

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE SUPERIEURE EN SCIENCES APPLIQUEES
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
École Supérieure en
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
-تلمسان-

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme de Master

Filière : Automatique
Spécialité : Automatique

Présenté par : HADJI Saâd & BENZOHRA Yasser

Thème

**Commande d'un drone miniature à voilure
tournante**

Soutenu publiquement, le 00 / 09 / 2021, devant le jury composé de :

M BOUKLI Hacene Fouad	MCA	ESSA. Tlemcen	Président
M MOKHTARI Mohamed Rida	MCA	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
M. ARICHI Fayssal	MCB	ESSA. Tlemcen	Co- Directeur de mémoire
Mme. CHOUKCHOU-BRAHAM Amal	Professeur	ESSA. Tlemcen	Examineur 1
Mme Ghouali Amel	MCB	ESSA. Tlemcen	Examineur 2

Année universitaire : 2020 /2021

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciement

Nous remercions tout d'abord Allah le tout puissant, ce mémoire n'aurait jamais été réalisé sans sa bénédiction.

Nous remercions très vivement notre encadreur M. MOKHTARI Mohammed Rida pour ses nombreux conseils, encouragements, relectures, corrections et surtout pour sa disponibilité et la confiance qu'il nous accordée. Ainsi M. ARICHI Fayssal que nous avons bénéficié à ses précieux conseils.

Nous tenons notamment, à adresser l'expression de notre sincère reconnaissance aux membres du jury d'examen Mr. BOUKLI Hacene Fouad et Mme. CHOUKCHOU-BRAHAM Amal et Mme. GHOUALI Amel, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Nous tenons à remercier nos familles de nous avoir soutenu, nous ne serons jamais assez reconnaissants envers nos parents qui ont toujours tout mis en oeuvre pour qu'on s'épanouisse dans tous ce qu'on entreprend.

Nous n'oublions pas de remercier nos amis et tous ceux, qui ont contribué, de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

Yasser et Saâd

Dédicaces

Je tiens c'est avec grand plaisir que je dédie ce modeste travail :

*À l'être le plus cher de ma vie, **ma mère**.*

*À celui qui a fait de moi un homme, **mon père**.*

*À mon chère frère **Mazen** et mes chers sœurs **Samiha** et **Yousra**.*

*À mon chère ami **Malek**.*

À toute ma famille.

À tous mes amis.

Yasser

Je tiens c'est avec grand plaisir que je dédie ce modeste travail :

À la mémoire de ma grande mère.

*À **mes parents** qui m'ont toujours apporté leur amour et leur encouragements.*

*À mes frères **Mehdi**, **Djaouad** et ma sœur **Insaf**.*

*À ma chère collègue et mon binôme pendant les cinq ans **Cheimaa**.*

À ma grande famille.

À tous mes amis.

Saâd

Résumé

Les travaux présentés dans ce mémoire concernent la modélisation, la conception et le contrôle d'engins volants miniatures. Le travail est focalisé sur les systèmes à vol vertical, plus précisément sur les quadrotors. Ainsi, comme une première étape de notre travail, nous présentons le modèle dynamique d'un quadrotor en utilisant le formalisme de Newton-Euler. Dans la deuxième étape, en se basant sur le modèle dynamique, deux approches de commande tolérantes aux défauts ont été présentées, qu'il s'agit de commande par mode glissant et contrôleur Linéaire Quadratique, en utilisant le concept de la commande hiérarchique.

Mots-Clés : Quadrotor, commande par mode glissant, Systèmes non linéaires, Modélisation, LQR, Commande hiérarchique, Stabilité de Lyapunov.

Abstract

The work presented in this thesis concerns the modelling, design and control of miniature flying machines. The work is focused on vertical flight systems, more precisely on quadrotors. Thus, as a first step of our work, we present the dynamic model of a quadrotor using the Newton-Euler formalism. In the second step, based on the dynamic model, two fault-tolerant control approaches are presented, namely sliding mode control and Linear Quadratic controller, using the concept of hierarchical control.

Key-words : Quadrotor, sliding mode control, non-linear systems, modelling, LQR, hierarchical control, Lyapunov stability.

ملخص

يتعلق العمل المقدم في هذه الأطروحة بنمذجة وتصميم ومراقبة المركبات الطائرة المصغرة. يركز العمل على أنظمة الطيران العمودية، وبشكل أكثر دقة على الكوادروتورات. وهكذا، كخطوة أولى في عملنا، نقدم النموذج الديناميكي لمحرك رباعي باستخدام شكلية نيوتن أويلر. في الخطوة الثانية، بناءً على النموذج الديناميكي، تم تقديم طريقتين للتحكم في تحمل الأخطاء، وهما التحكم في الوضع المنزلق والتحكم التربيعي الخطي، باستخدام مفهوم التحكم الهرمي.

الكلمات المفتاحية: كوادكوبتر، التحكم في الوضع الانزلاقي، الأنظمة غير الخطية، النمذجة، LQR، التحكم الهرمي، استقرار Lyapunov.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction Générale	1
1 Etat de l'art sur les drones	3
1.1 Introduction	4
1.2 Contexte et historique	4
1.3 Différentes catégories de drones	6
1.3.1 Classification selon la taille	6
1.3.2 Classification selon le mode de propulsion	8
1.4 Le Quadrirotor	12
1.4.1 Description	12
1.4.2 Avantages et inconvénients de la configuration quadrirotor	12
1.4.3 Applications des quadrirotors	13
1.5 Les capteurs pour la navigation et la localisation :	15
1.5.1 Centrales inertielles (IMU : Inertiel Measurement Unit)	15
1.5.2 Accéléromètres :	15
1.5.3 Magnétomètres :	16
1.5.4 Gyromètres et Gyroscopes :	16
1.5.5 Système de géolocalisation (GPS : Global Positioning System) :	17
1.5.6 Télémètres :	17
1.5.7 Altimètres barométriques :	18
1.5.8 Capteur de vision (caméra) :	18
1.6 Conclusion	19

2	Modélisation du quadrirotor	20
2.1	Introduction	21
2.2	Description du quadrirotor	21
2.3	Mouvements du quadrirotor	22
2.3.1	Mouvement de Roulis	22
2.3.2	Mouvement de Tangage	23
2.3.3	Mouvement de Lacet	23
2.3.4	Translation verticale	24
2.3.5	Translation horizontale	24
2.4	Modèle dynamique	25
2.4.1	Matrice de rotation	26
2.4.2	Vitesse linéaire	29
2.4.3	Vitesses angulaires	30
2.4.4	Effets physiques agissants sur le quadrirotor	31
2.4.5	Modèle mathématique selon Newton-Euler	33
2.4.6	Représentation d'état	36
2.4.7	Dynamique des moteurs	37
2.5	Conclusion	38
3	Commande par mode glissant	39
3.1	Introduction	40
3.2	La commande à structure variable	40
3.3	Principe de la commande par mode de glissement	41
3.3.1	Choix des surfaces de glissement	41
3.3.2	Condition d'existence du régime glissant	41
3.3.3	Condition de convergence	41
3.3.4	Calcul de la commande	42
3.3.5	Phénomène du chattering	43
3.4	Structures du contrôle par mode de glissement	46
3.4.1	Structure par commutation au niveau de l'organe de commande	46
3.4.2	Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état	46
3.4.3	Structure de régulation avec ajout de la commande équivalente	46
3.5	Application de la commande sur le quadrirotor	47
3.6	Simulation et résultats	49

3.7 Conclusion	52
4 Commande Linéaire Quadratique	53
4.1 Introduction	54
4.2 Principe de la commande	54
4.2.1 Choix des matrices de pondération	55
4.3 Application à la commande de quadrirotor	56
4.4 Simulation et résultats	58
4.5 Étude comparative	61
4.6 Conclusion	63
Conclusion Générale	64

TABLE DES FIGURES

1.1	Modèle de Leonardo Da vinci.	5
1.2	Le drone Northrop-Grumman MQ-4C Triton.	6
1.3	(a)Le EADS. (b)Le MQ-1 Predator.	7
1.4	Mini drone.	7
1.5	Nano drone.	8
1.6	Watchkeeper WK450.	9
1.7	Le micro Delfly.	9
1.8	L'avion 3D.	10
1.9	L'hélicoptère classique.	11
1.10	(a)Le Trirotor. (b)Le Vectron. (c)L'hélicoptère	11
1.11	Le Quadrirotor.	12
1.12	Exemples des centrales inertielles	15
1.13	Exemple d'un accéléromètre	16
1.14	Exemple d'un magnétomètre	16
1.15	Exemple d'un gyroscope	17
1.16	Exemple d'un GPS module	17
1.17	Exemples des télémètres	18
1.18	Exemple d'un altimètre barométrique	18
1.19	Exemple d'un camera	19
2.1	Direction de rotation des rotors.	22
2.2	Illustration du mouvement de Roulis.	23
2.3	Illustration du mouvement de Tangage.	23
2.4	Illustration du mouvement de Lacet.	24

2.5	Illustration du mouvement de translation verticale.	24
2.6	Illustration du mouvement de translation horizontale.	25
2.7	Repérage du quadrirotor.	27
2.8	Rotation autour de l'xe x.	27
2.9	Rotation autour de l'xe y.	28
2.10	Rotation autour de l'xe z.	28
3.1	Commande à structure variable.	40
3.2	La valeur continue U_{eq} prise par la commande lors de la commutation entre U_{max} et U_{min}	42
3.3	Représentation de la fonction sign.	43
3.4	phénomène de chattering.	44
3.5	Définition de la fonction saturation (SAT).	44
3.6	La fonction de « cont ».	45
3.7	La fonction de classe C1 «SMOOTH».	45
3.8	Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.	46
3.9	Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état.	46
3.10	Structure de régulation par ajout de la commande équivalente.	46
3.11	Structure de la commande hiérarchique (application de mode glissant).	50
3.12	Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leurs références.	50
3.13	Trajectoires de roulis et de tangage et leurs références.	51
3.14	Vitesses de rotation des rotors.	51
3.15	Entrée de commande U par mode glissant.	52
4.1	Modèle Simulink du quadrirotor (application de LQR).	58
4.2	Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur références.	59
4.3	Trajectoires de roulis et de tangage et leur références.	59
4.4	Vitesses de rotation des rotors.	60
4.5	Entrée de commande U.	60
4.6	Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur références par les deux commandes.	61
4.7	Entrée de commande U par les deux commandes.	62
4.8	La commande U2 générée par mode glissant (visualisation de l'effet de brouillage)	62

LISTE DES TABLEAUX

3.1 Paramètres physiques du quadrirotor	49
3.2 Paramètres des régulateurs.	50

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les systèmes avioniques jouent un rôle indispensable dans la vie moderne de l'humanité. Parmi ces systèmes on mentionne : les avions, les hélicoptères...etc. Il existe de nombreuses applications potentielles qui ont suscité un intérêt croissant pour les engins à voilures tournantes dont la portance et la propulsion sont assurées par la rotation d'un ou plusieurs rotors. Le domaine de l'aviation a connu la naissance d'une nouvelle génération des engins volants afin d'accomplir la réalisation de ce type d'applications. Ces engins volants s'appellent drones.

