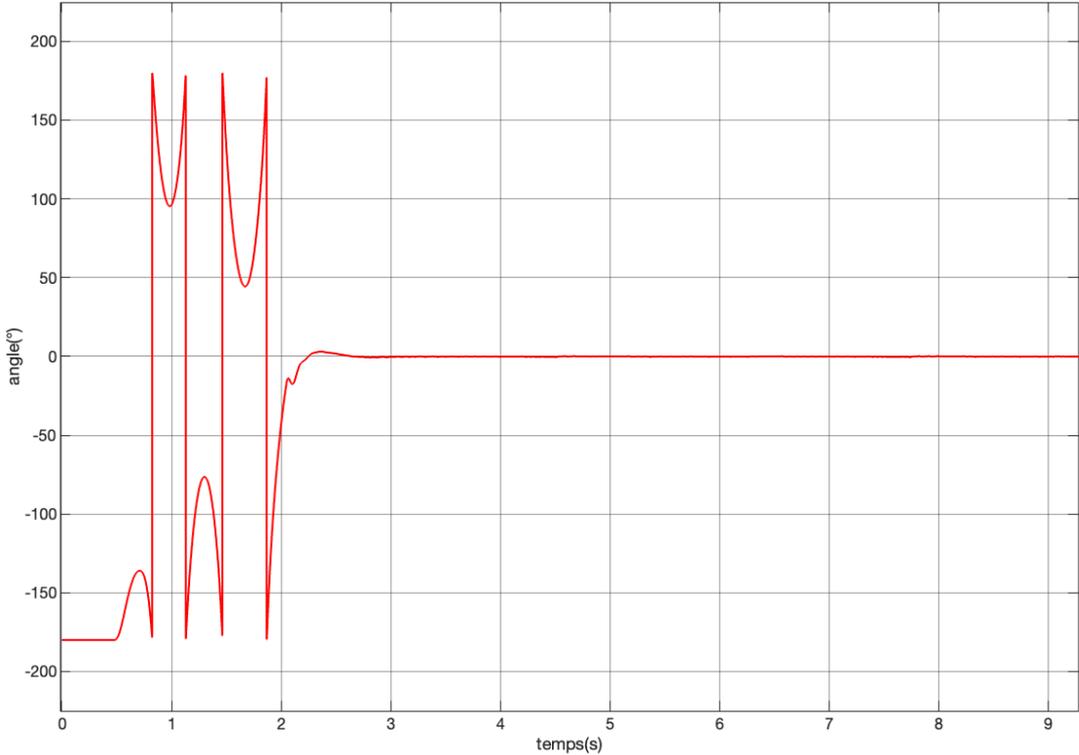


FIG. 1.17 : Évolution de l'angle du pendule α

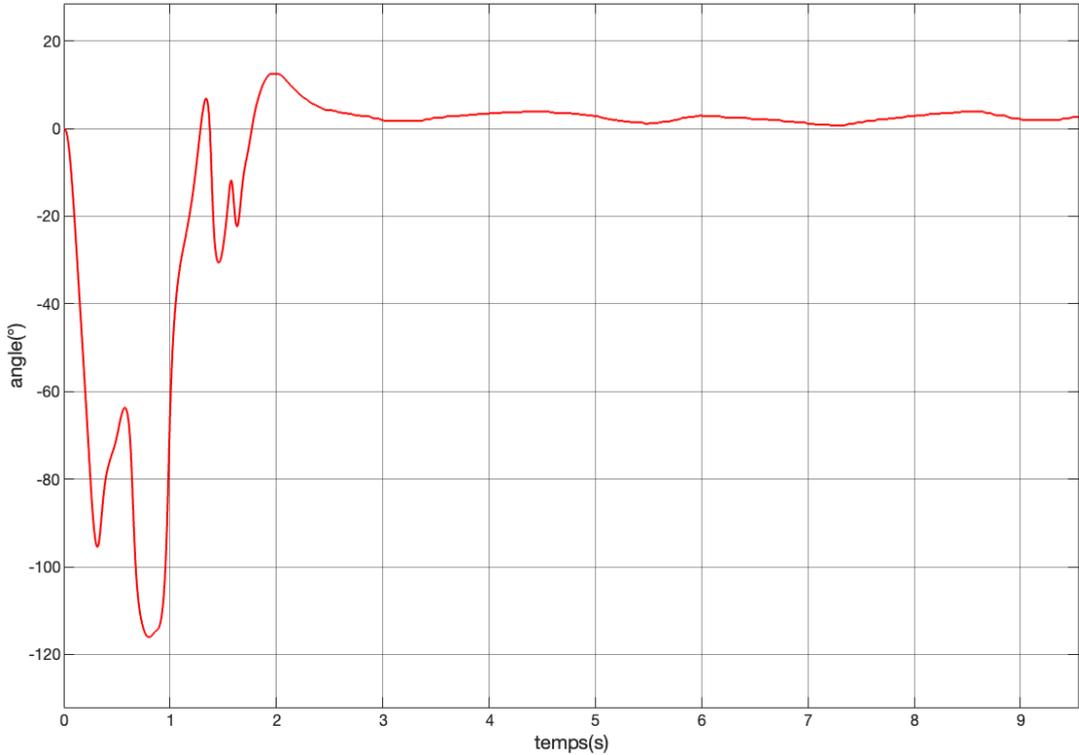


FIG. 1.18 : Évolution de l'angle du bras θ

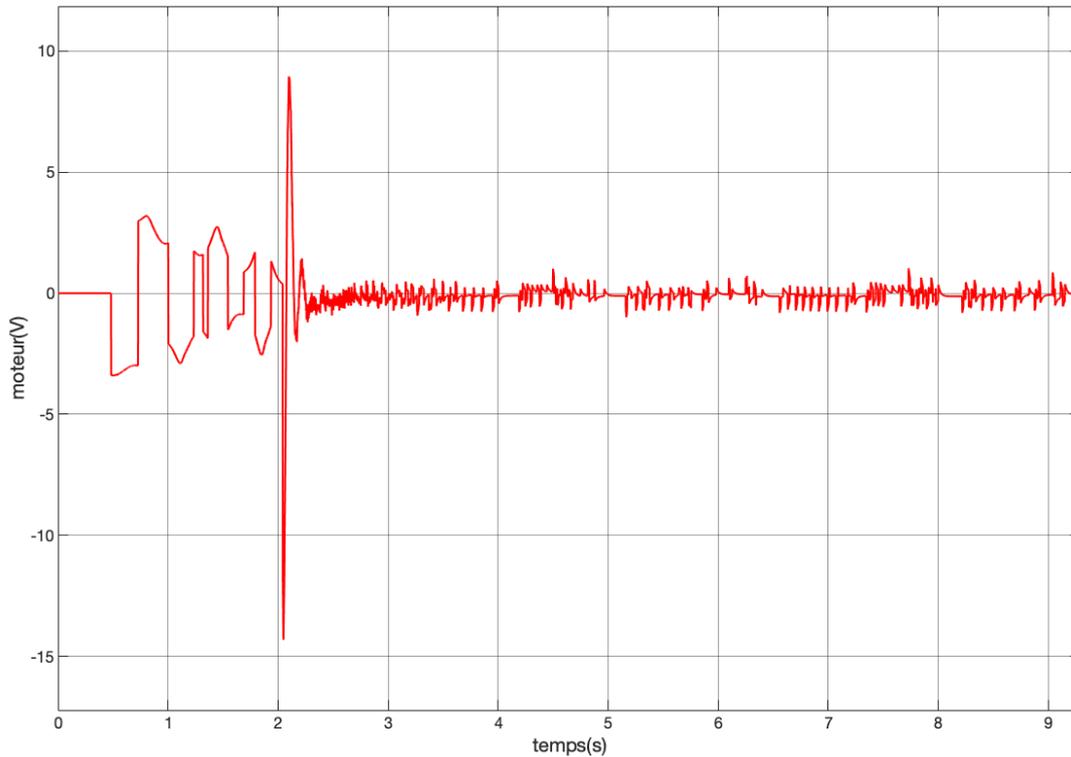


FIG. 1.19 : Évolution de la commande u

En observant la figure (1.18) qui représente la position du bras, on constate que ce dernier oscille pour balancer le pendule avant d'atteindre sa position désirée. Quant à la figure (1.17), elle montre que le pendule oscille pendant environ 2.2 secondes avant de se stabiliser sur son point d'équilibre instable, grâce à la commande LQR linéaire.

Par ailleurs, cette commande a besoin d'une impulsion manuelle (avec un coup de doigt par exemple) au début, car à $t=0$ le pendule se trouve dans sa position d'équilibre stable et donc l'énergie est nulle de base.

1.5 Conclusion

En conclusion, le pendule inversé rotatif est un système dynamique complexe qui peut être modélisé par la théorie d'Euler-Lagrange et donné sous forme d'un système non linéaire. La linéarisation du modèle non linéaire permet quant à elle de faciliter l'analyse et la conception de lois de commande en utilisant des techniques de contrôle moderne.

L'avantage des commandes linéaires classiques est qu'elles peuvent être utilisées pour stabiliser le système autour de n'importe quel point d'équilibre. Cependant, elles ne peuvent pas être utilisées pour contrôler le système lorsque celui-ci est loin de l'équilibre. La commande Swing-up peut être utilisée pour amener le système à proximité de l'équilibre, puis la commande linéaire peut être utilisée pour stabiliser le système.

Chapitre 2

Théorie de la commande floue

2.1 Introduction

La logique floue, également appelée logique "fuzzy", est une méthode mathématique qui permet de traiter l'incertitude et l'imprécision dans les systèmes complexes. Elle est utilisée pour modéliser les situations dans lesquelles les valeurs de vérité ne sont pas nettement définies, mais plutôt graduelles ou imprécises.

Dans ce chapitre, nous allons examiner le principe de base de la logique floue, les étapes impliquées dans sa mise en œuvre, les fonctions d'appartenance et les règles, ainsi qu'un exemple concret pour mettre en exergue son application.

2.2 Principe de la logique floue

La logique floue repose sur l'idée que la plupart des concepts dans le monde réel ne sont pas binaires (vrai/faux), mais plutôt graduels. Cette approche permet de traiter des situations incertaines ou ambiguës, pour ainsi définir des valeurs plus nuancées. Un élément peut avoir une appartenance partielle à un sous-ensemble donné, exprimée sous la forme d'un nombre entre 0 et 1. Cette valeur indique à quel point l'élément appartient à un certain ensemble, appelé ensemble flou [8].

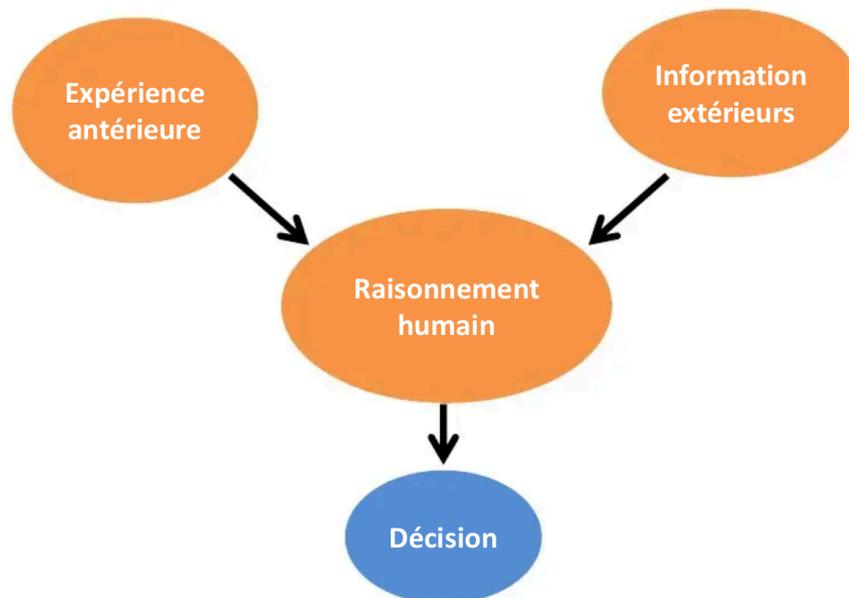


FIG. 2.1 : Structure du raisonnement humain

Cette approche est particulièrement utile dans les domaines où les décisions doivent être prises sur la base de données incomplètes ou incertaines. Les domaines d'applications pratiques déjà connus sont innombrables. Dans tous ces derniers, la logique floue a permis des gains significatifs en termes de précision, de performance et de robustesse, nous

en citons quelques-uns :

- L'intelligence artificielle.
- La robotique.
- Le contrôleur flou.
- Le contrôle des machines.
- L'informatique.
- Le traitement des données.
- La communication homme-machine.
- La reconnaissance des formes.
- La médecine.
- Les transports.

2.3 Les concepts de base

Lorsqu'un opérateur humain commande manuellement un système, il le fait en se basant sur une compréhension subjective de son fonctionnement. Ce principe est à la base de la commande floue. Dans ce type de commande, la mesure réalisée sur le système est représentée par une variable linguistique, qui est évaluée par un expert humain. Ensuite, l'action à réaliser est déterminée à partir d'un ensemble de règles de commande et de l'état du système, tel que représenté par la variable linguistique. Enfin, la commande finale du système est créée en utilisant les conclusions de cette déduction. Les éléments constitutifs d'un contrôleur flou sont schématisés dans la figure (2.2) :

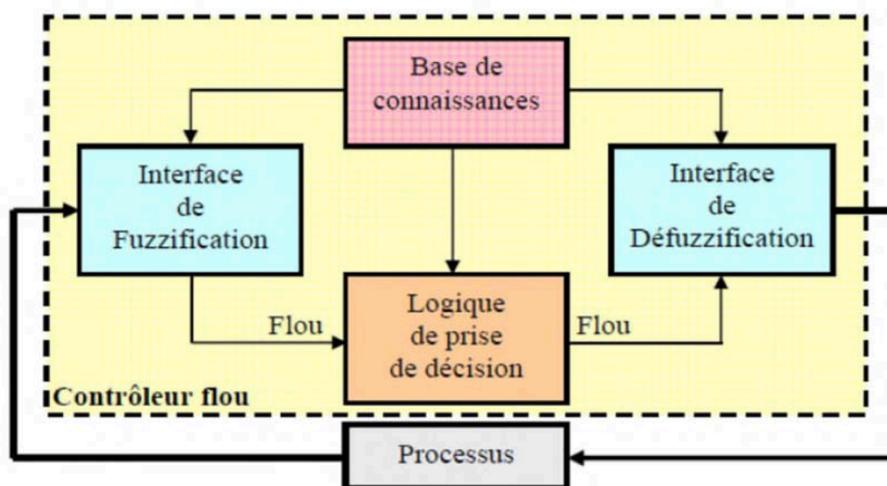


FIG. 2.2 : Schéma synoptique d'un contrôleur flou [12]

La mise en œuvre de la logique floue implique donc plusieurs concepts et étapes, qui

sont les suivantes :

2.3.1 Variables linguistiques

La variable linguistique est une notion essentielle, qui suggère que les valeurs de cette variable ne sont pas numériques mais plutôt symboliques, en termes de mots ou d'expressions du langage naturel [13].

Une variable linguistique est caractérisée par une triplette $(x, T(x), U)$, où x est le nom de la variable, $T(x)$ est l'ensemble de termes de la variable, c'est-à-dire l'ensemble des noms des valeurs linguistiques de x , et U est l'univers de discours.

Par exemple, la taille d'un homme peut être une variable linguistique, avec un ensemble de termes $T(\text{taille}) = (\text{petit}, \text{moyenne}, \text{grand}, \dots)$, où chaque terme dans $T(\text{taille})$ est caractérisé par un ensemble flou dans l'univers de discours $U = [0, 2.2\text{m}]$, par exemple. Les termes "petit" et "grand" peuvent être caractérisés comme des ensembles flous, et où la variable linguistique "petit" intervient pour les tailles inférieures ou égales à 1.5 mètres et la variable linguistique "grand" intervient pour les tailles supérieures ou égales à 1.80 mètres.

2.3.2 Les ensembles flous

La première étape consiste à définir les ensembles flous qui seront utilisés dans le système. La théorie des ensembles flous vise à modéliser les notions vagues et incertaines du langage naturel. Contrairement à la théorie classique des ensembles, cette théorie permet d'exprimer l'idée d'une appartenance partielle d'un élément à un ensemble. Chaque ensemble flou doit être caractérisé par une fonction d'appartenance qui permet de déterminer le degré d'appartenance des éléments à l'ensemble [14].

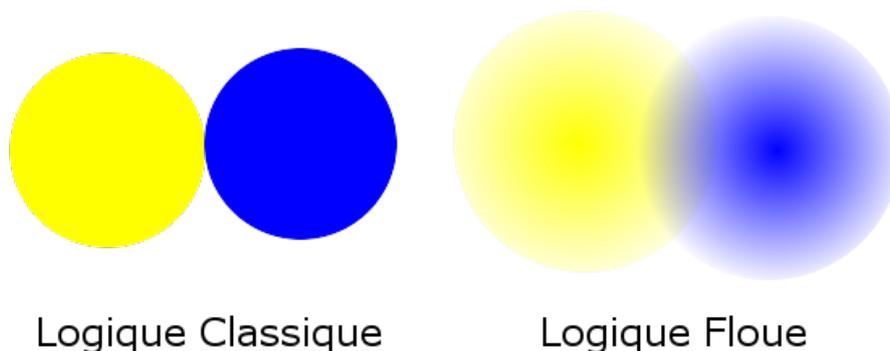


FIG. 2.3 : Comparaison entre la logique classique et la logique floue

En théorie classique, la fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ d'un sous-ensemble A . Cette fonction prend la valeur 1 si x appartient à A et la valeur 0 dans le cas contraire

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases} \quad (2.1)$$

Contrairement à la théorie classique des ensembles, la théorie de la logique floue permet d'exprimer l'idée d'une appartenance partielle d'un élément à un ensemble, en utilisant une fonction d'appartenance qui prend une valeur réelle entre 0 et 1 pour chaque élément. Ainsi, la fonction d'appartenance d'un sous-ensemble flou A caractérise la probabilité qu'un élément x appartienne à A .

$$\mu_A(x) \in [0 \ 1] \quad (2.2)$$

| Fonction | Forme algébrique | Forme graphique |
|-----------------------|--|-----------------|
| Fonction triangulaire | $\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x < b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ 0 & x > c \end{cases}$ | |
| Fonction trapézoïdale | $\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x < b \\ 1 & b \leq x < c \\ \frac{d-x}{d-c} & c \leq x \leq d \\ 0 & x > d \end{cases}$ | |
| Fonction gaussien | $\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right)$ | |

TAB. 2.1 : Fonctions d'appartenance de la logique floue [14]

2.3.3 Forme des fonctions d'appartenance

Les fonctions d'appartenance peuvent prendre différentes formes, telles que des fonctions triangulaires, trapézoïdales ou gaussiennes. Le tableau (2.1) présente quelques exemples de formes :

a. La fonction triangulaire

C'est l'une des fonctions d'appartenance les plus couramment utilisées. Elle est définie par trois paramètres : a , b et c , qui représentent respectivement le début de la fonction, le sommet et la fin de la fonction. Cette fonction attribue un degré d'appartenance de 0 à 1 en fonction de la proximité de la valeur considérée à la valeur de sommet.

b. La fonction trapézoïdale

Elle est similaire à la fonction triangulaire, mais elle comporte quatre paramètres : a , b , c et d . Cette fonction permet de modéliser des ensembles flous dont la transition entre les valeurs est plus douce.

c. La fonction gaussienne

Il s'agit d'une autre fonction d'appartenance couramment utilisée. Elle est définie par deux paramètres : la moyenne et l'écart type. Cette fonction attribue un degré d'appartenance élevé aux valeurs proches de la moyenne et diminue de manière régulière en fonction de l'écart type.

d. Choix de la fonction d'appartenance

Le choix des fonctions d'appartenance est arbitraire. Des études comparatives ont montré que les résultats en boucle fermée sont pratiquement similaires, quelle que soit la forme des fonctions d'appartenance choisie. La forme triangulaire est la plus couramment utilisée en commande floue. Le nombre de fonctions d'appartenance est généralement impair et réparti autour de zéro.

En général, pour une variable linguistique, trois, cinq ou sept ensembles flous sont introduits. Le choix du nombre dépend de la précision souhaitée. Les fonctions d'appartenance peuvent être symétriques, non symétriques, équidistantes ou non équidistantes.

2.3.4 Principe de fuzzification

La première étape du processus, appelée la fuzzification, consiste à transformer ces grandeurs réelles en variables linguistiques pour faciliter le traitement d'inférence. Chaque

variable est associée à des ensembles de termes linguistiques qui seront utilisés pour écrire les règles d'inférence. Le bloc de fuzzification effectue plusieurs fonctions, notamment la définition des fonctions d'appartenance de toutes les variables d'entrée, la transformation des grandeurs physiques en grandeurs linguistiques ou floues, ainsi que la représentation d'une échelle pour transférer la plage des variables d'entrée aux univers de discours correspondants [15].

2.3.5 Logique de prise de décision (Principe d'inférence)

Les règles de la logique floue définissent les relations entre les ensembles flous et permettent de déterminer les actions à entreprendre en fonction des entrées. Le principe d'inférence est généralement formulée par des experts dans le domaine concerné. Les règles sont ensuite traduites en langage mathématique en utilisant des opérateurs logiques flous, tels que "ET" et "OU" [16].

Elles sont généralement exprimées sous forme de "si-alors". Par exemple, "si la température est élevée et l'humidité est faible, alors allumer la climatisation".

Pour le réglage par logique floue, on utilise en général l'une des trois méthodes suivantes :

- Méthode d'inférence Max - Min (Méthode de Mamdani).
- Méthode d'inférence Max - Produit (Méthode de Larsen).
- Méthode d'inférence Somme - Produit.

2.3.6 Principe de défuzzification

La défuzzification est la dernière étape pour obtenir un système flou opérationnel [17]. Elle consiste à transformer les variables linguistiques générées lors de l'étape précédente en données numériques. Cette étape se déroule en deux temps :

Tout d'abord, il est nécessaire de fusionner les variables linguistiques communes à l'aide d'un opérateur de la logique floue choisi par le concepteur du système. Si plusieurs règles d'inférences génèrent plusieurs valeurs de la même variable linguistique, on peut choisir un opérateur pour combiner ces valeurs. L'opérateur le plus utilisé est le OU logique, qui utilise l'opérateur de maximalité.

Ensuite, il faut déterminer la meilleure valeur quantitative en fonction des fonctions d'appartenance des variables linguistiques. Cela peut être une opération délicate, car les variables linguistiques caractérisent une seule et même donnée. La défuzzification est donc un processus crucial pour transformer les variables linguistiques en données numériques exploitables par le système.

Il existe plusieurs méthodes de défuzzification, la plus utilisée est la méthode du centre de gravité :

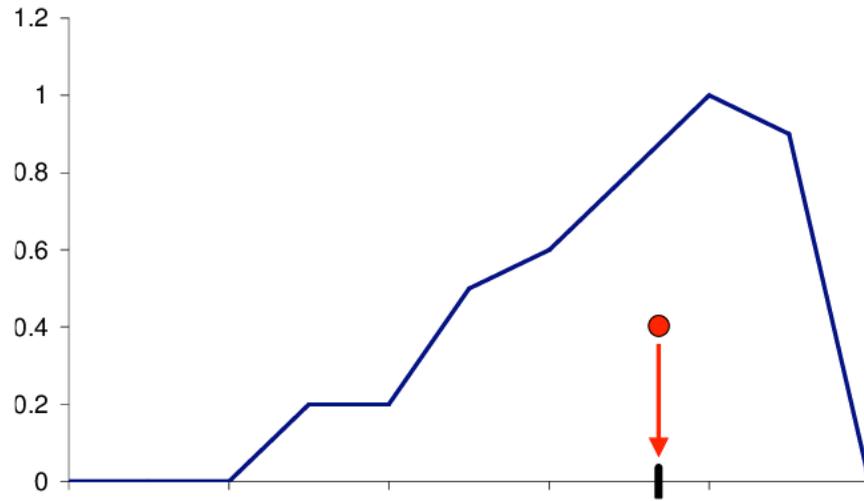


FIG. 2.4 : Méthode du centre de gravité

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_{ci}(y) \Omega(i)}{\sum_{i=1}^N \mu_{ci}(y)} \quad (2.3)$$

Où :

- \bar{y} : la valeur numérique de sortie.
- N : le nombre de valeur linguistique de conséquence.
- $\Omega(i)$: les sommets des ensembles flous de conséquence.
- μ : la valeur d'appartenance.

2.4 Exemple d'application

Pour illustrer l'application de la logique floue, prenons l'exemple d'un système de lavage (en minute) d'une machine à laver selon le degré et le type de saleté de vêtement à laver. Supposons que le système reçoive deux entrées : Le degré de saleté et le Type de saleté, et donne la sortie Durée de lavage.

Les ensembles flous peuvent être définis comme suit :

Degré de saleté (DS) : Petit (P), Moyen(M), Grand (G).

Type de saleté (TS) : Non Gras (NG), Peu Gras (PG), Gras (G).

Durée de Lavage (DL) : Courte(C), Moyenne (M), Longue (L).