Le drone désigne tout engin volant sans pilote, qui peut être contrôlé de manière autonome ou à distance. Selon leur taille, il existe plusieurs catégories, parmi lesquelles nous avons trouvé des microdrones et minidrones. Dans la configuration qui a connu une formidable prospérité dans le domaine de la recherche, le quadrirotor présente de nombreux avantages, intérêts et applications. Le quadrirotor est considéré comme un minidrone à décollage et atterrissage verticaux avec une variété d'applications civiles et militaires, telles que la surveillance, la reconnaissance, la photographie aérienne dans la production cinématographique et beaucoup plus.

Les quadrirotors sont des robots volants ayant quatre rotors placés à l'extrémité d'une croix qui sont contrôlés en agissant sur les vitesses de rotation des quatre rotors. En effet, la difficulté des quadrirotors est liée à leur dynamique fortement non linéaire et complètement couplée, d'où l'exigence d'une approche de contrôle puissant pour garantir la stabilité et la robustesse, afin d'assurer un suivi parfait de la trajectoire requise.

L'objectif de ce travail est d'étudier le principe de fonctionnement de quadrirotor, puis faire la modélisation et la simulation des commandes hiérarchiques pour le pilotage et le guidage de notre système. Nous avons établi deux commandes, l'une est une commande linéaire quadratique, l'autre est une commande non linéaire par mode glissant.

Ce mémoire est décomposé en quatre chapitres, qui sont introduits brièvement dans les paragraphes suivants :

Chapitre 1 : Dans ce chapitre, nous donnons un aperçu général comportant trois parties essentielles : d'abord un bref historique concernant les drones, nous décrivons une classification des systèmes aériens selon la taille et le mode de propulsion, puis un détail sur les quadrirotors. Enfin, une description des différents éléments qui composent le système de navigation et de localisation.

Chapitre 2 : Dans ce chapitre, nous présentons une description du principe de fonctionnement du drone quadrirotor, puis des détails sur les mouvements possibles pour la synthèse d'un modèle dynamique basé sur le formalisme de Newton-Euler. Ce modèle est ensuite transformé en une représentation plus simple.

Chapitre 3 : Dans ce chapitre, nous proposons une commande non linéaire par mode glissant pour construire des lois de commande en utilisant le concept de la commande hiérarchique. Enfin, les performances de cette technique de contrôle et d'estimation sont également évaluées dans un environnement de simulation approprié.

Chapitre 4 : Dans ce chapitre, nous définissons le principe de la commande linéaire quadratique (LQR), puis la linéarisation de notre modèle mathématique, après nous appliquons cette commande dans le but de stabiliser et de commander un quadrirotor. Enfin nous expliquerons les résultats de la simulation.

CHAPITRE 1

ETAT DE L'ART SUR LES DRONES

Sommaire

1.1 Introduction	4
1.2 Contexte et historique	4
1.3 Différentes catégories de drones	6
1.3.1 Classification selon la taille	6
1.3.2 Classification selon le mode de propulsion	8
1.4 Le Quadrirotor	12
1.4.1 Description	12
1.4.2 Avantages et inconvénients de la configuration quadrirotor	12
1.4.3 Applications des quadrirotors	13
1.5 Les capteurs pour la navigation et la localisation :	15
1.5.1 Centrales inertielle (IMU : Inertiel Measurement Unit)	15
1.5.2 Accéléromètres :	15
1.5.3 Magnétomètres :	16
1.5.4 Gyromètres et Gyroscopes :	16
1.5.5 Système de géolocalisation (GPS : Global Positioning System) :	17
1.5.6 Télémètres :	17
1.5.7 Altimètres barométriques :	18
1.5.8 Capteur de vision (caméra) :	18
1.6 Conclusion	19

1.1 Introduction

La robotique aérienne est un champ vaste et interdisciplinaire. Un drone est un engin volant sans pilote à bord, commandé à distance et réutilisable. Il peut se définir comme un système mécanique, électronique et informatique contrôlé ou programmé pour effectuer des tâches trop répétitives, dangereuses ou difficiles pour être faites directement par des êtres humains.

Le mot drone est un terme militaire d'origine anglais qui signifie le bourdon ou bourdonnement en référence au bruit que font certains d'entre eux en volant, appelé aussi « UAV : Unmanned Aerial Vehicle », soit « véhicule aérien sans pilote » ou « UAS : Unmanned Aerial System », soit « système d'aéronef(s) sans pilote(s) ». L'organisation de l'aviation civile internationale a quant à elle retenu l'appellation « RPA » (pour « Remotely Piloted Aircraft », soit « avion piloté à distance »). L'Organisation du Traité de l'Atlantique Nord (OTAN), définit les UAVs comme : « un véhicule aérien motorisé, qui ne transporte pas d'opérateur humain, utilise la force aérodynamique pour assurer sa portance, peut voler de façon autonome ou être piloté à distance, être non réutilisable ou récupérable et emporter une charge utile qui lui permet de réaliser des missions diverses et variées [1].

Dans ce chapitre, nous allons présenter des aperçus généraux sur les drones, la conception, le développement durant les années passées et les domaines d'applications existants.

1.2 Contexte et historique

Le monde des drones est très vaste et très important, c'est pourquoi l'équipement UAV a subi plusieurs changements et modifications de forme et de composants différents, de sorte que des équipements modernes qui complètent les derniers développements technologiques dans le domaine peuvent toujours être obtenus.

En 1483, le père de l'hélicoptère Léonard de Vinci a imaginé le concept de machine volante à aile tournante nommée vis aérienne (voir figure (1.1)) fondée sur le principe de la vis d'Archimède. En 1754, le Russe Mikhaïl Lomonosov a développé un modèle complexe à deux rotors coaxiaux contrarotatifs entraînés par un mécanisme d'horlogerie, l'aéronef a volé librement et a atteint une bonne altitude, ce concept a contribué au développement de l'hélicoptère moderne.

La première utilisation des drones pour le combat remonte à 1849 quand les Autrichiens ont utilisé des ballons chargés d'explosifs pour attaquer la ville italienne de Venise. Les

premiers avions sans pilote, destinés à être utilisés comme des avions pour l'entraînement au combat, ont été conçus pendant et après la première guerre mondiale. En septembre 1916, l'avion cible Hewitt-Sperry Automatic Airplane a réalisé son premier vol autonome.

Le développement secret de nouveaux drones a continué pendant la deuxième guerre mondiale et la guerre froide. Pendant les années 1980, les drones ont été utilisés pour des missions de reconnaissance, de surveillance et d'attaque, principalement par les Israéliens et les Américains, et par les forces alliées lors des deux guerres du Golfe, en Irak et en Afghanistan. Dans la dernière décennie, beaucoup de configurations de drones de différentes tailles ont été développées notamment grâce à la miniaturisation des capteurs et unités de traitement d'un côté, et une demande croissante pour les applications militaires et civiles de l'autre côté [13].



FIGURE 1.1 – Modèle de Leonardo Da Vinci.

Le boom des drones remonte à la guerre de Corée et à la guerre du Vietnam. Pendant la guerre froide, les États-Unis d'Amérique ont secrètement développé ce véhicule aérien sans pilote comme moyen de supériorité stratégique et de destruction de capacités afin de mener une surveillance et une intervention militaire sur l'ennemi sans causer de danger personnel que l'opinion publique ne peut supporter. Cet avantage est obtenu grâce à l'innovation technologique, notamment dans le domaine de l'automatisation et de la transmission.

Le transfert de certains systèmes vers Israël permet au pays de développer de manière pragmatique des drones tactiques à courte et moyenne portée avec des capacités de transmission directe de données. Les drones sont devenus la partie suivante de toutes les opérations de conflit et de maintien de la paix. Les Américains, qui ont été lancés en 2009, l'ont utilisé notamment au Kosovo ou au Tchad, dans des attaques aériennes américaines contre le Pakistan ou des pirates de la mer.

1.3 Différentes catégories de drones

La classification des systèmes aériens est difficile, car il existe de nombreux types de drones aériens partant du nano drone de quelques grammes jusqu'au drone lourd capable d'effectuer des missions de plus de 24 heures à plusieurs milliers de kilomètres de sa base. Cependant, les véhicules autonomes peuvent être classés en plusieurs catégories selon : l'altitude de croisière, le rayon d'action, l'endurance, la taille (longueur, envergure, etc.) ou encore leur voilure (fixe, tournante ou battante) [13].

1.3.1 Classification selon la taille

Dans cette échelle on peut distinguer quatre types : MALE, HALE, les minis drones et les micros drones [20] :

HALE (Haute Altitude Longue Endurance)

Ce sont de gros drones, généralement à voilure fixe. Ils peuvent rester en vol pendant une longue période et peuvent collecter des informations pendant une longue période (12 à 48 heures), ces avions possèdent une charge utile importante et sont équipés de caméras (visible et infrarouge) et de radars divers. Par exemple, le Global Hawk (Northrop Grumman) comme il est montré dans la figure (1.2), qui a la taille d'un avion de ligne, peut parcourir des milliers de kilomètres à une altitude pouvant atteindre 20 kilomètres et une vitesse de 635 kilomètres par heure.



FIGURE 1.2 – Le drone Northrop-Grumman MQ-4C Triton.

MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance)

Ils sont utilisés pour les vols de longue durée à moyenne altitude et disposent d'une grande autonomie. Par exemple, Eagle 1 (EADS)(figure (1.3)a) ou le MQ-1 Predator (figure (1.3)b) construit par General Atomics. Ce drone peut voler à 7 600 mètres d'altitude avec une endurance de 28 heures. Il a largué plusieurs fois des bombes ou missiles en Afghanistan en 2001.