Les fonctions d'appartenance pour chaque ensemble flou peuvent être définies comme suit (Fig. 2.5, 2.6 et 2.7) :

Degré de saleté :

Petit : triangle (0, 0, 50)

Moyen : triangle (0, 50, 100)

Grand : triangle (50, 100, 100)

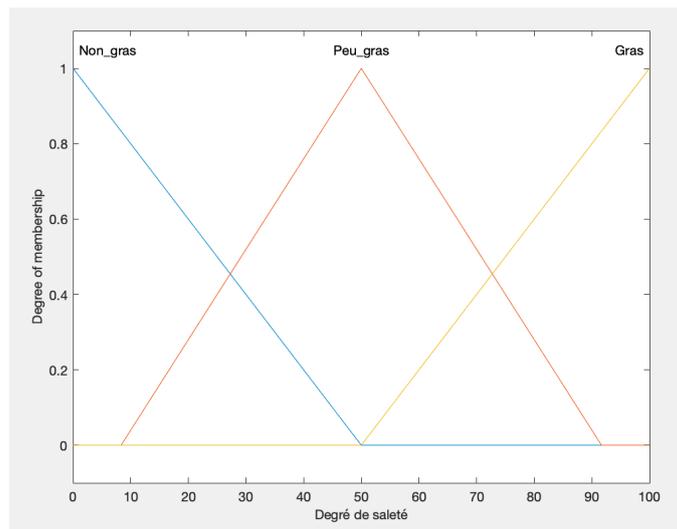


FIG. 2.5 : Fonctions d'appartenance de la variable linguistique "Degré de saleté"

Type de saleté :

Non gras : triangle (0, 0, 50)

Peu gras : triangle (0, 50, 100)

Gras : triangle (50, 100, 100)

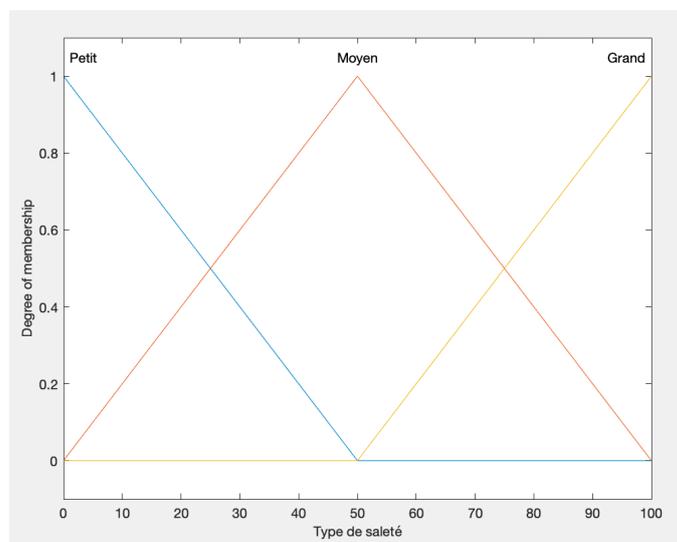


FIG. 2.6 : Fonctions d'appartenance de la variable linguistique "Type de saleté"

Durée de lavage :

Court : triangle (10)

Moyen : triangle (30)

Lent : triangle (60)

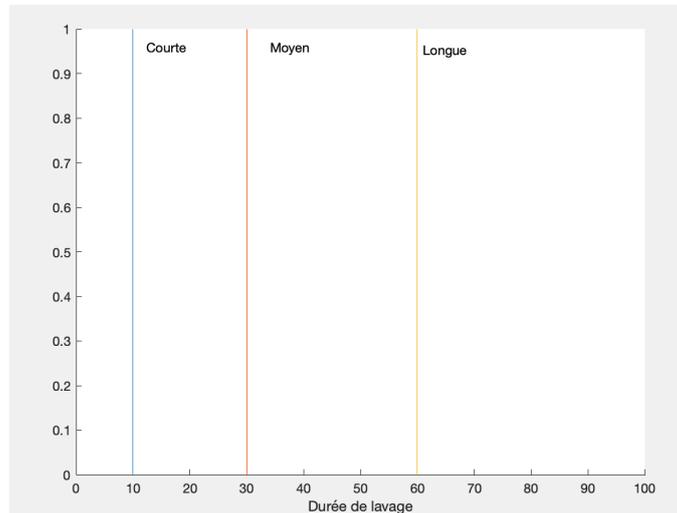


FIG. 2.7 : Fonctions d'appartenance de la variable linguistique "Durée de lavage"

Supposons que l'on souhaite déterminer la durée de lavage en minute pour laver un vêtement en fonction du type et du degré de saleté. Les règles peuvent être formulées sous forme d'un tableau (Tab. 2.2).

| Degrés de saleté Type de saleté | P | M | G |
|------------------------------------|---|---|---|
| NG | C | C | M |
| PG | C | M | L |
| G | C | L | L |

TAB. 2.2 : Règles d'inférence de la machine à laver

déterminer la durée de lavage en minute pour laver un vêtement de type et degré de saleté est égales à 50

Supposons que le type et degré de saleté est égales à 50%. Pour déterminer la durée de lavage en minutes pour laver un vêtement, il faut d'abord déterminer les degrés d'appartenance de la chaque entrée à leurs ensembles respectifs. Les deux variables d'entrée appartiennent à l'ensemble flou "Peu gras" et "Moyen" :

$$\mu M(DS = 50\%) = 1$$

$$\mu PG(TS = 50\%) = 1$$

En utilisant les règles définies précédemment, on peut déterminer les actions à entreprendre pour chaque règle. On constate facilement que seule la règle 5 est active :

Si DS est M **et** la TS est PG, **Alors** DL est M.

Pour agréger les résultats, on peut utiliser l'opérateur "maximum". La sortie agrégée est donc :

Durée de lavage courte : 0

Durée de lavage moyenne : 1

Durée de lavage longue : 0

En utilisant la méthode du centre de gravité pour défuzzifier la sortie, on peut déterminer que la durée optimale à laquelle il faut laver est de **30 minutes**.

2.5 Conclusion

La logique floue est une méthode puissante pour modéliser des systèmes complexes qui ne peuvent être décrits de manière précise par des fonctions mathématiques traditionnelles. Elle présente de nombreux avantages, tels que sa capacité à modéliser des systèmes complexes, sa tolérance aux imprécisions et son adaptabilité aux changements de l'environnement. Cependant, elle peut être plus coûteuse en termes de calcul que les méthodes traditionnelles et nécessite souvent une expertise approfondie pour sa mise en œuvre.

Les avantages de la logique floue dans ce scénario sont nombreux. Tout d'abord, la logique floue permet par exemple de prendre en compte les variations temporelles et spatiales de la température et de l'humidité dans la pièce, ce qui rend le système plus robuste et plus précis. De plus, la logique floue permet de traiter les incertitudes et les imprécisions dans les données d'entrée, ce qui est particulièrement important dans un environnement de climatisation où les conditions peuvent varier considérablement au fil du temps.

Chapitre 3

Conception du contrôleur flou (Application au pendule inversé rotatif)

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous examinerons deux approches différentes pour la conception d'un contrôleur flou pour le pendule inversé rotatif, qui est un système structuré avec des incertitudes paramétriques.

Tout d'abord, nous présenterons une méthode de stabilisation uniquement autour du point d'équilibre instable, il s'agit d'un contrôleur optimal pour les systèmes linéaires. Ensuite, nous présenterons une approche plus générale, qui consiste à combiner un contrôleur flou linéaire avec un contrôleur flou non linéaire pour former une commande hybride floue très robuste. Les incertitudes sont incorporées sous la forme de valeurs floues pour plusieurs paramètres du modèle, tels que la masse, le moment d'inertie, la friction dans le bras et le pendule, et leurs longueurs. Ensuite, nous présenterons les résultats obtenus suite à l'application de cette commande au système étudié. Enfin, nous élaborerons une étude comparative de la commande floue avec les méthodes de contrôle classiques existantes.

3.2 Conception du contrôleur flou linéaire

Dans notre travail, l'objectif principal est d'assurer la stabilité verticale du pendule inversé rotatif. Pour cela, il est primordial de gérer l'équilibre vertical du pendule α en prenant également en compte la position du bras rotatif θ , dont les dimensions mécaniques sont prédéfinies.

3.2.1 Choix des éléments de la commande floue linéaire

a. Choix du nombre de variables d'entrées

En utilisant les quatre variables d'état du PIR comme entrées avec cinq fonctions d'appartenance par variable, cela nécessiterait $5^4 = 625$ règles et causerait un un temps de calcul énorme. Au lieu de cela, nous avons utilisé l'addition de deux contrôleurs flous, l'un dédié uniquement au bras rotatif et l'autre dédié au pendule inversé, car la commande du moteur doit être effectuée en fonction des deux angles α et θ pour assurer son équilibre. Ainsi, chacun possédant deux entrées :

- La déviation de l'angle e
- La dérivée de la déviation de l'angle Δe

Ainsi, l'utilisation de 5 fonctions d'appartenance pour chaque entrée nécessite $5^2 = 25$ règles par contrôleur flou. La défuzzification par le centre de gravité a été utilisée car elle était la plus répandue et la plus physiquement attrayante de toutes les méthodes de défuzzification et donne généralement des résultats supérieurs. Le format des fonctions

Chapitre 3. Conception du contrôleur flou (Application au pendule inversé rotatif)

d'appartenance des entrées est présenté ci-dessous dans les figures (3.1) et (3.2).

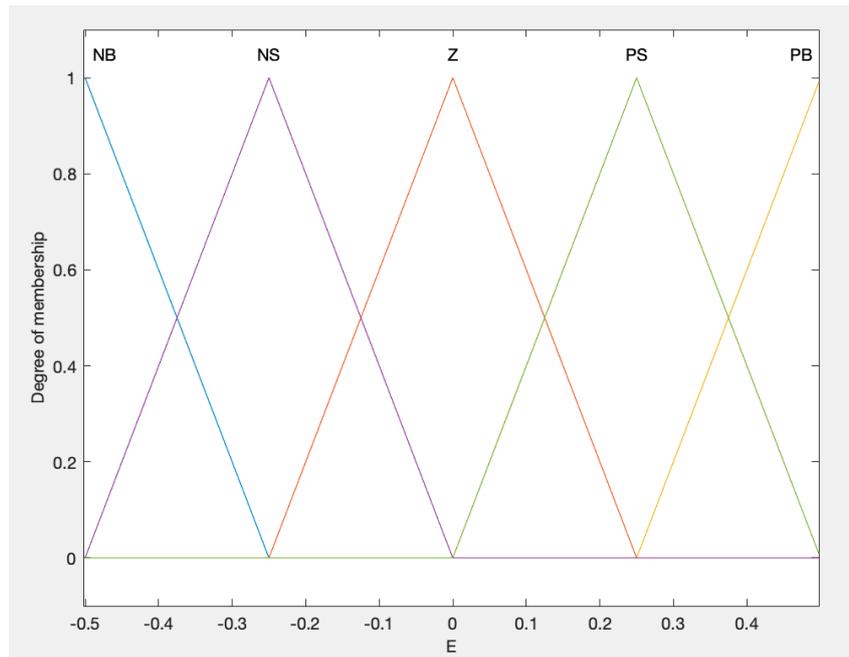


FIG. 3.1 : Fonctions d'appartenance de l'entrée e

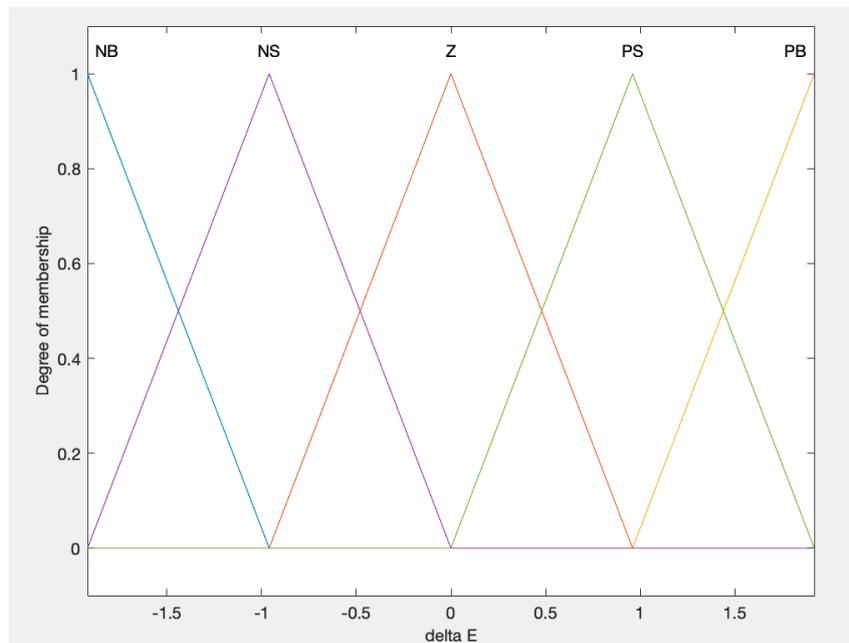


FIG. 3.2 : Fonctions d'appartenance de l'entrée Δe

b. Choix des classes pour les variables d'entrées et de sorties

Pour la base de règles, 5 variables linguistiques ont été utilisées afin que le comportement du système soit similaire à celui du raisonnement d'un humain :

NB - Négatif Big.

Chapitre 3. Conception du contrôleur flou (Application au pendule inversé rotatif)

NS - Négatif Small.

Z - Zéro.

PS - Positif Small.

PB - Positif Big.

Ces variables catégorielles correspondent aux cinq ensembles flous des deux entrées. La commande floue est de type Takagi-Sugeno-Kang (TSK), ce qui veut dire que la sortie du contrôleur n'est pas un ensemble de fonctions d'appartenance mais plutôt un ensemble de 5 (singletons) qui sont les suivantes : -9.6 , -4.8 , 0 , 4.8 , 9.6.

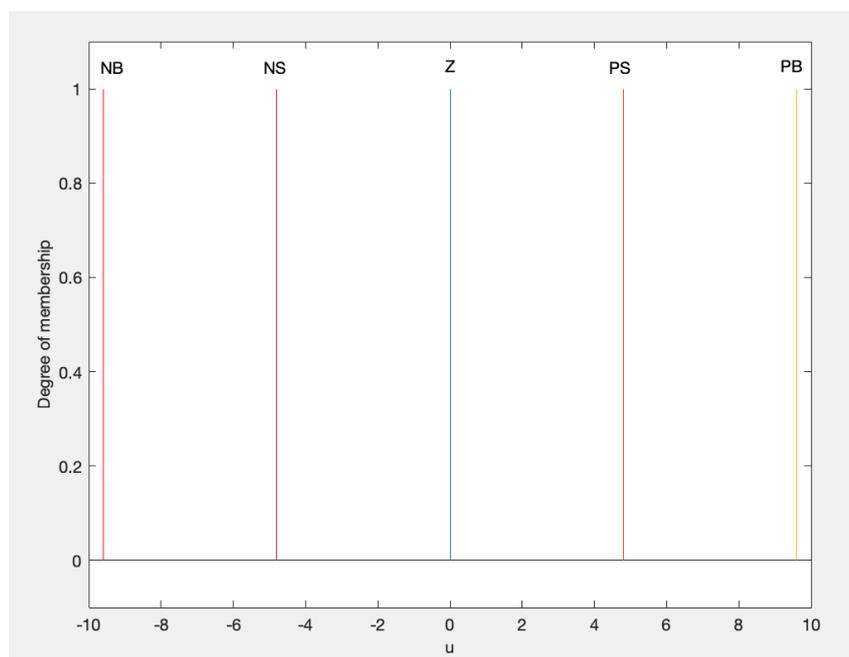


FIG. 3.3 : Fonctions d'appartenance de la sortie u

c. Choix de l'inférence

La base de connaissances du contrôleur flou peut être résumée sous forme d'une table de règles, où chaque règle associe conditionnellement les états des variables d'entrée à une caractéristique de la variable de sortie. Étant donné que chacune des deux entrées est floue en cinq classes, nous obtenons un ensemble de 25 règles par contrôleur.

Les règles pour le contrôle de la stabilisation du pendule sont simples à formuler [18]. Par exemple, si le pendule tombe rapidement vers la droite, alors le bras doit se déplacer rapidement vers la droite pour rétablir l'équilibre. Le tableau suivant (3.1) résume les règles du contrôleur :

| u | Δe | | | | | |
|-----|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | NB | NS | ZE | PS | PB |
| e | NB | NB | NB | NB | NS | Z |
| | NS | NB | NB | NS | Z | PS |
| | ZE | NB | NS | Z | PS | PB |
| | PS | NS | Z | PS | PB | PB |
| | PB | Z | PS | PB | PB | PB |

TAB. 3.1 : Fonctions d'inférence

À partir de ce tableau, nous pouvons déduire toutes les règles du système, par exemple : **Si** e est "Negative Small" **et** Δe est "Zéro", **Alors** la commande u est "Negative Small".

Pour la simulation, nous avons fait appel à la boîte à outils "fuzzy" disponible sous MATLAB [19]. Cette toolbox possède la fonction RuleViewer, un outil utile qui montre quelles règles sont déclenchées pour différentes valeurs. Par exemple, si $e = -0.23$ et $\Delta e = 0.48$, alors $u = -2.07$. En outre, dans la figure (3.4), nous avons le tracé de la surface de l'inférence floue :

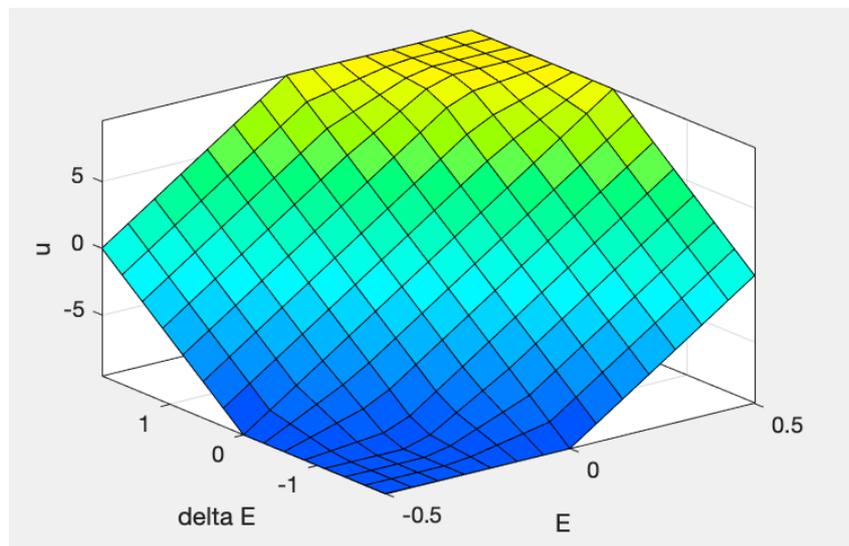


FIG. 3.4 : Surface de l'inférence floue

d. Choix des gains d'ajustement

Les sorties de chaque sous-commande floue sont additionnées, mais des gains d'ajustement peuvent optimiser le régulateur et l'ajuster de façon efficace. La méthode de calcul

Chapitre 3. Conception du contrôleur flou (Application au pendule inversé rotatif)

des six gains repose sur un mélange entre le choix de l'expert et la méthode d'essais et d'erreurs. Après plusieurs essais, nous avons utilisé la valeur suivante de K :

$$K = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & -1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

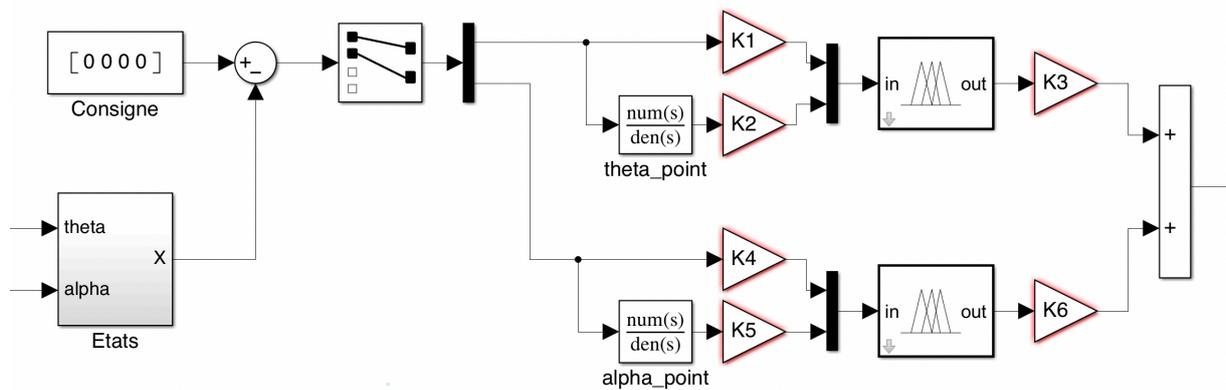


FIG. 3.5 : Gains d'ajustement de la commande floue linéaire

3.2.2 Résultats expérimentaux

Le résultat expérimentaux des deux angles α et θ , ainsi que la commande u sont présentées dans les figures (3.9), (3.10) et (3.12) où les valeurs initiales étaient $\alpha(0) = 10^\circ$ et $\theta(0) = 0^\circ$.

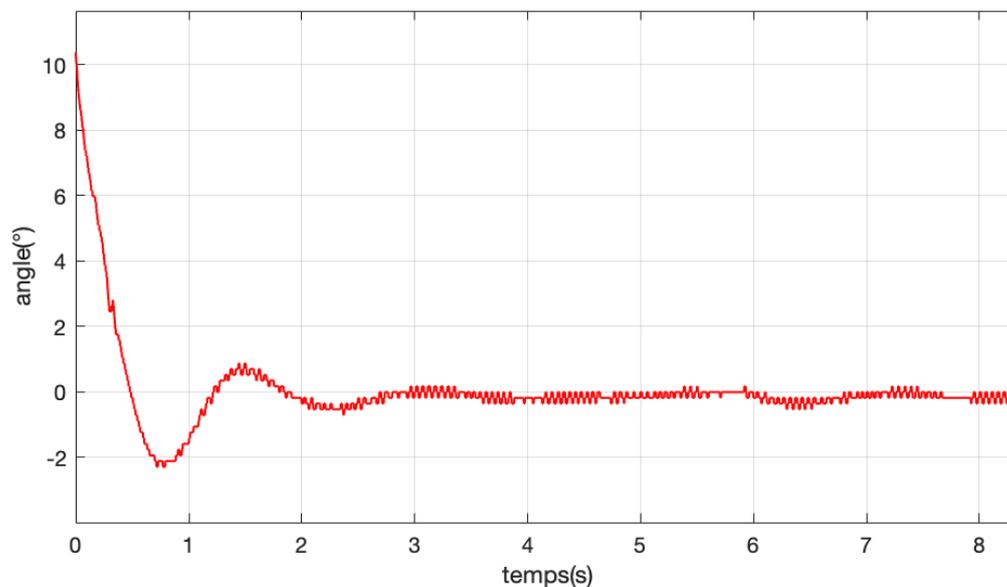


FIG. 3.6 : Évolution de l'angle du pendule α

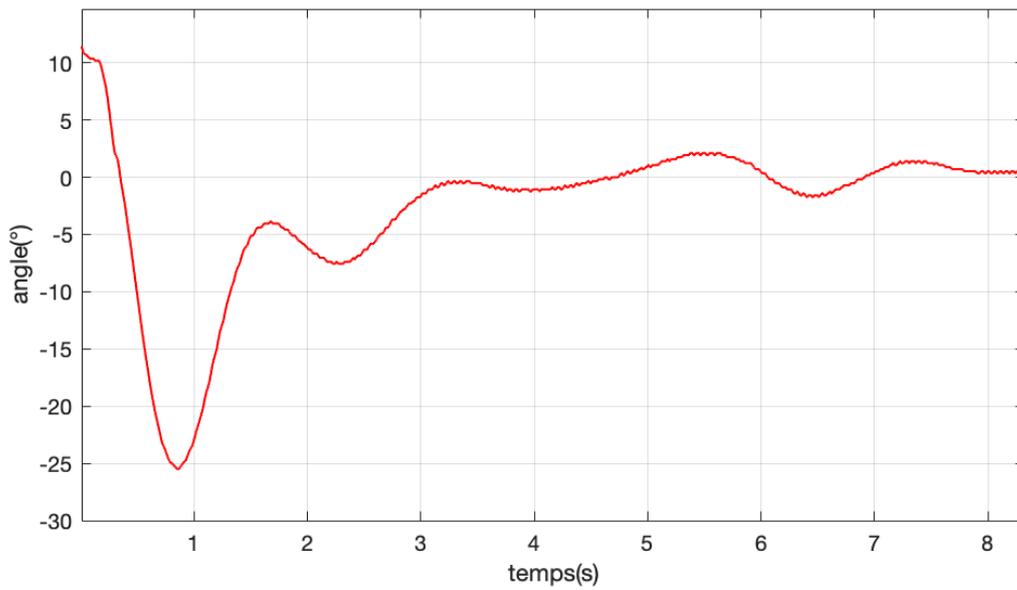


FIG. 3.7 : Évolution de l'angle du bras θ

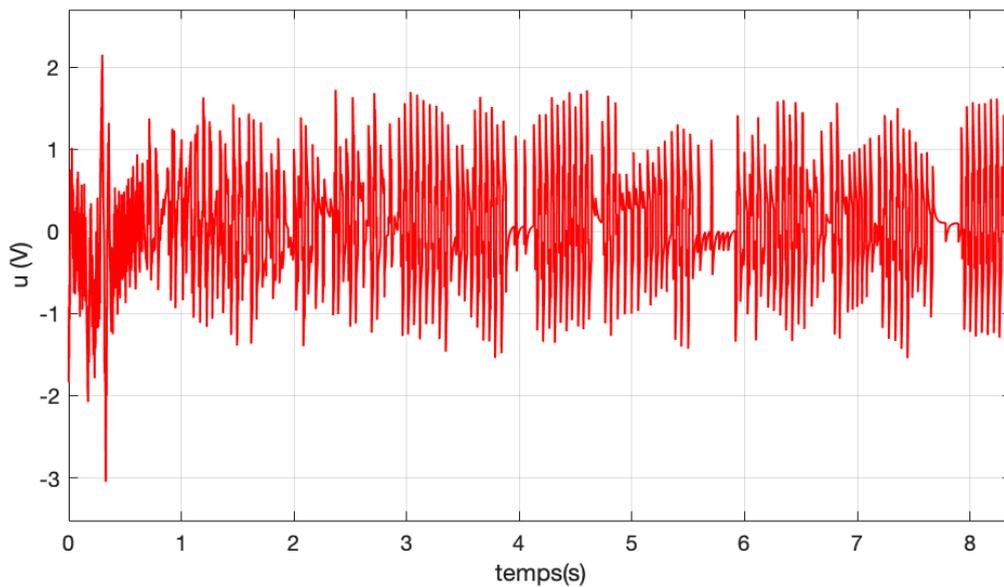


FIG. 3.8 : Évolution de la commande u

Les résultats montrent que les contrôleurs FLC peuvent stabiliser le pendule inversé rotatif autour de son point d'équilibre instable. On peut constater qu'avec un angle initial petit, le bras doit faire un déplacement pour rattraper le pendule, jusqu'à atteindre la stabilité avec un temps de réponse égale à 2.7s et une erreur statique nulle. On remarque également que le système ne dépasse pas les limites physiques.