FIGURE 1.3 – (a)Le EADS. (b)Le MQ-1 Predator.

Mini-drones MAV (Mini Air Vehicule)

Ils ont une endurance de quelques heures et des dimensions de l'ordre du mètre, ils peuvent voler jusqu'à un plafond de 300 mètres, fonctionnant à des distances allant jusqu'à environ 30 kilomètres en emportant une charge utile très légère. Ce type d'appareils est en général propulsé électriquement [10].



FIGURE 1.4 – Mini drone.

Micro/Nano drones

Ils désignent des appareils d'une taille inférieure à quinze centimètres, de quelques dizaines à quelques centaines de grammes. Ils sont souvent dotés d'hélices entraînées par des moteurs électriques, l'autonomie est d'environ une vingtaine de minutes pour un rayon d'action d'une dizaine de kilomètres et pourraient accomplir des tâches dont des engins plus gros sont incapables.



FIGURE 1.5 – Nano drone.

1.3.2 Classification selon le mode de propulsion

Le fonctionnement aérodynamique fournit une autre possibilité de classification. Ainsi, les drones peuvent être structurés en trois familles [4] [2].

Drone à voilures fixes

Ces configurations comprennent une paire d'ailes fixes assurant la portance, un fuselage, palmes et queue, propulsées par une ou plusieurs hélices. Ils peuvent être plus lourds que l'air (type avion) ou plus léger que l'air (type dirigeable) qui utilise de l'hélium pour générer une poussée verticale et des rotors pour générer des couples. Ayant un volume important, il se déplace lentement et est relativement plus sensible au vent. Mais les avantages des dirigeables sont la stabilité et la faible vibration mécanique.



FIGURE 1.6 – Watchkeeper WK450.

Drones à ailes battantes

Les ailes battantes constituent un système de propulsion alternatif pour les mini et microaéronefs, les battements d'ailes reproduisent le vol des oiseaux ou des insectes de plus en plus fidèlement. En France le laboratoire Femto de Besançon et la Société Silmach travaillent sur un projet de libellule artificielle d'une centaine de grammes. Par exemple le micro Delfly illustré par la figure (1.7) ne pèse que 3 grammes et à une envergure de 10 centimètres avec une vitesse de déplacement de 18 kilomètres par heure. Parce qu'il avait aussi une caméra embarquée, il a été déclaré par le livre Guinness des records 2009 comme "le plus petit aéronefs équipés de caméra dans le monde" [13].

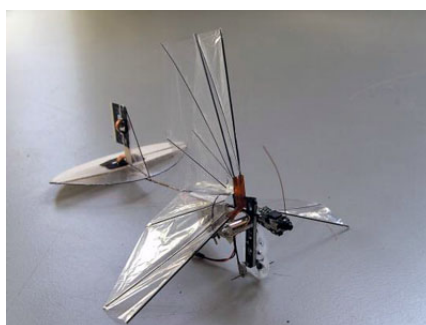


FIGURE 1.7 – Le micro Delfly.

Drones à voilures tournantes

Il existe de nombreuses configurations de véhicules de drones à voile tournante, suivant le nombre de rotors, leur position et la présence ou non d'autres actionneurs. Ils utilisent des voilures tournantes ou rotors multiples pour voler en état stationnaire au-dessus

d'une zone précise ou encore des vols à basse vitesse et à basse altitude. Ils peuvent réaliser une très grande variété de missions irréalisables pour des véhicules à voilure fixe. Ce type de drones se subdivise en plusieurs configuration :

a) **Configuration ayant un seul rotor :**

Dans cette configuration nous trouvons essentiellement les avions appelés 3D. Ces avions ont un seul moteur comme actionneur principal, suffisamment puissant pour décoller verticalement et des ailerons d'une grande surface pour assurer des couples de commande suffisamment grands afin que l'appareil soit facile à piloter. Ils se développent de plus en plus et ils ont l'avantage de pouvoir voler comme un avion normal, ce qui donne la possibilité de se déplacer rapidement et de manière très économique en termes d'énergie.



FIGURE 1.8 – L'avion 3D.

b) **Configuration ayant deux rotors :**

Dans ce type de configuration nous pouvons distinguer ceux qui utilisent un ou deux plateaux cycliques et ceux qui utilisent des pales à pas fixe. Parmi ceux qui utilisent des plateaux cycliques nous avons l'hélicoptère classique avec un rotor principal et un rotor d'orientation, elle est illustré sur figure (1.9). Dans cette catégorie on peut citer aussi l'hélicoptère en tandem qui possède deux rotors qui tournent en contre sens mais dans des axes différents. En ce qui concerne des appareils sans plateaux cycliques, il est clair qu'avec seulement deux rotors on ne peut pas générer une force et trois couples indépendants. Il faut donc ajouter soit des ailerons, soit des mécanismes pour faire pivoter les rotors.



FIGURE 1.9 – L'hélicoptère classique.

c) Configuration ayant trois rotors :

Le tri-rotor est constitué de deux rotors à l'avant qui tournent dans des sens opposés et un rotor à l'arrière avec orientation réglable. Le fonctionnement est similaire à celui d'un quadrirotor mais la performance en vol n'est pas aussi satisfaisante. Dans cette catégorie nous trouvons le tricoptère (figure (1.10)a), le vectron (figure (1.10)b) et l'hélicoptère autostable (figure (1.10)c). Le vectron est constitué de trois rotors qui tournent dans le même sens, le corps circulaire de l'appareil tourne par conséquent dans le sens contraire, les vitesses des moteurs sont variées à des instants très précis de manière à obtenir des couples de tangage et de roulis. L'hélicoptère auto stable (blade-runner) a été inventé récemment par un norvégien, il est constitué de deux rotors à pas fixe qui sont montés sur le même axe et qui tournent dans des sens opposés.



FIGURE 1.10 – (a)Le Trirotor. (b)Le Vectron. (c)L'hélicoptère

d) Configuration ayant quatre rotors :

Il se compose de quatre moteurs situés aux extrémités d'une armature. Son mouvement est contrôlé par la variation de vitesse de chaque rotor pour changer la force de portance et le couple créé par chacun. Deux rotors du même axe tournent dans le sens

horaire, alors que les deux autres tournent dans le sens antihoraire pour compenser le couple créé par les rotors sur l'armature.



FIGURE 1.11 – Le Quadrirotor.

1.4 Le Quadrirotor

1.4.1 Description

Le quadrirotor est un objet volant qui a la particularité de posséder 4 rotors placés aux extrémités d'un corps rigide en forme de croix. L'électronique de contrôle est en général placée au centre de la croix qui constitue le centre de gravité de l'engin. Pour éviter au quadrirotor de tourner sur lui-même autour de son axe de lacet, il faut que les hélices appartenant au couple de moteurs avant-arrière tournent dans un sens et que les hélices appartenant au couple gauche-droite tournent dans un autre sens. Le quadrirotor étant une configuration complètement instable, il faut développer des algorithmes permettant de contrôler chaque moteur séparément pour contrer l'inclinaison sur chaque axe et ainsi le stabiliser. Comme tout autre robot le quadrirotor est constitué essentiellement d'une partie mécanique qui constitue son squelette et ses muscles, plus une partie électronique rassemblant les capteurs, le calculateur et les modules de communications.

1.4.2 Avantages et inconvénients de la configuration quadrirotor

La conception du quadrirotor offre de réels avantages par rapport à d'autres configurations [8] [3].

- Leurs tailles réduites et leur manoeuvrabilité permettent de voler dans des environnements fermés (Indoor) ou ouverts (Outdoor) et près des obstacles à l'opposition des hélicoptères classiques.

- La simplicité de sa mécanique facilite sa maintenance.
- Aucun embrayage n'est exigé entre le moteur et le rotor et aucune exigence n'est donnée sur l'angle d'attaque des rotors.
- Quatre petits rotors remplacent le grand rotor de l'hélicoptère ce qui réduit énormément l'énergie cinétique stockée et minimise les dégâts en cas d'accidents.
- Son décollage et atterrissage verticaux.
- Cette configuration est commandée en variant seulement la vitesse de rotation des quatre moteurs.
- Leur capacité de portance à cause de la présence de quatre rotors au lieu d'un qui peut être augmentée en rallongeant les pales d'un rotor ou en augmentant leur nombre, mais à cause de phénomènes aérodynamiques et d'encombrement, cela à des limites.
- Réduction de l'effet gyroscopique.
- Sa dynamique est plus faible que celle de l'hélicoptère ce qui ne nécessite pas un temps de réaction rapide.

Toutefois, le quadrirotor possède pas mal d'inconvénients qui l'empêchent encore d'être en tête du peloton des UAV's, on peut citer :

- Malgré ses quatre rotors et son équilibre stationnaire, le X4 reste un système sous actionné et dynamiquement instable.
- Leur technologie reste émergente, ce qui n'encourage pas les industriels pour investir plus.

1.4.3 Applications des quadrirotors

Les drones sont développés à l'origine pour remplacer l'homme dans des environnements ou des situations dangereuses. Ces engins sans pilote présentent de nombreux avantages [9] [11] [12].

Applications militaires

Il y a quelques années, les analystes pointaient du doigt la mauvaise fiabilité des drones. Pour les premières générations d'aéronefs non habités, le taux d'attrition était effectivement très important et même s'il a largement décrû avec les nouvelles générations de machines, qui pourtant se complexifient, il reste actuellement au moins dix fois supérieur à ceux des

avions habités. Les causes de pertes d'UAV impliquaient pour 30 % le contrôle du vol (décollage/atterrissage), la motorisation était incriminée dans 25 % des cas, les erreurs humaines ne comptaient que pour 25 %, le reste concernant les communications, l'énergie...etc. La fiabilité technique des sous-systèmes UAV est encore largement perfectible pour atteindre les pourcentages d'attrition d'un avion habité où les causes d'accident sont inversées : 75 % dues à des erreurs humaines et 25 % imputables à des causes techniques ou à l'environnement du vol. Avec la maturité des systèmes, la fiabilité des UAV ne devrait pas être très différente des niveaux atteints par les avions habités en phase stabilisée d'exploitation et devrait donc s'améliorer sensiblement. Des progrès ont été incontestablement enregistrés mais le taux d'attrition d'un drone reste malgré tout trois à quatre fois supérieur à un avion habité. La fiabilité des mini et micro drones restera sans doute faible pour des raisons d'investissement et de coût de développement. Vu les prix d'acquisition, le concept de « jetabilité » leur est plus facilement applicable.