3.2.3 Test de robustesse

Afin de montrer l'efficacité de la commande conçue, nous allons essayer de perturber notre système avec des impulsions extérieures et voir le comportement du pendule :

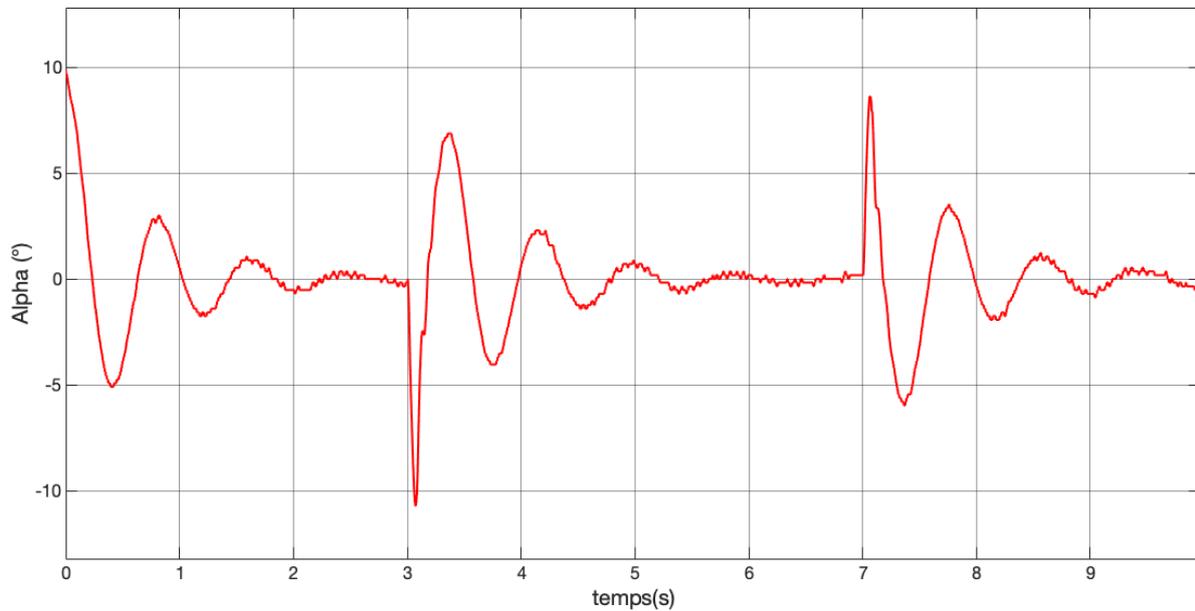


FIG. 3.9 : Évolution de l'angle du pendule α

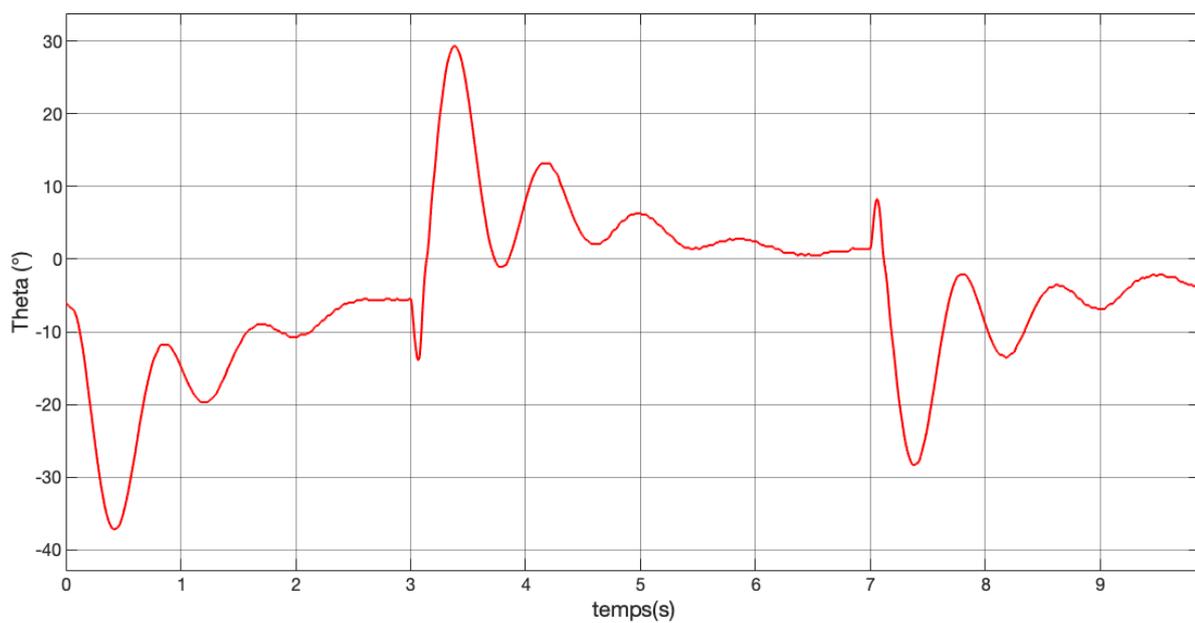


FIG. 3.10 : Évolution de l'angle du bras θ

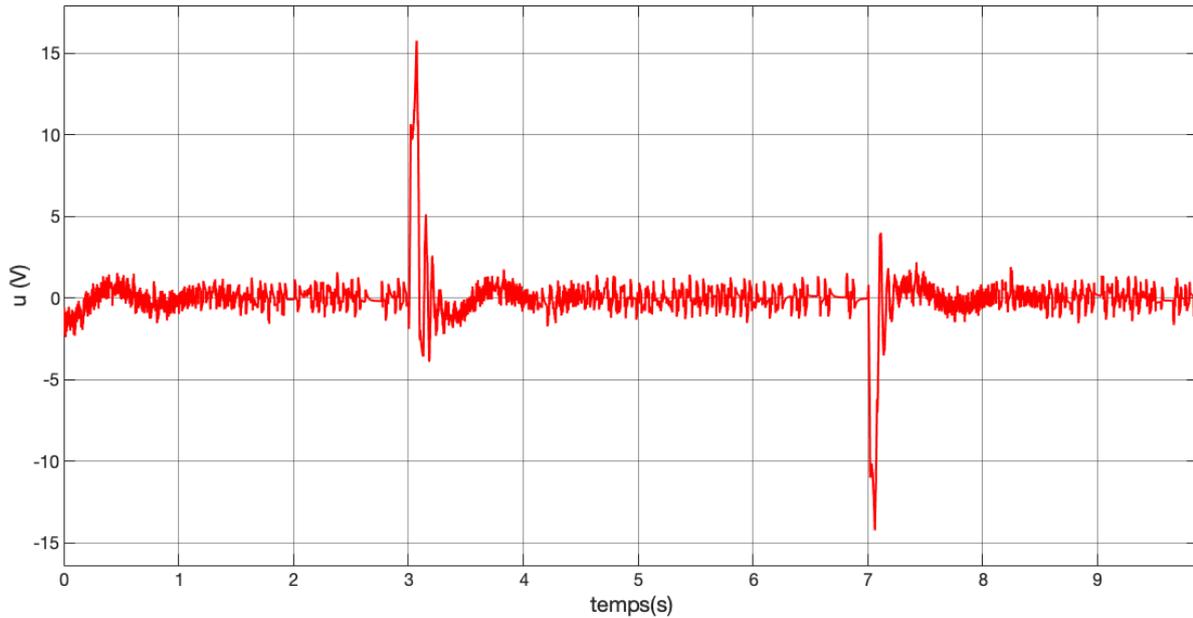


FIG. 3.11 : Évolution de la commande u

Le test de robustesse montre que la commande FLC linéaire résiste très bien aux perturbations. La commande u ne dépasse pas les limites matérielles ($u < 15V$) et les deux angles α et θ arrivent à revenir à leurs positions.

D'après les résultats obtenus précédemment, on peut conclure que la commande floue linéaire est très efficace notamment dans des petites valeurs de l'angle initial, et nous donne des résultats satisfaisants. Mais lorsque l'angle initial est grand, cette commande devient obsolète moins efficace, d'où la nécessité de créer une autre commande floue qui permet d'amener l'angle du pendule vers la zone d'équilibre instable. Pour cela, nous allons présenter dans ce qui suit une commande hybride floue.

3.3 Conception du contrôleur flou hybride

Maintenant qu'une stabilisation floue a pu être conçue, il faut chercher à amener le pendule inversé rotatif vers sa zone d'équilibre instable à partir de la zone d'équilibre stable. Pour cela, nous allons combiner la commande floue linéaire vu précédemment avec une autre commande floue qui amène le système vers sa zone d'équilibre, cela sera une bonne initiative de commande hybride.

$$Commutation = \begin{cases} \textit{Stabilisation FLC} & |\alpha| \leq 20^\circ \\ \textit{Swing - up FLC} & |\alpha| > 20^\circ \end{cases} \quad (3.2)$$

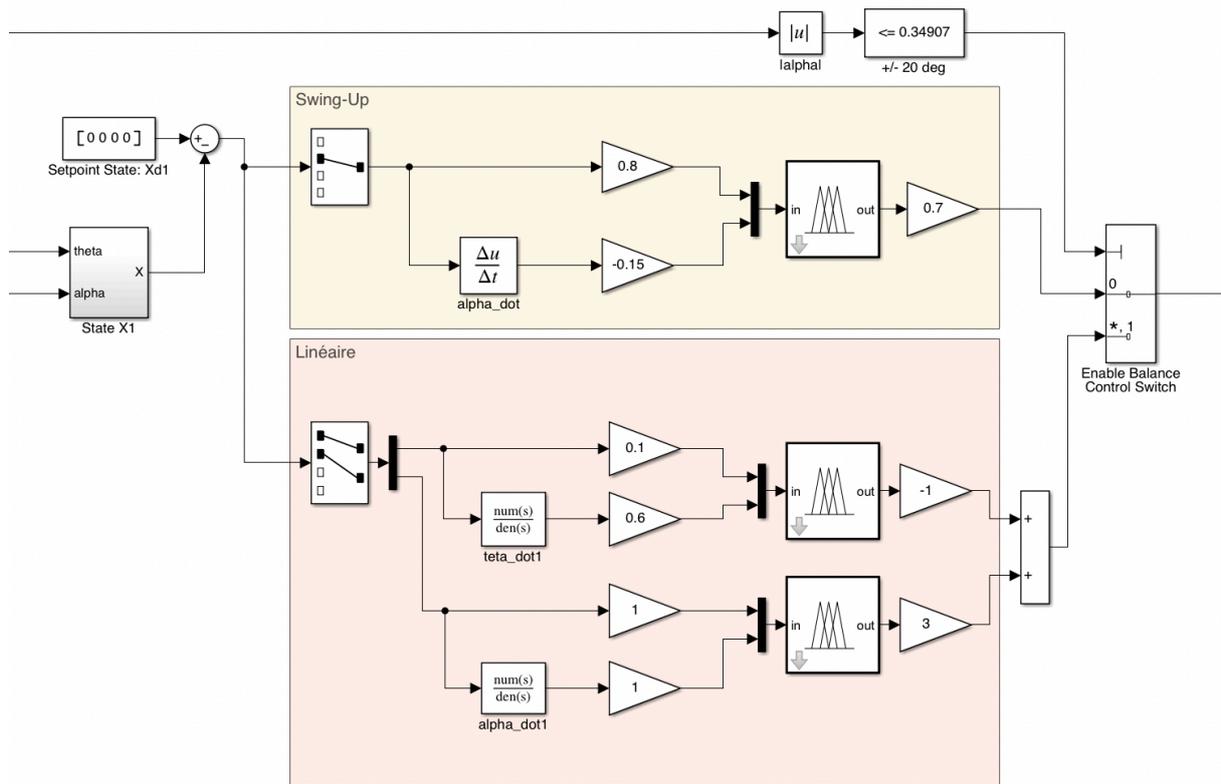


FIG. 3.12 : Schéma sinoptique Simulink de la commande hybride floue

La méthode proposée est une action "Swing-up", qui utilise la méthodologie de la région d'attraction. Le swing up consiste en un mouvement séquentiel du bras dans une direction positive et négative, c'est-à-dire en déplaçant le bras vers la droite et la gauche successivement. Le contrôleur flou Swing-up est construit via un système d'inférence flou de Mamdani.

3.3.1 Choix des éléments du contrôleur flou Swing-up

a. Choix des fonctions d'appartenance

Pour la commande Swing-up floue, seuls les états liés à l'angle du pendule α seront suffisants pour la conception. C'est à dire que le contrôleur possède deux entrées (e et Δe liés à α). Les fonctions d'appartenance et l'univers de discours sont ajustés pour obtenir une montée en puissance rapide et efficace :

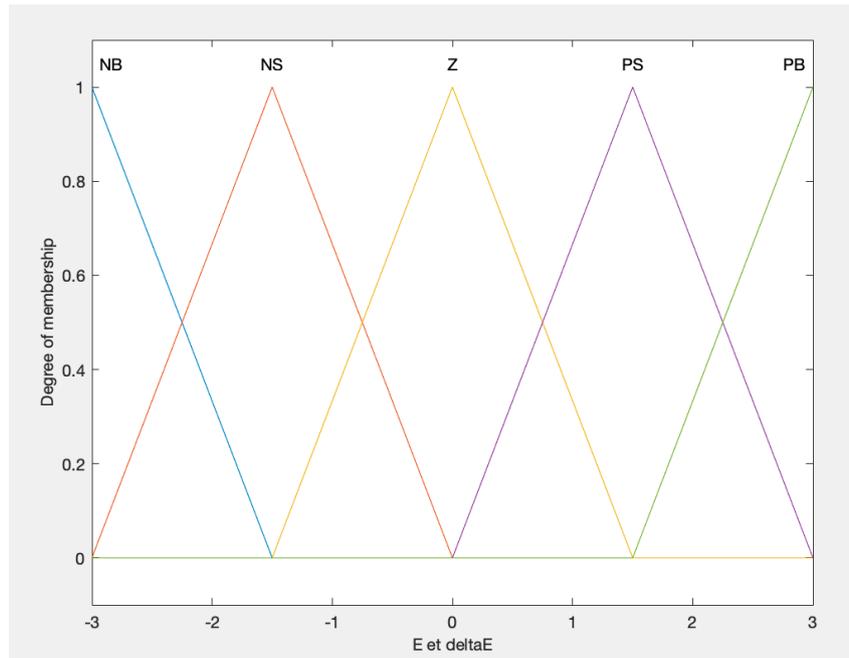


FIG. 3.13 : Fonctions d'appartenance des entrées e et Δe

La commande floue sera de type Mamdani, ce qui veut dire que la sortie se divise en plusieurs fonctions d'appartenance également triangulaires :

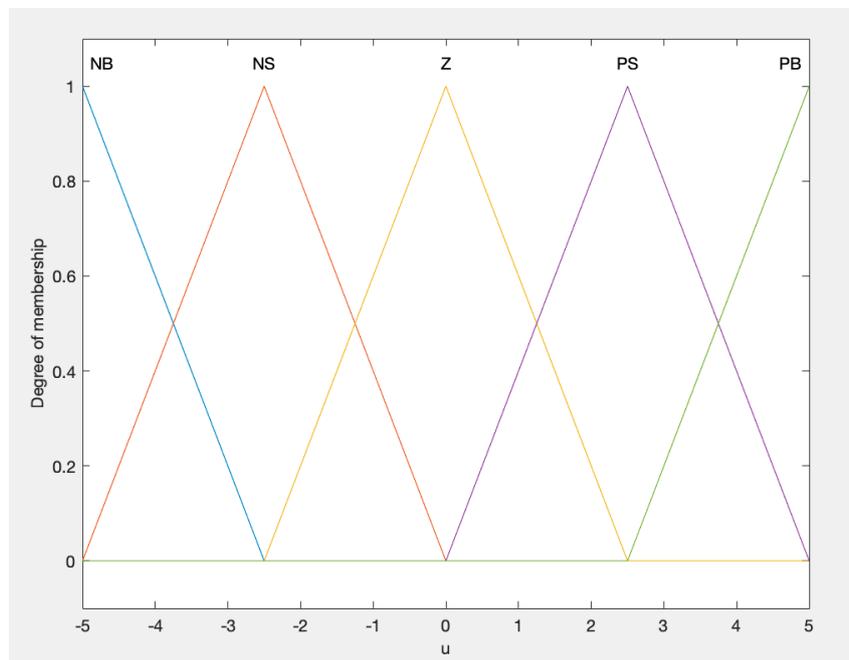


FIG. 3.14 : Fonctions d'appartenance de la sortie u

Notons que par rapport à la précédente commande, l'univers de discours est bien plus large car le pendule inversé rotatif commence son oscillation à partir de sa position d'équilibre stable $\alpha(0) = \pi$ rad.

b. Choix des fonctions d'inférence

La base de règles suit un raisonnement inverse par rapport aux règles de la commande floue linéaire. Les règles sont construites sur les deux bases suivantes :

- Le signal de contrôle u est maximum, lorsque toutes les variables d'état sont nulles, ce qui signifie que le pendule et le bras sont stationnaires.
- Lorsque le déplacement du pendule augmente dans une direction et que la vitesse du pendule est nulle, alors le signal de contrôle doit être appliqué dans la direction opposée.
- Lorsque le bras, qui est entraîné par le servo-moteur, oscille dans l'une ou l'autre direction avec une fréquence appropriée, l'élan du pendule augmente à chaque oscillation.

Le tableau (3.2) résume l'ensemble des règles utilisées dans notre application :

| u | Δe | | | | | |
|-----|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | | NB | NS | ZE | PS | PB |
| e | NB | <i>PB</i> | <i>PB</i> | <i>PB</i> | <i>PS</i> | <i>Z</i> |
| | NS | <i>PB</i> | <i>PB</i> | <i>PS</i> | <i>Z</i> | <i>NS</i> |
| | ZE | <i>PB</i> | <i>PS</i> | <i>Z</i> | <i>NS</i> | <i>NB</i> |
| | PS | <i>PS</i> | <i>Z</i> | <i>NS</i> | <i>NB</i> | <i>NB</i> |
| | PB | <i>Z</i> | <i>NS</i> | <i>NB</i> | <i>NB</i> | <i>NB</i> |

TAB. 3.2 : Fonctions d'inférence

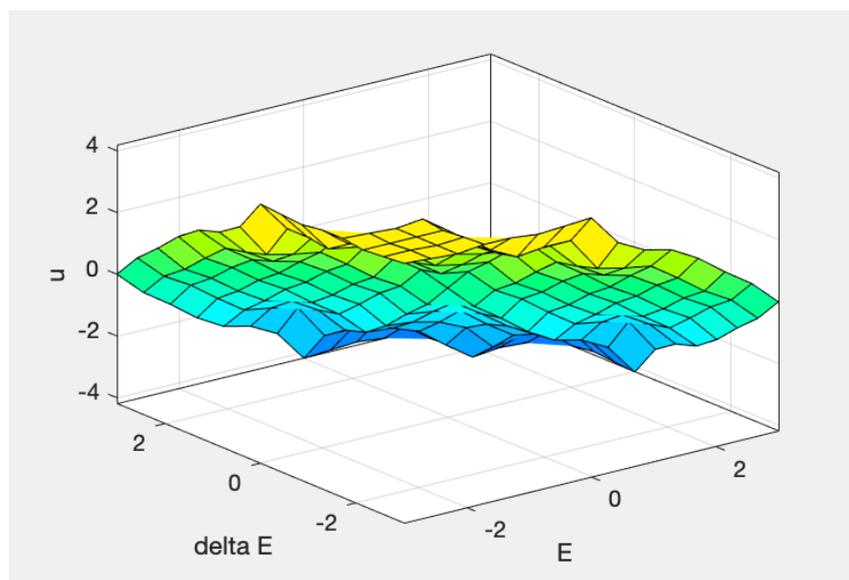


FIG. 3.15 : Surface de l'inférence floue

c. Choix des gains d'ajustement

De la même manière que la section précédente, des gains d'ajustement ont été mis en place pour les deux entrées et la sortie pour optimiser la commande floue Swing-up. Après plusieurs essais, les valeurs sont les suivantes :

$$K = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.15 & 0.7 \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

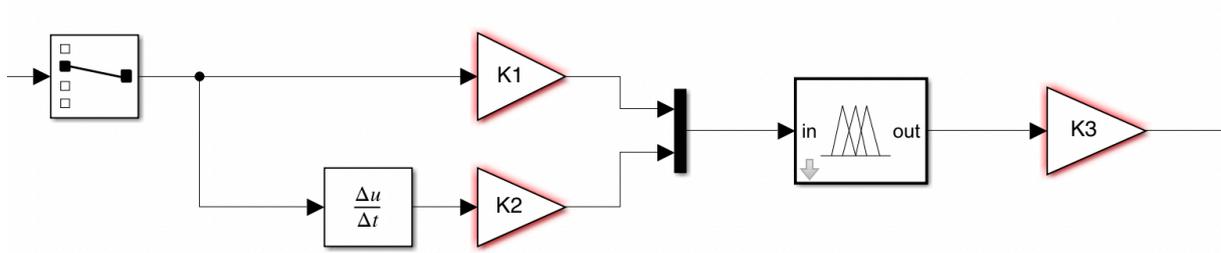


FIG. 3.16 : Gains d'ajustement de la commande floue Swing-up

3.3.2 Résultats expérimentaux

Après la création de la commande hybride floue et l'implémentation dans le pendule inversé rotatif, les résultats expérimentaux des deux angles θ et α , ainsi que la commande u sont présentées dans les figures (3.17) et (3.18). Où $\alpha(0) = 180^\circ$ et $\theta(0) = 0^\circ$.