Applications civiles

De plus en plus, le secteur civil prend en charge de nombreuses missions de surveillance ou autres dans lesquelles la présence de l'homme n'est pas indispensable et où de bas coûts d'opération sont demandés. Dans les missions actuelles, on peut citer [17].

- Surveillance et contrôle des voies maritimes, des clandestins mais aussi détection des pollutions.
- Surveillance des oléoducs, gazoducs et lignes à haute tension.
- Missions de sécurité civile (surveillance du trafic routier, des manifestations, protection des zones réservées ou interdites, évaluation des catastrophes naturelles comme des feux de forêt et activité des volcans...etc).
- Inspection des ouvrages d'art tels les ponts, les viaducs et les barrages.
- Épandages agricoles, surveillance des zones cultivées et mesures atmosphériques. Par exemple, le programme « DeepWater » pour la garde côtière américaine vise à acquérir 76 drones pour la surveillance maritime et relever les nouveaux défis de sécurité : Observation des pipelines de pétrole et de gaz, surveillance de cargaisons dangereuses, dépistage de vols de contrebande et des actes de piraterie maritime mais aussi des sources d'eau, des vestiges archéologiques, des filons de matières premières ou de combustible...etc.[41].

1.5 Les capteurs pour la navigation et la localisation :

Les drones sont équipés d'une variété d'instruments et de capteurs permettant de les localiser et d'obtenir les différentes grandeurs nécessaires à la mise en œuvre de leurs systèmes de contrôle et de prise de décision. Donc les différents capteurs intégrés dans le drone constituent l'une des pièces importantes pour assurer la stabilité et l'autonomie du système. On peut distinguer trois catégories [11] [12] :

- **Les capteurs proprioceptifs** : Ces capteurs mesurent la position, La vitesse ou l'accélération de la machine par rapport à l'état de référence.
- **Les capteurs extéroceptifs** : Ils fournissent des informations sur l'environnement de drone lorsque se bouge.
- **Les capteurs exproprioceptifs** : Rassemblement de proprioceptif et extéroceptif.

1.5.1 Centrales inertielles (IMU : Inertiel Measurement Unit)

Une centrale inertielle (IMU) est un système complet, se compose au minimum de 3 accéléromètres et de 3 gyroscopes mesurant l'accélération non gravitationnelle et la vitesse instantanée de rotation du véhicule par rapport à un référentiel inertielle. De plus on peut trouver des magnétomètres intégrés dans ce circuit électronique.

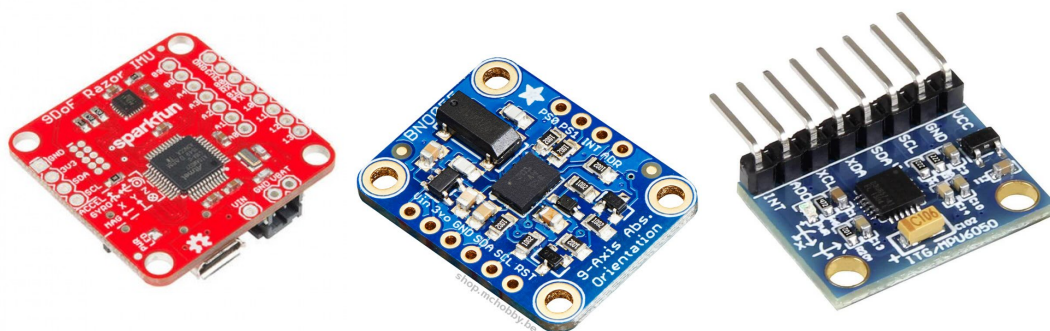


FIGURE 1.12 – Exemples des centrales inertielles

1.5.2 Accéléromètres :

Un accéléromètre permet de mesurer l'accélération non gravitationnelle de l'objet qui le supporte suivant un, deux ou trois axes. L'accéléromètre à trois axes peut mesurer trois

accélérations linéaires le long de trois axes orthogonaux. Leur principe est basé sur la déformation ou le déplacement d'un objet lors d'une accélération.

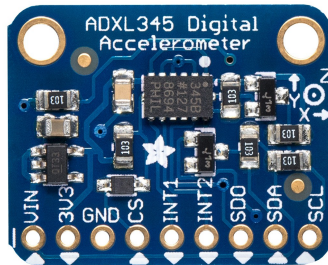


FIGURE 1.13 – Exemple d'un accéléromètre

1.5.3 Magnétomètres :

Le magnétomètre est un capteur utilisé pour la mesure de champ magnétique terrestre et aussi indique la direction du nord magnétique afin de contrôler le cap d'un drone. Cependant ce capteur est sensible aux interférences magnétiques externes des drones induits par la proximité de moteurs électriques par exemple.

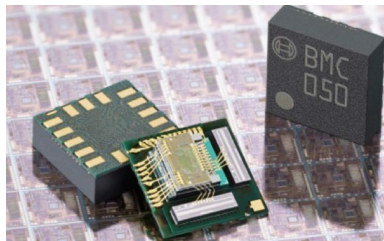


FIGURE 1.14 – Exemple d'un magnétomètre

1.5.4 Gyromètres et Gyroscopes :

Le gyromètre est un capteur de mouvement qui mesure la vitesse angulaire. Dans notre cas le quadrirotor a trois axes de rotation, pour calculer les vitesses à chaque axe on a besoin d'un gyromètre a trois axes. Un gyroscope est un appareil permettant d'effectuer une mesure de la rotation absolue de son boîtier.

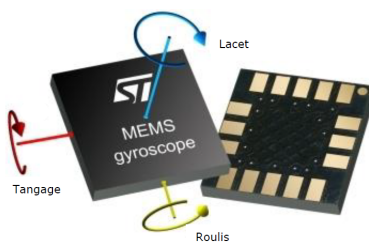


FIGURE 1.15 – Exemple d'un gyroscope

1.5.5 Système de géolocalisation (GPS : Global Positioning System) :

Le système GPS est un système de positionnement par satellite. Ce système comporte vingt-quatre satellites répartis de telle sorte qu'en tout point du globe, on peut en observer simultanément quatre à huit, avec une élévation d'au moins quinze degré.



FIGURE 1.16 – Exemple d'un GPS module

1.5.6 Télémètres :

Le télémètre est un capteur qui permet d'acquérir des mesures sur l'environnement qui l'entoure. Leur principe de fonctionnement est de l'envoi un signal qui lui est renvoyé par l'obstacle le plus proche dans la direction du lancement. On distingue différents types des signaux (laser, ultrasons et ondes radios). Leur utilisation est possible dans les phases de décollage et d'atterrissage pour mesurer la distance au sol et même pour détecter des murs ou des obstacles.

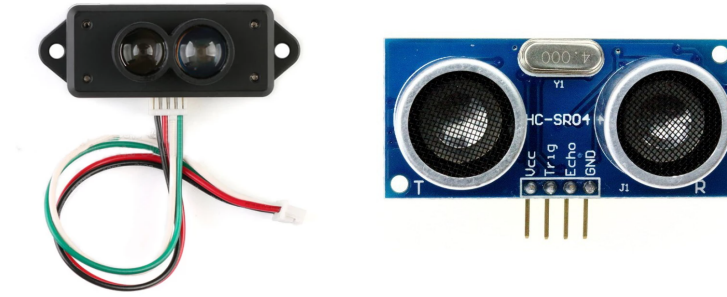


FIGURE 1.17 – Exemples des télémètres

1.5.7 Altimètres barométriques :

L'altimètre barométrique est un capteur utilisé pour déterminer la hauteur entre le niveau de capteur et le niveau de référence. La valeur mesurée du capteur est très sensible aux changements des conditions atmosphériques (rafales de vent).

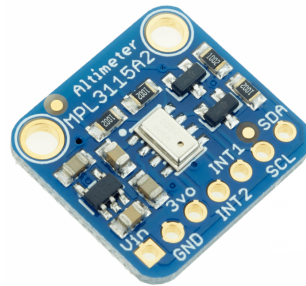


FIGURE 1.18 – Exemple d'un altimètre barométrique

1.5.8 Capteur de vision (caméra) :

Le capteur de vision est l'un des sources d'informations qui peuvent être utilisées pour localiser d'un véhicule dans un environnement. Par contre Le signal GPS peut être faible ou indisponible à certains endroits. L'utilisation des cameras est très utile lors de l'exécution des tâches suivantes : Localisation, navigation et exploration. La stéréovision est une technique de vision fondée sur l'utilisation de plusieurs caméras, cette technique permet d'enrichir l'information en la comparant avec celle d'une vue unique.



FIGURE 1.19 – Exemple d'un camera

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu général sur les drones ainsi que leur classification. Cette dernière a été faite selon la taille de drone et le mode de propulsion. Après, nous avons discuté précisément sur les avantages et les inconvénients du quadrirotor et leurs domaines d'application. Finalement, nous avons présenté une diversité des capteurs techniques utilisés dans le domaine des drones. Il semble évident que les drones ont fait un saut qualitatif dans le domaine de l'automatique.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION DU QUADRIROTOR

Sommaire

2.1 Introduction	21
2.2 Description du quadrirotor	21
2.3 Mouvements du quadrirotor	22
2.3.1 Mouvement de Roulis	22
2.3.2 Mouvement de Tangage	23
2.3.3 Mouvement de Lacet	23
2.3.4 Translation verticale	24
2.3.5 Translation horizontale	24
2.4 Modèle dynamique	25
2.4.1 Matrice de rotation	26
2.4.2 Vitesse linéaire	29
2.4.3 Vitesses angulaires	30
2.4.4 Effets physiques agissants sur le quadrirotor	31
2.4.5 Modèle mathématique selon Newton-Euler	33
2.4.6 Représentation d'état	36
2.4.7 Dynamique des moteurs	37
2.5 Conclusion	38

2.1 Introduction

La modélisation rassemble un ensemble de techniques qui peuvent représenter mathématiquement le système étudié. Cela nécessite une compréhension précise des phénomènes qui se produisent dans le système et la capacité de les exprimer par des équations mathématiques.