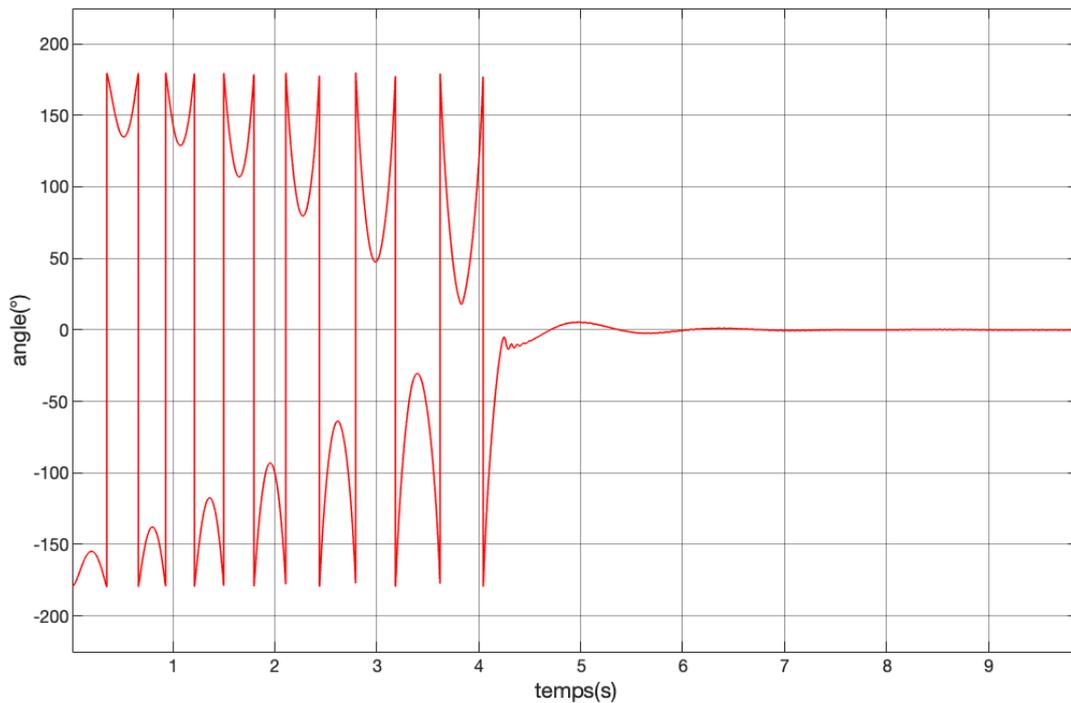


FIG. 3.17 : Évolution de l'angle du pendule α

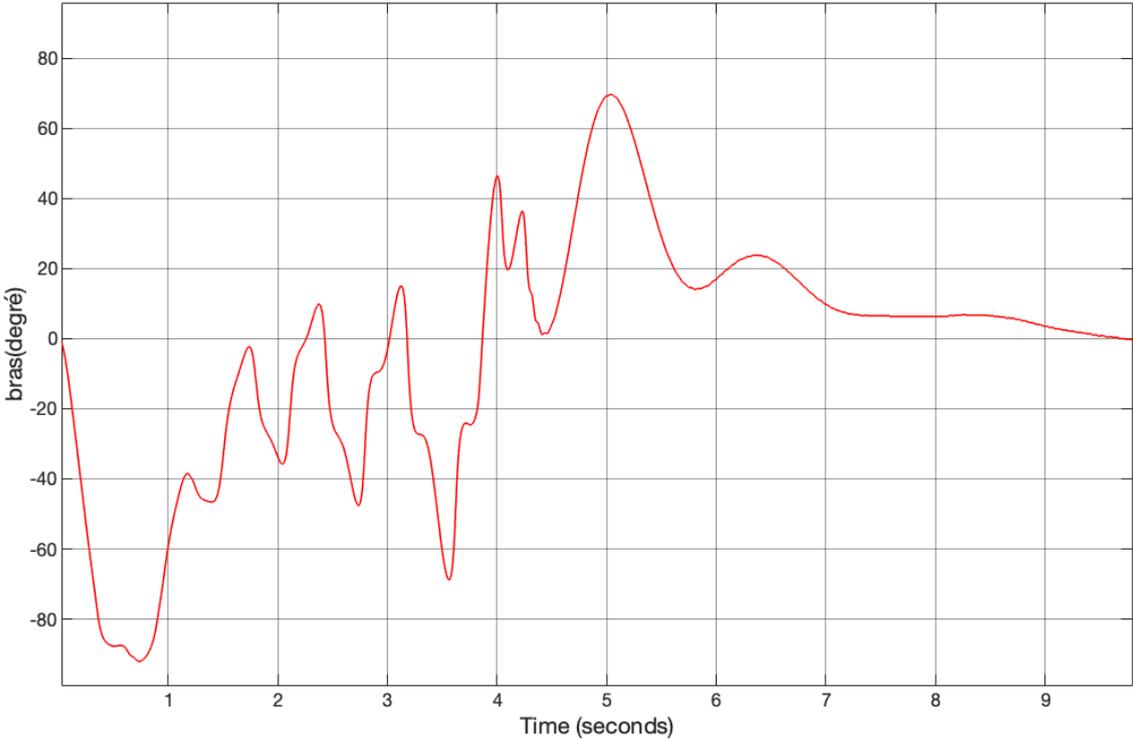


FIG. 3.18 : Évolution de l'angle du bras θ

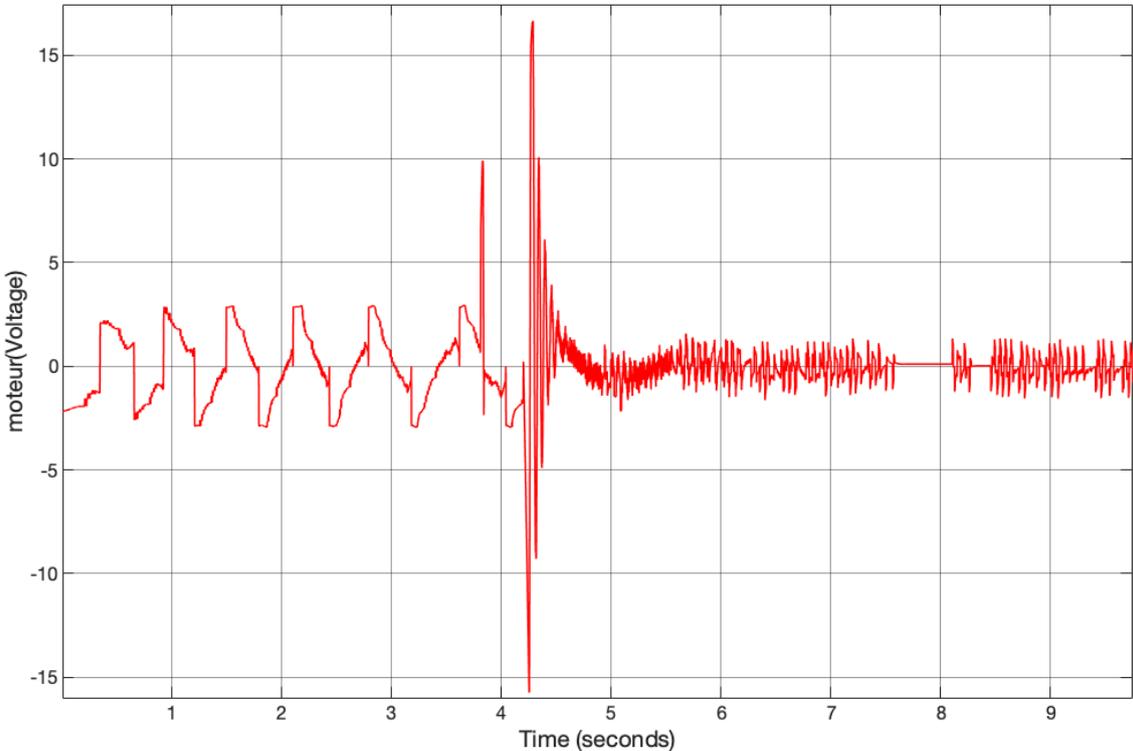


FIG. 3.19 : Évolution de la commande u

On peut remarquer que la commande hybride floue est très efficace : l'angle du pendule inversé rotatif monte vers la zone d'équilibre instable avec un temps d'environ 4s grâce aux bras rotatif qui effectue des vas et viens de plus en plus conséquents, puis la commande floue linéaire se charge de la stabilisation comme vu précédemment. Cependant, la tension délivrée effectue un pic conséquent lors du switch, dépassant ainsi la barre des 15V pendant un court instant. Notons également que la commande est parfaitement autonome, le pendule commence ses oscillations sans besoin de fournir une impulsion au début.

3.4 Étude comparative

Nous pouvons effectuer une étude comparative générale. Cette dernière consiste à évaluer simultanément les tests expérimentaux en temps réel. Trois schémas de contrôle ont été élaborés, à savoir :

- Un contrôleur classique hybride se composant d'une commande Swing-up EBC fusionnée à une commande linéaire LQR.
- Un contrôleur hybride à base de logique floue. Elle se compose d'une commande floue Swing-up fusionnée avec une autre commande floue linéaire.
- Un contrôleur par mode glissant (SMC : Sliding mode control) [20].

Les figures (3.20), (3.21) et (3.22) représentent l'évolution de α , θ et u pour les différentes commandes.

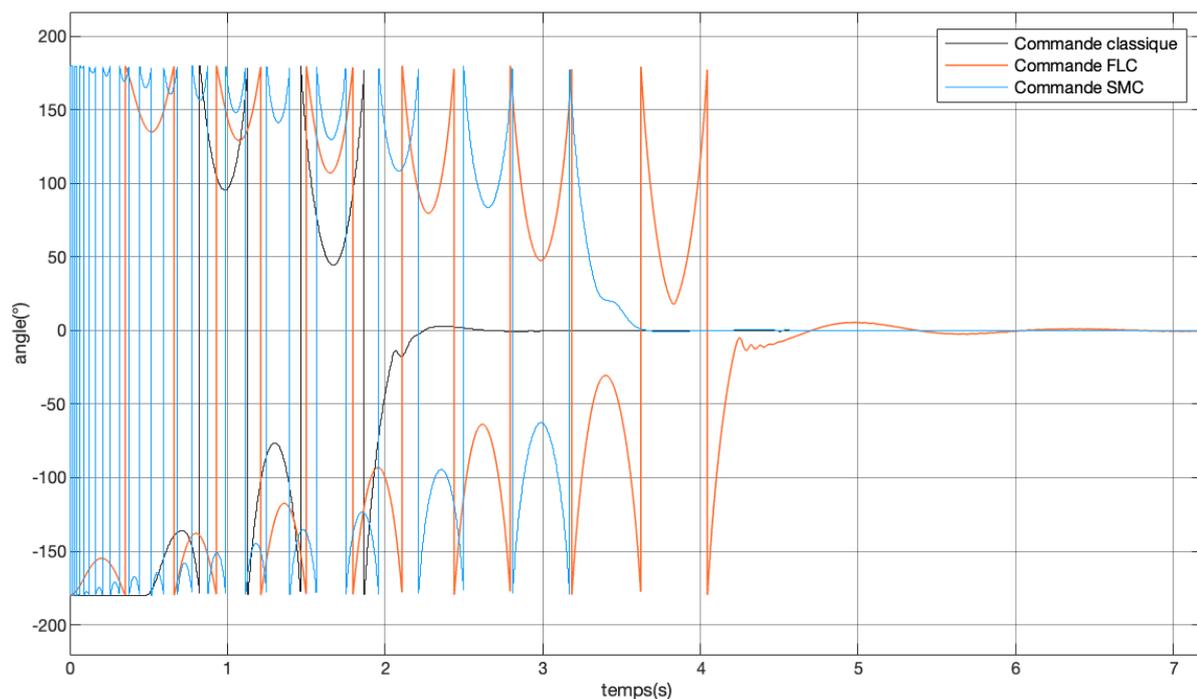


FIG. 3.20 : Évolution de l'angle du pendule α

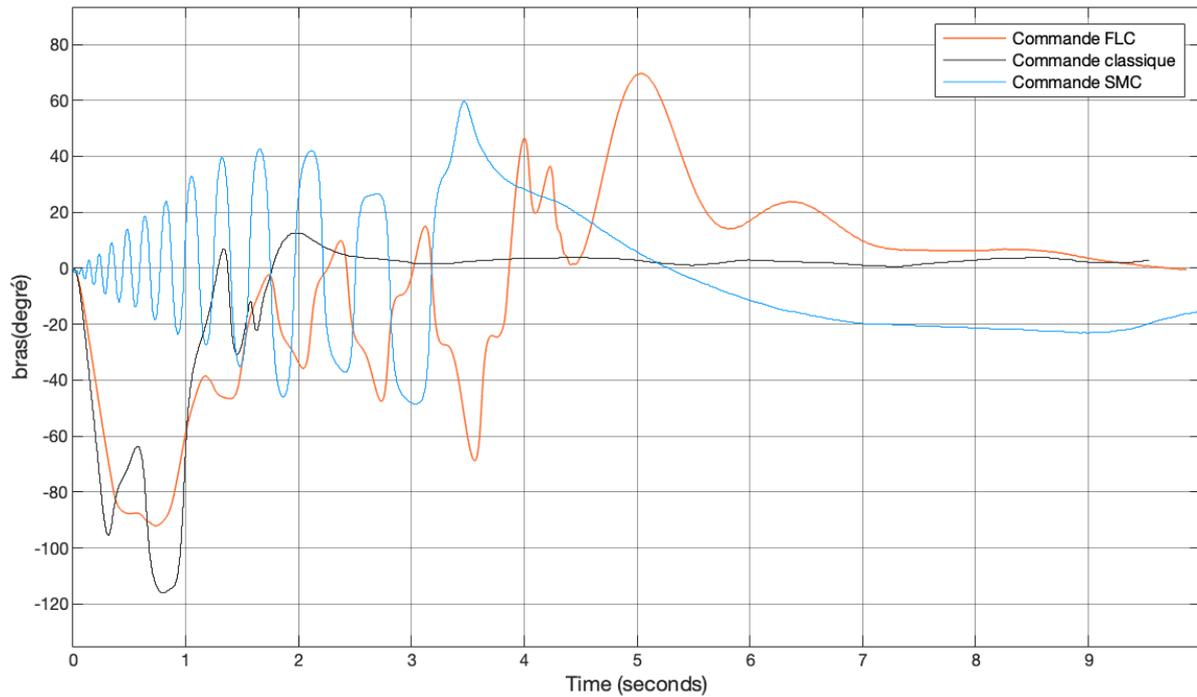


FIG. 3.21 : Évolution de l'angle du bras θ

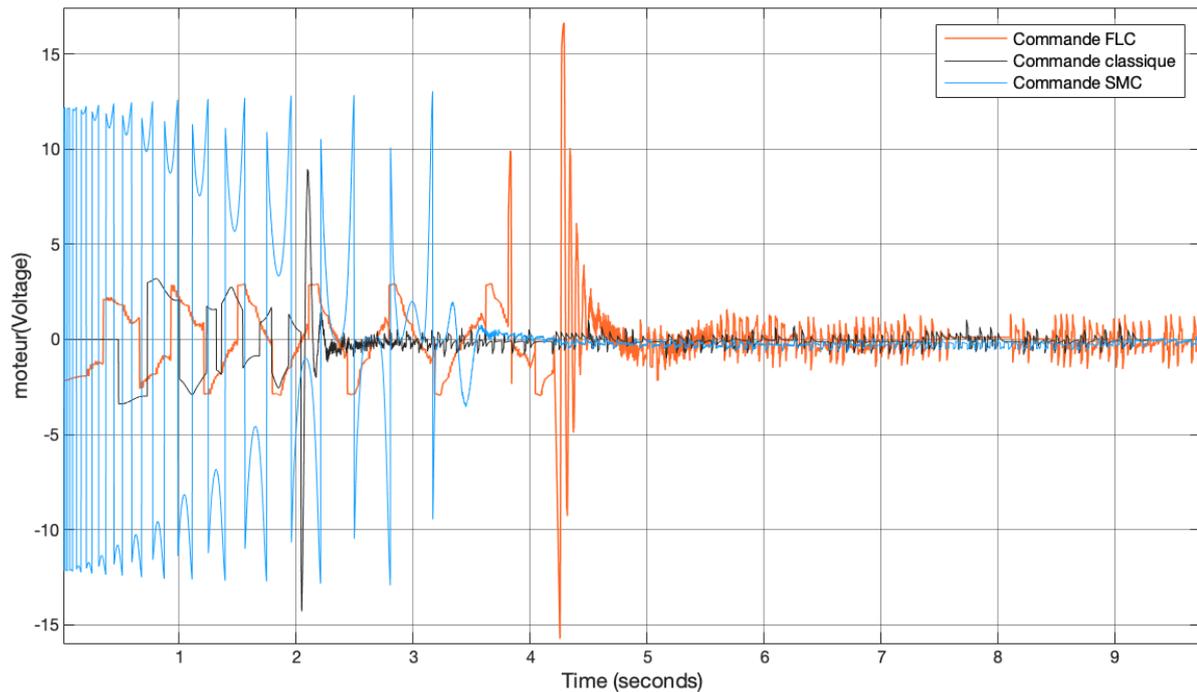


FIG. 3.22 : Évolution de la commande u

3.4.1 Interprétations

Selon les résultats, on remarque que la phase de Swing-up la plus courte est observée avec le contrôleur traditionnel : La position du pendule atteint la stabilité avec un temps

Chapitre 3. Conception du contrôleur flou (Application au pendule inversé rotatif)

de réponse de 2.2 secondes contrairement à la commande FLC qui le fait en 4.5 secondes et la commande SMC avec 3.5 secondes. Cependant, la commande la plus lisse est produite par le contrôleur flou, car l'angle θ ne s'approche pas des limites physiques contrairement à la commande traditionnelle qui atteint $\theta \sim 120^\circ$. Dans le schéma de contrôle par mode glissant, le signal de commande contient des fluctuations importantes au niveau de la commande u , mais il offre une robustesse contre les incertitudes de paramètres.

La loi de commande classique produit une trajectoire qui possède les propriétés d'être agressive : C'est à dire que le pendule monte plus rapidement mais que le système est plus sensible aux perturbations extérieures car il ne prend pas en compte la vitesse du pendule. Pour la commande par la logique floue, une méthode efficace a été proposée pour stabiliser le pendule inversé rotatif en utilisant trois moteurs d'inférence floue : deux pour la stabilisation du pendule autour de la zone d'équilibre (L'utilisation de deux moteurs d'inférence floue, au lieu d'un seul, permet une réduction significative du nombre de règles requises), et le dernier pour le Swing-up. Cette méthode est moins sensible aux perturbations extérieures par rapport aux autres commandes. De plus, elle réduit les exigences de calcul car elle ne requiert aucun modèle mathématique du système. Les résultats expérimentaux suggèrent que le contrôleur flou utilisé présente une plus grande robustesse aux dynamiques non modélisées et aux paramètres incertains par rapport au contrôleur LQR standard.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué une commande floue sur le pendule inversé rotatif optimisé par une hybridation, puis nous avons effectué une étude comparative avec d'autres contrôleurs pour évaluer notre commande et faire une comparaison entre eux.

Après avoir collecté l'ensemble de nos résultats, nous constatons que la commande qui nous donne le moins de temps de réponse et moins temps de montée est la commande classique. Cependant, la commande la plus facile à mettre en place et également la plus robuste face aux perturbations est la commande floue.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons étudié la commande d'un pendule inversé rotatif en utilisant la logique floue. Dans le premier chapitre, nous avons développé un modèle mathématique pour le pendule. Après avoir étudié le modèle et atteint la représentation sous forme d'espace d'état, nous l'avons commandé par les méthodes classiques telles que la LQR, PID, EBC.

Après avoir introduit les éléments de base de la théorie FLC dans le deuxième chapitre, nous avons conçu une commande floue hybride avec succès comme dernière étape.

Nous nous sommes intéressées particulièrement à la comparaison de plusieurs commandes pour mieux évaluer les méthodes de contrôle pour avoir un système précis et stable. Nous avons constaté que la logique floue est plus efficace dans les situations où il y a des incertitudes et des imprécisions, en plus d'être plus facile à mettre en oeuvre.

Perspectives

Les perspectives pour l'avenir sont prometteuses pour l'utilisation de la logique floue dans la commande de systèmes complexes. Nous avons constaté que cette méthode de contrôle est très adaptable et peut être utilisée dans une grande variété de systèmes. Les futurs travaux de recherche pourraient se concentrer sur l'extension de cette approche à des systèmes encore plus complexes, tels que :

- Implémentation des contrôleurs flous sur une carte Arduino.
- Étudier d'autres types de commande robustes afin de les implémenter sur le pendule inversé rotatif PIR.
- Les avancées en intelligence artificielle et en apprentissage automatique pourraient être intégrées à la logique floue pour améliorer encore les performances de la commande. La combinaison de la logique floue avec des techniques d'apprentissage profond et de traitement du signal pourrait permettre une amélioration significative des performances de la commande dans des systèmes de plus en plus complexes.

Appréciation personnelle

En tant qu'apprenti chercheur travaillant sur ce projet de fin d'études, j'ai été impressionné par les résultats obtenus en utilisant la logique floue. Cette méthode de contrôle a une grande puissance de généralisation et elle peut être utilisée pour résoudre des problèmes de commande complexes. J'ai également appris à utiliser le logiciel MATLAB pour la simulation de systèmes de contrôle et j'ai acquis une expérience précieuse dans la

conception de systèmes de contrôle basés sur la logique floue.

Ce projet de fin d'études m'a permis de comprendre l'importance de la recherche et de l'innovation dans le domaine de l'ingénierie de l'automatisation des systèmes. La logique floue est une méthode de contrôle relativement nouvelle qui montre beaucoup de potentiel pour l'avenir. Je suis convaincu que la logique floue est une méthode de contrôle très prometteuse pour les applications de l'ingénierie de l'automatisation des systèmes. J'espère que mes résultats de recherche pourront être utiles pour d'autres chercheurs et ingénieurs qui travaillent dans ce domaine.

Bibliographie

- [1] Qube-servo experiment, qube-servo 2 user manual. Quanser Inc, 2016.
- [2] AICHE Ilyes. Commande des systemes non linéaires par la technique deep learning. *Mémoire de Master, Spécialité : Automatique et systèmes, Univ M'sila*, 2020.
- [3] Scheuer Alexis. Modélisation et controle en robotique plateformes robotiques, environnements de développement de simulation. *Mémoire de Master, Spécialité : AVR, Université de Lorraines*, 2021.
- [4] Asma Bounif. Commande d'une classe des systèmes non linéaire par correcteur pid adaptatif. *Mémoire de Master, Spécialité : Automatique et informatique industrielle, Université de Biskra*, 2018.
- [5] Anjana Govind and S Selva Kumar. A comparative study of controllers for quanser qube servo 2 rotary inverted pendulum system. In *Advances in Electrical and Computer Technologies : Select Proceedings of ICAECT 2019*, pages 1401–1414. Springer, 2020.
- [6] Ashley Tran, Paola Pepitone, and Jun Choi. State space and energy based control for an autonomous self-rising inverted pendulum. *Technical report, Department of Electrical Engineering, California State University*, 2019.
- [7] Nesrine AISSAT. Modélisation et commande d'un système non linéaire : Application au pendule inversé rotatif. *Mémoire d'Ingénieur, Spécialité : Automatique, École supérieure en sciences appliquées de Tlemcen*, 2020.
- [8] Fatima Zohra Kerroum and Naouia Benarouba. Commande d'un pendule rotatif inversé par des techniques optimisées. *Mémoire de Master, Spécialité : Automatique, Université de Ghardaia*, 2021.
- [9] Abderrafik Boudab and Ala eddine Saadallah. Commande pid robuste d'un pendule inversé rotatif. *Mémoire de Master, Spécialité : Automatique et informatique industrielle, Université de Jijel*, 2019.

- [10] Karl Johan Åström and Katsuhisa Furuta. Swinging up a pendulum by energy control. *Automatica*, 36(2) :287–295, 2000.
- [11] Mohammed Rida RABEHI and Ali Abdessetar BERKOUNE. Modélisation et commande en temps réel d'un pendule inversé rotatif : Approche linéaire. *Mémoire d'Ingénieur, Spécialité : Automatique, École supérieure en sciences appliquées de Tlemcen*, 2021.
- [12] Souhila Belhouane and Nora. Étude et simulation d'une régulation thermique par la logique floue. *Mémoire de Master, Spécialité : Automatique, Université de Béjaia*, 2014.
- [13] ALOUANI Fouad. Commande par logique floue appliquée aux pendules inversés et au simulateur de vol d'hélicoptère : Simulation et expérimentation. *Mémoire de Magister, Spécialité : Électronique, Université de M'sila*, 2006.
- [14] MELIK Billel and Naima BOUHABZA. Commande par logique floue de type 2 et commande neuro-floue appliquées à un pendule inversé. *Mémoire de Master, Université de Blida*, 2015.
- [15] BOUALLAOUI Boubakar and Mohammed BOUAMER. Commande par intervalle flou d'un système linéaire. *Mémoire de Master, Spécialité : Automatique et systèmes, Université de Gherdaia*, 2019.
- [16] Imed Eddine MEDJHOUD and Assam OUAKAF. Commande par la logique floue d'un système de lévitation magnétique. *Mémoire d'Ingénieur, Spécialité : Automatique, École supérieure en sciences appliquées de Tlemcen*, 2020.
- [17] Abdelhak Djoudi and Tassadit Benabdallah. Synthèse et application de lois de commande non linéaires sur un pendule inversé. *Mémoire d'Ingénieur, Spécialité : Automatique, École nationale polytechnique d'Alger*, 2008.
- [18] Jen-Hsing Li. Composite fuzzy control of a rotary inverted pendulum. In *2013 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pages 1–5. IEEE, 2013.
- [19] Matlab fuzzy logic toolbox documentation. MathWorks Inc. 1995–2023.
- [20] Hamza HADJ HENNI and ASNOUNE Nour El Houda. Commande robuste d'un système non linéaire : application au pendule inversé rotatif. *Mémoire d'Ingénieur, Spécialité : Automatique, École supérieure en sciences appliquées de Tlemcen*, 2023.

Annexes

1. Théorie [20]

Le sliding mode control (SMC), également connu sous le nom de contrôle par mode glissant, est une méthode de commande utilisée dans les systèmes dynamiques pour atteindre un état d'équilibre ou suivre une trajectoire souhaitée.

Le SMC est basé sur le concept de "surface de glissement" qui représente une frontière entre différentes régions de comportement du système. L'objectif du contrôle par mode glissant est de faire glisser l'état du système le long de cette surface de glissement pour atteindre l'état souhaité.

Le SMC utilise une approche non linéaire et robuste pour gérer les incertitudes et les variations du système. La mise en œuvre nécessite une connaissance détaillée du système à contrôler, ainsi qu'une modélisation précise des dynamiques du système. La conception passe par trois étapes primordiales :

1.1 Conception de la surface de glissement

La première étape consiste à concevoir une surface de glissement appropriée. La surface de glissement est une fonction mathématique qui définit une frontière entre différentes régions de comportement souhaitées du système. Elle est généralement conçue pour minimiser les erreurs de suivi et réduire l'impact des perturbations. La conception de la surface de glissement nécessite une connaissance approfondie du système à contrôler et une modélisation précise de ses dynamiques.

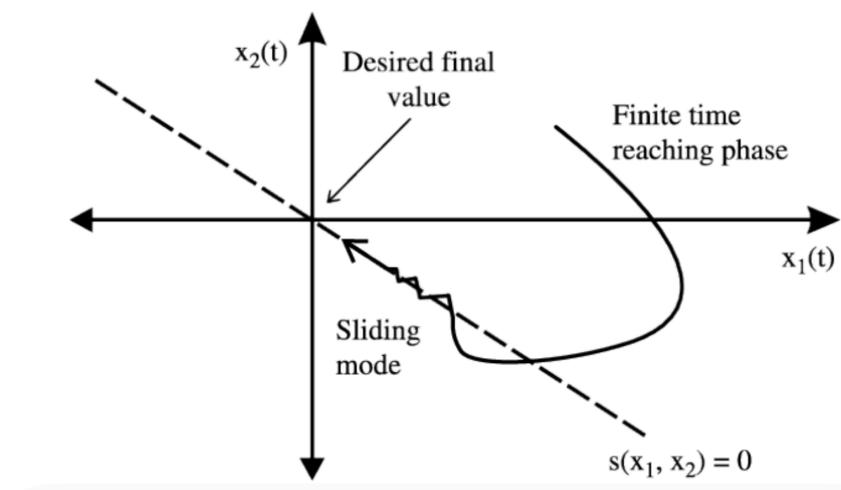


FIG. 23 : Glissement (SMC)

La formule générale s'écrit sous la forme :

$$S = \left(\lambda + \frac{d}{dt} \right)^{r-1} e = \lambda e + \dot{e} \quad (4)$$

Avec : r est le degré relatif du système, e l'erreur sur les états et λ un gain à définir.

2.2 Conditions d'existence et de convergence

Les conditions d'existence spécifient les conditions requises pour qu'une surface de glissement puisse être définie pour le système donné. Ces conditions déterminent si le système converge effectivement vers la surface de glissement et reste sur celle-ci. Elles impliquent souvent l'utilisation de concepts mathématiques tels que la théorie de Lyapunov pour analyser la stabilité du système. Généralement, la condition de convergence est définie par :

$$S(x)\dot{S}(x) < 0 \quad (5)$$

Cette étape garantit que le contrôleur SMC fonctionnera de manière stable et robuste.

2.3 Conception de la loi de commande

La prochaine étape consiste à concevoir une loi de commande qui guide le système le long de la surface de glissement. La loi de commande est généralement une fonction non linéaire qui prend en compte l'état actuel du système et la position par rapport à la surface de glissement. Elle génère des signaux de commande pour maintenir le système sur la surface de glissement. La conception de la loi de commande peut impliquer l'utilisation de techniques mathématiques avancées telles que la théorie du contrôle non linéaire et la théorie des systèmes dynamiques.

2. Application de la commande SMC au pendule inversé rotatif [20]

La surface de glissement utilisée pour contrôler à la fois le bras rotatif θ et l'angle du pendule α sera de la forme :

$$S = k_\theta \dot{\theta} + k_\alpha \dot{\alpha} + \lambda_\theta \theta + \lambda_\alpha \alpha \quad (6)$$

Il ne reste plus qu'à démontrer la stabilité et calculer la commande. Sachant que la condition de stabilité $S(x)\dot{S}(x) < 0$ doit être vérifiée, tel que :

$$S\dot{S} = S [u(k_\theta g_1(x) + k_\alpha g_2(x)) + (k_\theta f_1(x) + k_\alpha f_2(x) + \lambda_\theta x_3 + \lambda_\alpha x_4)] \quad (7)$$

On trouvera la commande u qui satisfera cette condition, de la forme suivante :

$$u = (k_\theta g_1(x) + k_\alpha g_2(x))^{-1} (- (k_\theta f_1(x) + k_\alpha f_2(x) + \lambda_\theta x_3 + \lambda_\alpha x_4) - k \text{sign}(S)) \quad (8)$$

| Paramètres | Valeur |
|------------------|--------|
| k_θ | -0.1 |
| k_α | 0.2 |
| λ_θ | -0.1 |
| λ_α | 3.1 |
| k | 1500 |

TAB. 4 : Paramètres de la surface de glissement