La synthèse des lois de contrôle dynamique du système nécessite une modélisation précise de ce dernier afin que le modèle puisse prédire au mieux le comportement du système à diverses excitations (contrôle, interférence...etc). Par conséquent, plus il est détaillé, plus il est fidèle au système. Cependant, cela a entraîné des complications dans la recherche et la synthèse d'éventuelles lois de contrôle. Un compromis doit être fait en adoptant des hypothèses simplifiées afin de pouvoir répondre aux contraintes réelles.

Compte tenu du nombre de phénomènes physiques qui affectent sa dynamique, les quadrirotors sont classés comme le système de vol le plus complexe. Afin de concevoir un contrôleur de vol, nous devons d'abord comprendre profondément le mouvement et la dynamique du système. Cette compréhension est non seulement nécessaire pour la conception du contrôleur, mais également pour garantir que la simulation de l'aéronef représentera le comportement de la manière la plus réaliste possible lors de l'application des commandes.

2.2 Description du quadrirotor

Un drone quadrirotor se compose de quatre hélices, chaque hélice est entraînée par un moteur, et possède une paire d'engrenages, ces engrenages sont utilisés pour réduire la vitesse de rotation puis augmenter le couple généré. Les hélices 1 et 3 tournent dans le sens antihoraire, tandis que les hélices 2 et 4 tournent dans le sens horaire comme indiqué dans la figure (2.1).

le quadrirotor a six degrés de libertés, trois mouvements de rotation et trois mouvements de translation, ces six degrés doivent être commandés à l'aide de quatre déclencheurs seulement, donc c'est un système sous actionné (le nombre des entrées inférieure au nombre des sorties).

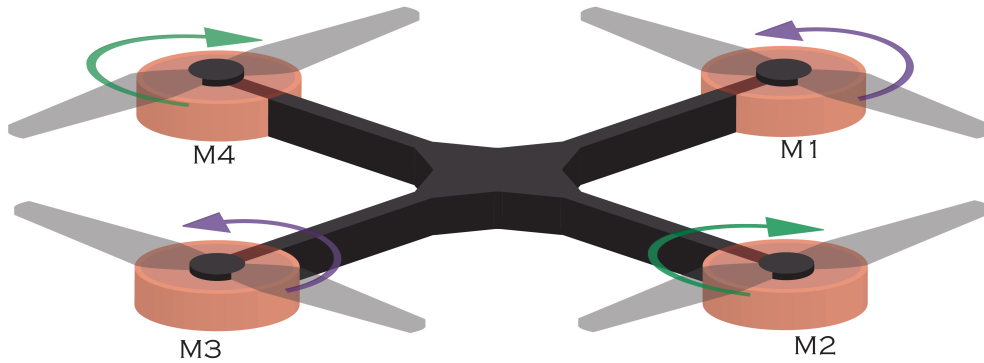


FIGURE 2.1 – Direction de rotation des rotors.

2.3 Mouvements du quadrirotor

Pour réaliser les six mouvements du quadrirotor nous n'avons à notre disposition que quatre actionneurs, par conséquent les mouvements de l'appareil sont couplés ce qui signifie que nous ne pouvons pas effectuer un des mouvements sans en impliquant d'autres. Par exemple en réduisant la vitesse du rotor droit, le quadrirotor s'incline de ce côté et l'équilibre entre les rotors qui tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et les rotors qui tourne dans le sens inverse est perturbé, ce qui implique deux mouvements de rotation appelés roulis et lacet. Le mouvement de rotation de roulis implique un mouvement de translation sur l'axe Y. C'est cette particularité qui permet de commander le quadrirotor sur six degrés de liberté avec seulement quatre actionneurs [21]. Ainsi le quadrirotor a six mouvements (mouvement de roulis, mouvement de tangage, mouvement de lacet, translation verticale, translation sur l'axe X et translation sur l'axe Y).

2.3.1 Mouvement de Roulis

Nous appliquons un couple autour de l'axe x, c'est-à-dire en appliquant une différence de poussée entre le rotor 2 et le rotor 4. Ce mouvement est couplé à un mouvement de translation le long de l'axe y [23], il est montré sur la figure (2.2).

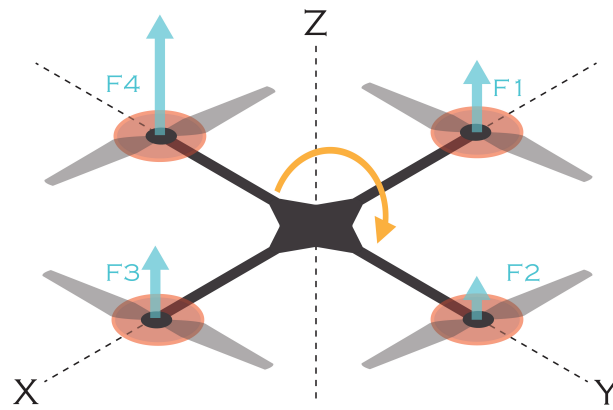


FIGURE 2.2 – Illustration du mouvement de Roulis.

2.3.2 Mouvement de Tangage

Nous appliquons un couple autour de l'axe y , c'est-à-dire en appliquant une différence de poussée entre le rotor 1 et le rotor 3. Ce mouvement est couplé à un mouvement de translation le long de l'axe x [23], il est montré sur la figure (2.3).

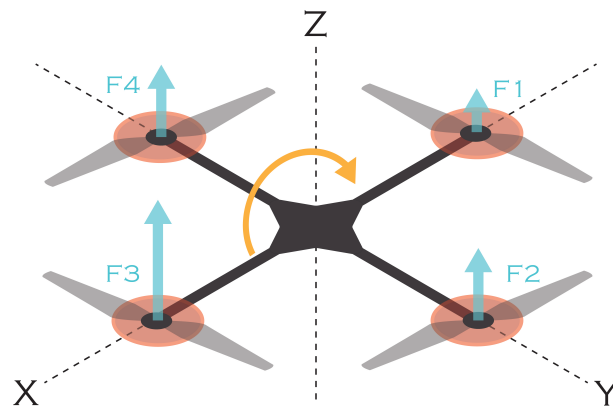


FIGURE 2.3 – Illustration du mouvement de Tangage.

2.3.3 Mouvement de Lacet

Quand les moteurs tournent lors d'une rotation à la même vitesse, le couple anti-rotation est nul et quadri-rotor ne tourne pas, donc nous appliquons un couple autour de l'axe z , c'est-à-dire nous augmentons la vitesse de rotation des deux moteurs $\{1,3\}$ ou $\{2,4\}$, selon l'angle requis sur les lacets [24] [25], il est montré sur la figure (2.4).

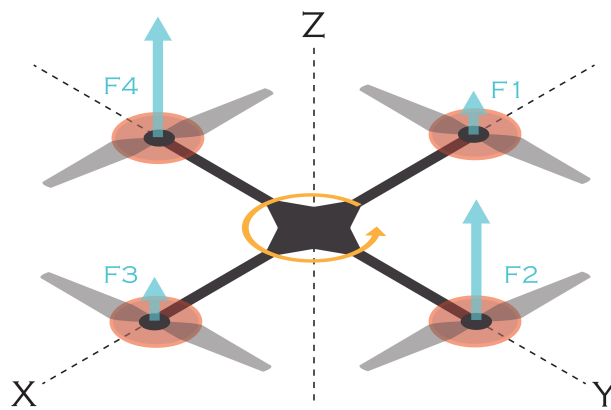


FIGURE 2.4 – Illustration du mouvement de Lacet.

2.3.4 Translation verticale

La force résultante des quatre rotors projetés sur l'axe Z est opposée à la gravité. La somme de ces deux forces détermine la montée ou la descente du quadrirotor. Si la force exercée par le rotor est supérieure à la gravité, l'appareil monte, sinon l'appareil tombe. Si la force des deux forces est égale, le quadcopter fait un vol stationnaire, il est montré sur la figure (2.5).

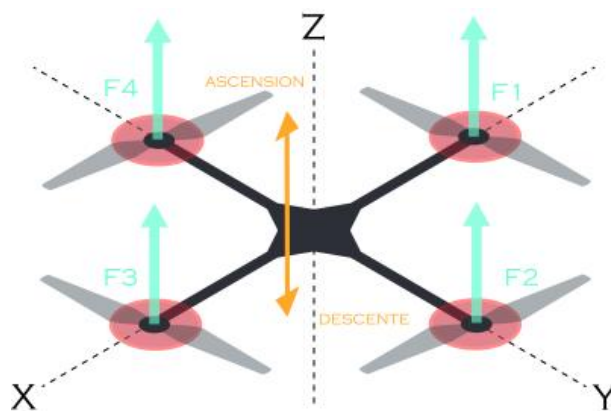


FIGURE 2.5 – Illustration du mouvement de translation verticale.

2.3.5 Translation horizontale

Translation sur l'axe X

Pour effectuer une translation sur l'axe X, il faut effectuer une rotation autour de l'axe Y comme décrit précédemment, tout en tenant compte des conditions nécessaires pour ne pas effectuer de rotation en lacet.

Translation sur l'axe Y

Afin d'effectuer une translation sur l'axe Y, nous devons effectuer une rotation autour de l'axe X tout en respectant les conditions ci-dessus pour éviter la rotation en lacet comme il est montré sur la figure (2.6).

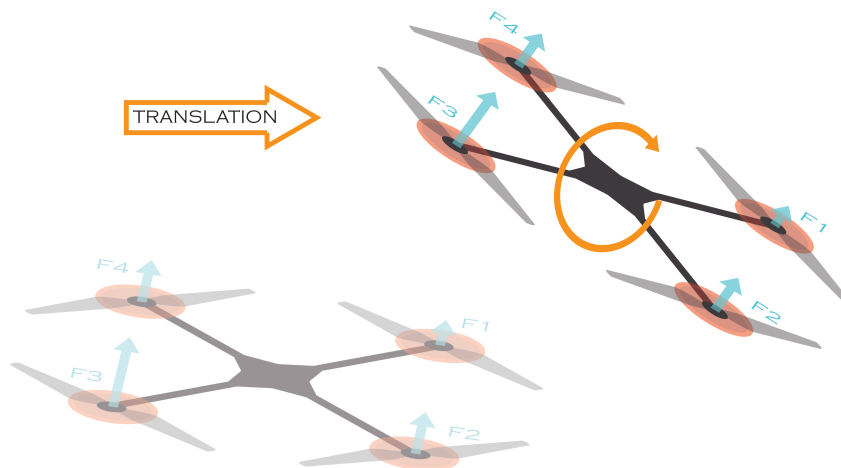


FIGURE 2.6 – Illustration du mouvement de translation horizontale.

2.4 Modèle dynamique

Il est très difficile de modéliser un quadrirotor, parce que la dynamique du système est fortement non linéaire et couplée. Afin de mieux comprendre le modèle dynamique développé ci-dessous, nous considérons les hypothèses suivantes [23] [26] :

- En supposant que la structure du quadrirotor est rigide et symétrique, cela signifie que la matrice L d'inertie est supposée diagonale.
- Le centre de gravité du quadrirotor coïncide avec l'origine du système de coordonnées lié à ce dernier.
- Les hélices doivent être rigides afin de négliger l'effet de leur déformation lors de la rotation.
- Les forces de portance et de traînée sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation du rotor, qui est très approximatif du comportement Aérodynamique.

Afin d'élaborer le modèle mathématique on utilise deux repères, un repère fixe lié à la terre R_0 et un autre mobile lié au centre de masse du quadrirotor R_1 .

Le passage entre le repère mobile et le repère fixe est donné par une matrice dite la matrice de transformation T qui contient l'orientation et la position de repère mobile par rapport au repère fixe.

$$T = \begin{bmatrix} R & \xi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.1)$$

Avec R la matrice de rotation de l'objet mobile, $\xi = [x \ y \ z]^T$ est le vecteur de position. Pour déterminer les éléments de la matrice de rotation R , on utilise les angles d'Euler.

2.4.1 Matrice de rotation

Un quadrirotor nécessite deux trièdres pour le repérer dans l'espace [22], un repère terrestre noté $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$ lié à la terre supposé immobile et un repère lié au corps du quadrirotor noté $R_1(O_1, X_1, Y_1, Z_1)$ (voir la figure (2.7)). Dont l'origine O_1 coïncide avec le centre de gravité G du quadrirotor. Donc les paramètres qui permettent de décrire le mouvement du quadrirotor $(\phi, \theta, \psi, x, y, z, V)$ avec :

- ϕ (angle de roulis) : rotation autour de X_1 ($-\pi < \phi < \pi$).
- θ (angle de tangage) : rotation autour de Y_1 ($-2\pi < \theta < 2\pi$).
- ψ (angle de lacet) : rotation autour de Z_1 ($-\pi < \psi < \pi$).
- x : coordonnée du centre de gravité G du quadrirotor suivant X_0 .
- y : coordonnée du centre de gravité G du quadrirotor suivant Y_0 .
- z : coordonnée du centre de gravité G du quadrirotor suivant Z_0 .
- $\Omega : [p, q, r]^T \in R_0$: la vitesse de rotation du quadrirotor par rapport repère inertiel.
- $V : [u, v, w]^T \in R_0$: la vitesse linéaire liée du quadrirotor par rapport repère inertiel.

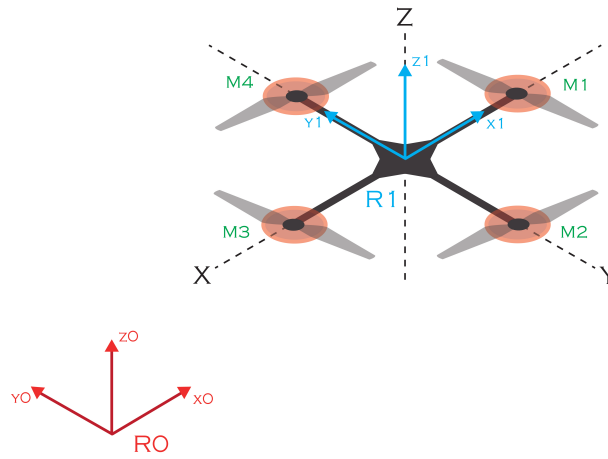


FIGURE 2.7 – Repérage du quadrirotor.

On considère que les centres O_0 et O_1 des deux repères sont confondus, ce qui signifie que le repère R_1 ne fait que des rotations par rapport au repère R_0 . Trois paramètres indépendants sont nécessaires pour décrire complètement l'orientation du repère R_1 par rapport à celle de R_0 . Le passage du repère R_1 vers le repère R_0 se fera par trois rotations en utilisant deux repères intermédiaires R_i et R_j [23].

Passage du repère R_0 vers le repère R_i

La rotation se fait autour de l'axe $x_i = x_0$. On passe du repère R_0 vers R_i en faisant une rotation d'angle ϕ appelé angle de roulis.

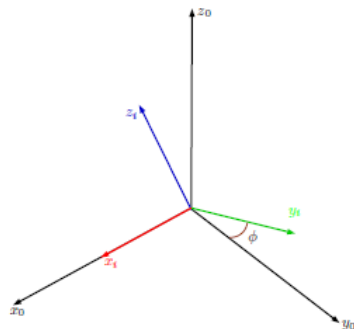


FIGURE 2.8 – Rotation autour de l'xe x.

La représentation est composée de graphiques plats, à partir desquels nous pouvons construire grâce à la matrice, nous avons donc la matrice :

$$R(X_0, \phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (2.4.2)$$

Passage du repère R_i vers le repère R_j

La rotation se fait autour de l'axe $y_j = y_i$. On passe du repère R_i vers le repère R_j en faisant une rotation d'angle θ appelé angle de tangage.

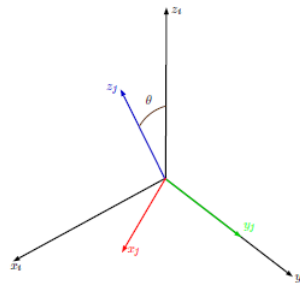


FIGURE 2.9 – Rotation autour de l'xe y.

nous avons donc la matrice :

$$R(Y_0, \theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (2.4.3)$$

Passage du repère R_j vers le repère R_1

La rotation se fait autour de l'axe $z_1 = z_j$. On passe du repère R_j vers le repère R_1 en faisant une rotation d'angle ψ appelé angle de lacet.

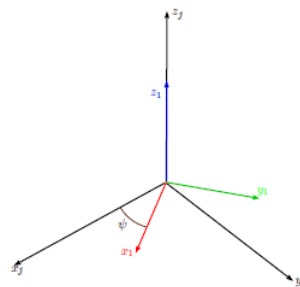


FIGURE 2.10 – Rotation autour de l'xe z.

nous avons donc la matrice :

$$R(Z_0, \psi) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.4.4)$$

Le passage du repère R_1 vers le repère R_0 ou inversement se fait par trois rotations successives de telle sorte que tous les axes de R_1 occupent des positions différentes de celle de R_0 . La matrice de passage de R_1 vers R_0 est donnée par le produit des trois matrices successives, on obtient :

$$R = R(\phi, \theta, \psi) = R(Z_0, \psi)R(Y_0, \theta)R(X_0, \phi) \quad (2.4.5)$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\psi) & -\cos(\phi)\sin(\psi) + \sin(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) & \sin(\phi)\sin(\psi) + \cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) \\ \cos(\theta)\sin(\psi) & \cos(\phi)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) & -\sin(\phi)\cos(\psi) + \cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) \\ -\sin(\theta) & \sin(\phi)\cos(\theta) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{pmatrix}$$

2.4.2 Vitasse linéaire

Soit une base orthonormée constituant un repère fixe. Si le quadrirotor subit trois rotations successives selon les angles aéronautiques on alors :

$$r_{x,y,z}(x, y, z) = R(\phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

$$r_x = (\cos\theta\cos\psi)x + (-\sin\psi\cos\phi + \cos\psi\sin\phi\sin\theta)y + (\sin\psi\sin\phi + \cos\psi\sin\theta\cos\phi)z$$

$$r_y = (\sin\psi\cos\theta)x + (\cos\psi\cos\phi + \sin\psi\sin\phi\sin\theta)y + (-\cos\psi\sin\phi + \sin\psi\cos\phi\cos\theta)z$$

$$r_z = (-\sin\theta)x + (\cos\theta\sin\phi)y + (\cos\theta\cos\phi)z$$

Après plusieurs calculs on trouve la forme finale de la vitesse donnée par l'équation suivante :

$$v^2 = (y^2 + z^2)(\dot{\psi}^2 \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \dot{\phi} \dot{\psi} + \dot{\phi}^2) + (x^2 + z^2)(\dot{\psi}^2 \cos^2 \theta \sin^2 \phi + 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + \cos^2 \phi \dot{\theta}^2) + (x^2 + y^2)(\dot{\psi}^2 \cos^2 \phi \sin^2 \theta - 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + \sin^2 \phi \dot{\theta}^2) + 2xy(\dot{\psi}^2 (\sin \phi \sin \theta \cos \theta) + \dot{\psi} (\cos \phi \sin \theta \dot{\theta} - \sin \phi \cos \phi \dot{\theta}) - \cos \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) + 2xz(\dot{\psi}^2 (\cos \phi \sin \theta \cos \theta) + \dot{\psi} (-\cos \phi \cos \theta \dot{\phi} - \sin \phi \sin \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) + 2yz(-\dot{\psi}^2 (\sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta) + \dot{\psi} (\sin^2 \phi \cos \theta \dot{\theta} - \cos^2 \phi \cos \theta \dot{\theta}) - \sin \phi \cos \phi \dot{\phi} \dot{\theta}^2)$$

Les vitesses linéaires v_x^0, v_y^0, v_z^0 dans le repère fixe en fonction des vitesses linéaires v_x^1, v_y^1, v_z^1 dans le repère mobile sont données par :

$$v = \begin{bmatrix} v_x^0 \\ v_y^0 \\ v_z^0 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} v_x^1 \\ v_y^1 \\ v_z^1 \end{bmatrix} \quad (2.4.7)$$

2.4.3 Vitesses angulaires

Nous posons les vitesses de rotations Ω_1, Ω_2 et Ω_3 dans le repère fixe, ces vitesses sont exprimées en fonction des vitesses $\dot{\phi}, \dot{\theta}$ et $\dot{\psi}$ dans le repère mobile. Au début les deux repères sont confondus et la rotation de Roulis a lieu, viens ensuite une rotation de Tangage le vecteur de vitesse doit être exprimé dans le repère fixe, on multiplie donc le vecteur $\dot{\theta}$ par $R(X_0, \phi)^{-1}$, et enfin nous avons la rotation de Lacet et pour exprimer le vecteur de vitesse $dot{\psi}$ dans le repère fixe on le multiplie par $[R(Y_0, \theta)R(X_0, \phi)]^{-1}$ [24].

Nous avons donc :

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + R(X_0, \phi)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + [R(Y_0, \theta)R(X_0, \phi)]^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (2.4.8)$$

Alors on obtenu :

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \cos(\phi) \\ -\dot{\theta} \sin(\phi) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\dot{\psi} \sin(\theta) \\ \dot{\psi} \sin(\phi) \cdot \cos(\theta) \\ \dot{\psi} \cos(\phi) \cdot \cos(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin(\theta) \\ \dot{\theta} \cos(\phi) + \dot{\psi} \sin(\phi) \cos(\theta) \\ \dot{\psi} \cos(\phi) \cos(\theta) - \dot{\theta} \sin(\phi) \end{pmatrix}$$

Si on suppose que le quadrirotor fait de petites rotations de roulis et de tangage nous pouvons approximer comme suit : $\cos(\phi) = \cos(\theta) = 1$ et $\sin(\phi) = \sin(\theta) = 0$ donc la vitesse angulaire pourra s'écrire comme suit :

$$\Omega = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (2.4.9)$$

2.4.4 Effets physiques agissants sur le quadrirotor

Les forces :

Les forces agissant sur le système sont :

— **La gravité :**

Elle est donnée comme suit :

$$P = mg \quad (2.4.10)$$

Avec m la masse du quadrirotor et $g = 9.81m/s^2$.

— **Les forces de poussées :**

Qui sont les forces provoquées par la rotation du moteur sont-elles perpendiculaire au plan de l'hélice.

$$F_i = b\omega_i^2 \quad (2.4.11)$$

Avec $i = \{1,2,3,4\}$ et b le coefficient de portance des hélices, il dépend de leurs formes, du nombre de pales et de la densité de l'air.

— **Les forces de traînée :**

La traînée est la force qui s'oppose au mouvement d'un corps dans un liquide ou un gaz, elle agit comme un frottement.

- **La traînée dans les hélices :** Elle agisse sur les pales, cette force est proportionnelle au carré de la vitesse de rotation, elle est donnée par la relation suivante :

$$T_h = d\omega_i^2 \quad (2.4.12)$$

Avec $i = \{1,2,3,4\}$ et d le coefficient de drag, il dépend de la fabrication de l'hélice.

- **La traînée selon les axes :** Elle est due au mouvement du quadrirotor et est donnée comme suit :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{ftx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fity} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{ftz} \end{bmatrix} V \quad (2.4.13)$$

Avec $K_{ftx}, K_{fity}, K_{ftz}$ les coefficients de traînée de translation et V la vitesse linéaire.

Les moments :

Les moments agissant sur le quadrirotor sont différents. Ces moments sont dus aux forces de poussée et de traînée et aux effets gyroscopiques.

— Moments dus aux forces de poussées :

- **Autour de l'axe des x :** Lors d'une rotation autour de l'axe x, qui est due à une différence entre les forces de portances des rotors 2 et 4, nous obtenons un moment :

$$M_x = l(F_4 - F_2) = lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (2.4.14)$$

Avec l est la distance entre le centre de masse du quadri-rotor et l'axe de rotation du rotor.

- **Autour de l'axe des y :** Lors d'une rotation autour de l'axe y, qui est due à une différence entre les forces de portances des rotors 1 et 3, nous obtenons un moment :

$$M_y = l(F_3 - F_1) = lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (2.4.15)$$

Avec l est la distance entre le centre de masse du quadrirotor et l'axe de rotation du rotor.

— Moments dus aux forces de traînée :

- Elle est due à un couple réactif provoqué par les couples de traînée dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (2.4.16)$$

- Les frottements aérodynamiques induisent des moments :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\varphi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad (2.4.17)$$

Avec $K_{fax}, K_{fay}, K_{faz}$ les coefficients de frottement aérodynamiques et $\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ les vitesses angulaires.

— Moments dus aux effets gyroscopiques :

L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante, l'effet gyroscopique est ainsi nommé

en référence au mode de fonctionnement du gyroscope. Nous avons donc deux moments gyroscopiques :

- **Moment gyroscopique du quadrirotor** : Ce sont les moments générés par la rotation du quadrirotor lui-même, et ils sont décrits par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J\Omega \quad (2.4.18)$$

avec J l'inertie du système.

- **Moment gyroscopique des hélices** : Ce sont les Moments dus aux rotations des hélices sur leurs axes, ils sont définis comme suit :

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r \begin{bmatrix} 0 & 0 & (-1)^{i+1} \omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_r \dot{\theta} \bar{\Omega} \\ -J_r \dot{\phi} \bar{\Omega} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.19)$$

Avec J_r l'inertie des rotors et $\bar{\Omega} = \omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4$

2.4.5 Modèle mathématique selon Newton-Euler

La méthode Newton-Euler est une des méthodes les plus utilisées dans la modélisation de robots, elle consiste en les équations suivantes [25] :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ m\ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\Omega = M_{gm} + M_f + M_a + M_{gh} \end{cases} \quad (2.4.20)$$

Avec :

- ξ : le vecteur de position du quadrirotor.
- m : la masse totale du quadrirotor.
- Ω : le vecteur de vitesse angulaire exprimé dans le repère fixe.
- R : la matrice de rotation.

— J : la matrice d'inertie symétrique :

$$J = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \quad (2.4.21)$$

— $S(\Omega)$: la matrice antisymétrique au vecteur Ω , elle est de la forme suivante :

$$S(\Omega) = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.4.22)$$

— F_f : la force de poussée totale générée par les quatre rotors :

$$F_f = R \times \left[0 \quad 0 \quad \sum_{i=0}^4 F_i \right]^T \quad (2.4.23)$$

— F_t : la force de trainée selon les axes (x, y, z) est donnée comme suit :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{ftx}\dot{x} \\ -K_{ftx}\dot{y} \\ -K_{ftx}\dot{z} \end{bmatrix} \quad (2.4.24)$$

— F_g : la force de gravité et elle est donnée par :

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (2.4.25)$$

— M_f : moment provoqué par les forces de poussée et de trainée :

$$M_f = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (2.4.26)$$

Equation de mouvement de translation

Le modèle de Newton-Euler nous donne :

$$m\ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g \quad (2.4.27)$$

Nous faisons les transformations nécessaires pour réaliser :

$$M \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi).\sin(\theta).\cos(\psi) + \sin(\psi).\sin(\phi) \\ \cos(\phi).\sin(\theta).\sin(\psi) - \sin(\phi).\cos(\psi) \\ \cos(\phi).\cos(\theta) \end{bmatrix} \sum_{i=0}^4 F_i + \begin{bmatrix} -K_{ftx}\dot{x} \\ -K_{fty}\dot{y} \\ -K_{ftz}\dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (2.4.28)$$

Par conséquent, nous obtenons l'équation différentielle suivante qui définit le mouvement de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m}(\cos(\phi).\sin(\theta).\cos(\psi) + \sin(\psi).\sin(\phi)) \left(\sum_{i=0}^4 F_i \right) - \frac{K_{ftx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m}(\cos(\phi).\sin(\theta).\sin(\psi) + \sin(\phi).\cos(\psi)) \left(\sum_{i=0}^4 F_i \right) - \frac{K_{fty}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m}(\cos(\phi).\cos(\theta)) \left(\sum_{i=0}^4 F_i \right) - \frac{K_{ftz}}{m} \dot{z} - g \end{cases} \quad (2.4.29)$$

Equation de mouvement de rotation

L'équation de rotation est donnée par :

$$J\dot{\Omega} = M_{gm} + M_f + M_a + M_{gh} \quad (2.4.30)$$

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{ftx}\dot{\phi}^2 \\ K_{fty}\dot{\theta}^2 \\ K_{ftz}\dot{\psi}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_r\dot{\theta}\bar{\Omega} \\ -J_r\dot{\phi}\bar{\Omega} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.31)$$

$$\begin{cases} I_x\ddot{\phi} = -\dot{\theta}\dot{\psi}(I_z - I_y) - J_r\bar{\Omega}\dot{\theta} - K_{fax}\dot{\phi}^2 + lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) - J_r\bar{\Omega}\dot{\theta} - K_{fay}\dot{\theta}^2 + lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ I_z\ddot{\psi} = -\dot{\theta}\dot{\phi}(I_y - I_x) - K_{fay}\dot{\psi}^2 + lb(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (2.4.32)$$

Maintenant, nous pouvons construire un modèle complet qui contrôle le quadrirotor :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_r}{I_x}\bar{\Omega}\dot{\theta} - \frac{K_{fax}}{I_x}\dot{\phi}^2 + \frac{U_2}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}\frac{(I_z - I_x)}{I_y} - \frac{J_r}{I_y}\bar{\Omega}\dot{\phi} - \frac{K_{fay}}{I_y}\dot{\theta}^2 + \frac{U_3}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \dot{\theta}\dot{\phi}\frac{(I_x - I_y)}{I_z} - \frac{K_{faz}}{I_z}\dot{\psi}^2 + \frac{U_4}{I_z} \\ \ddot{x} = \frac{(\cos(\phi).\sin(\theta).\cos(\psi) + \sin(\psi).\sin(\phi))}{m}U_1 - \frac{K_{ftx}}{m}\dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{(\cos(\phi).\sin(\theta).\sin(\psi) - \sin(\phi).\cos(\psi))}{m}U_1 - \frac{K_{fity}}{m}\dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{(\cos(\phi).\cos(\theta))}{m}U_1 - \frac{K_{ftz}}{m}\dot{z} - g \end{array} \right. \quad (2.4.33)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.4.34)$$

2.4.6 Représentation d'état

Nous réécrivons le modèle mathématique comme un modèle d'état. Pour cela, nous posons :

$$X = [\varphi \quad \dot{\varphi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z}]^T$$

Tels que :

$$X = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]^T$$

Enfin, nous obtenons la représentation d'état suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega} x_4 + b_1 U_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega} x_2 + b_2 U_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 U_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{\cos(x_1)\cos(x_5)\sin(x_3)+\sin(x_1)\sin(x_5)}{m} U_1 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{\cos(x_1)\sin(x_5)\sin(x_3)-\sin(x_1)\cos(x_5)}{m} U_1 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos(x_1)\cos(x_3)}{m} U_1 - g \end{array} \right. \quad (2.4.35)$$

Avec :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{I_y - I_z}{I_x}, a_2 = -\frac{K_{fax}}{I_x}, a_3 = -\frac{I_r}{I_x}, a_4 = \frac{I_z - I_x}{I_y}, a_5 = -\frac{K_{fay}}{I_y}, a_6 = \frac{I_r}{I_y}, \\ a_7 &= \frac{I_x - I_y}{I_z}, a_8 = -\frac{K_{faz}}{I_z}, a_9 = -\frac{K_{ftx}}{m}, a_{10} = -\frac{K_{fity}}{m}, a_{11} = -\frac{K_{ftz}}{m}, \\ b_1 &= \frac{1}{I_x}, b_2 = \frac{1}{I_y}, b_3 = \frac{1}{I_z} \end{aligned}$$

2.4.7 Dynamique des moteurs

Considérant les moteurs utilisés sont des moteurs à courant continue sans balais, donc la dynamique du rotor est rapprochée à celle d'un moteur à courant continu, les équations différentielles suivantes décrivent cette dynamique [27] :

$$J_r \dot{\omega}_i = \tau_i - Q_i, \quad i \in 1, 2, 3, 4 \quad (2.4.36)$$

avec τ_i est le couple d'entrée, $Q_i = d\Omega_i^2$ est le couple résistant généré par chaque rotor. Avant de pouvoir commander les moteurs il faut trouver la vitesse désirée de chaque moteur, pour cela nous utiliserons la formule suivante [25] :

$$\omega_d = M^{-1} U \quad (2.4.37)$$

Avec $\omega_d = (\omega_{d1}^2, \omega_{d2}^2, \omega_{d3}^2, \omega_{d4}^2)$, $U = (U_1, U_2, U_3, U_4)^T$ et M est une matrice inversible obtenu à partir de l'équation précédente.

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix}$$

À l'aide des couples τ_i on veut synthétiser un contrôleur pour que Ω_i tend vers Ω_d , tel que $\tilde{\omega}_i = \Omega_i - \Omega_d$ s'agit d'une erreur de vitesse.

La loi de commande est donnée par :

$$\tau_i = Q_i + J_r \dot{\omega}_{d,i} - K_i \tilde{\omega}_i \quad (2.4.38)$$

En substituant la loi de commande dans (2.4.36), on obtient :

$$\dot{\tilde{\omega}} = -\frac{K_i}{J_r} \tilde{\omega}_i \quad (2.4.39)$$

La convergence exponentielle de $\tilde{\omega}$ vers zéro est montrée par la relation précédente, par conséquence les commandes convergent vers ces valeurs désirées, ainsi la stabilité du quadrirotor est assurée. Pour commander le quadrirotor on doit obtenir les tensions d'entrée nécessaire pour alimenter chaque moteur, ce qui nous permet de commander les moteurs par ces tensions d'alimentation. Comme les moteurs utilisés sont petits et identiques, ils ont donc une inductance faible. Par conséquent la dynamique des moteurs peut être approximée comme suit [26] :

$$v_i = \frac{R_a}{K_m K_g} \tau_i + K_m K_g \Omega_i \quad (2.4.40)$$

où R_a et K_m sont la résistance et la constant du couple de moteur respectivement et K_g est un gain du réducteur.

2.5 Conclusion

Ce chapitre est consacré à la modélisation mathématique d'un engin volants miniature de type quadrirotor. Afin de décrire le comportement dynamique du quadrirotor. Nous avons présenté une modélisation mathématique pour un corps rigide à 6-DDL basée sur le formalisme de Newton-Euler. À partir du modèle obtenu, nous pouvons conclure que le quadrirotor est un système non linéaire, qui a une forte interaction entre les états sous entraînement. Dans les chapitres suivants nous allons étudier des techniques de commande pouvant être appliquées au drone quadrirotor.

CHAPITRE 3

COMMANDE PAR MODE GLISSANT

Sommaire

3.1 Introduction	40
3.2 La commande à structure variable	40
3.3 Principe de la commande par mode de glissement	41
3.3.1 Choix des surfaces de glissement	41
3.3.2 Condition d'existence du régime glissant	41
3.3.3 Condition de convergence	41
3.3.4 Calcul de la commande	42
3.3.5 Phénomène du chattering	43
3.4 Structures du contrôle par mode de glissement	46
3.4.1 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande	46
3.4.2 Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état	46
3.4.3 Structure de régulation avec ajout de la commande équivalente	46
3.5 Application de la commande sur le quadrirotor	47
3.6 Simulation et résultats	49
3.7 Conclusion	52

3.1 Introduction

Dans la plupart des applications de robotique aérienne, les régulateurs classiques deviennent impuissants et donnent généralement des résultats moins efficaces. Cependant, ces dernières années, avec l'émergence de nouvelles plateformes et de nouvelles exigences, de plus en plus de recherches se sont orientées vers des commandes non linéaires robustes qui fournissent des résultats acceptables dans des larges domaines de fonctionnement. Parmi ces techniques, on trouve la commande par mode de glissement qui, depuis longtemps, fait l'objet de nombreuses études [18] [13] [7] [6] [5].

À travers les recherches théoriques rapportées, la commande par mode glissant a largement prouvé son efficacité. L'avantage que procure une telle commande et qui la rend aussi importante est sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle. Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients : un phénomène de chattering qui peut causer l'instabilité et qui a un effet néfaste sur les actionneurs.

3.2 La commande à structure variable

La commande à structure variable (VSC) est une commande non linéaire discontinue, dans laquelle la structure du contrôleur change entre les deux structures, passant d'une valeur à une autre selon le signe de l'hyperplan de l'espace d'état du système pour forcer le point représentatif de son mouvement à rester sur cet hyperplan, on l'appelle donc un régime glissant idéal, le but est d'obtenir une meilleure stabilité et précision que les régulateurs traditionnels n'obtiennent habituellement.

Cette commande est très connue par sa robustesse envers les incertitudes internes, externes et aux phénomènes ayant été omis dans la modélisation. Elle n'affecte plus ce nouveau régime qui n'est contrôlé que par une commande appelée commande équivalente. Cette dernière n'a rien à voir avec les changements de paramètres et les perturbations, le système contrôlé est alors totalement insensible aux paramètres incertains et aux perturbations.

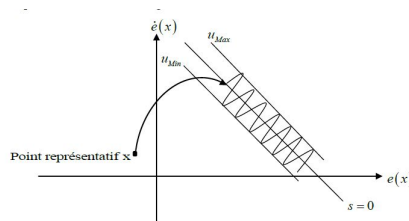


FIGURE 3.1 – Commande à structure variable.

3.3 Principe de la commande par mode de glissement

3.3.1 Choix des surfaces de glissement

Généralement, le choix du nombre des surfaces de glissement est égal à la dimensionnalité du vecteur de contrôle. Afin d'assurer que la variable d'état x converge vers sa valeur de référence x^* , la forme de la surface dans le plan de phase est exprimée par :

$$S_i = \left[\frac{d}{dt} + \lambda \right]^{r-1} e_i \quad (3.3.1)$$

Avec $e_i = x_i - x_{id}$

Où : x est la variable à réguler, e est l'erreur de réglage, λ est une constante positive qui interprétera la bande passante du contrôle désiré et r est le degré relatif du système.

3.3.2 Condition d'existence du régime glissant

Environ la surface de glissement, si et seulement si tous les trajectoires du système sont orientées vers elle alors il existe un régime glissant sur cette surface.

3.3.3 Condition de convergence

Soit le système dynamique non linéaire affine en commande décrit par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)U \quad (3.3.2)$$

Où $x \in X$ est le vecteur d'état, $f \in \mathbb{R}^n$ et $g \in \mathbb{R}^n$. En déterminant une fonction de Lyapunov $V(x) > 0$ pour $\forall x \in \mathbb{R}$ décroissante dans le temps pour trouver une commande qui assure cette décroissance en rendant négative la dérivée de la fonction de Lyapunov.

Donc on peut choisir la fonction suivante :

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (3.3.3)$$

Avec $S(x)$ est la distance du point x de la surface de glissement $S(x) = 0$.

Par la suite on est obligée d'assurer que :

$$V = S(x)\dot{S}(x) < 0 \quad (3.3.4)$$

Cette condition garantit que le point représentatif de l'évolution du système dans l'espace de phase peut être conservé sur la surface $S(x) = 0$ qui est choisie de façon à priori.

3.3.4 Calcul de la commande

L'idée de base de la commande par régime glissant est premièrement d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée, puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra toujours le système dans cette région. En résumé, les deux composants de la commande sont :

$$U = U_{equivalente} + U_{attractive} \quad (3.3.5)$$

$U_{equivalente}$: La commande équivalente ou nominale, est déterminée par le modèle du système, on peut la considérer comme la valeur moyenne continue que prend la commande lors d'une commutation rapide entre deux valeurs U_{max} et U_{min} , il est illustré dans la figure (3.2).

$U_{attractive}$: Correspond à la commande qui garantit l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface et satisfait la condition $S(x)\dot{S}(x) < 0$

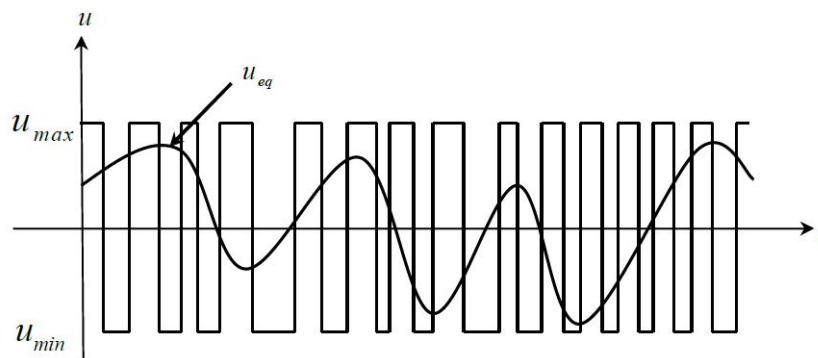


FIGURE 3.2 – La valeur continue U_{eq} prise par la commande lors de la commutation entre U_{max} et U_{min} .

En régime de glissement idéal, l'expression des surfaces et de leurs dérivées sont nulles, ceci se traduit par :

$$\begin{cases} U_x = 0 \\ S(x) = 0 \\ \dot{S}(x) = 0 \end{cases} \quad (3.3.6)$$

$$\dot{S}(x) = \frac{dS}{dt} = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T \frac{dx}{dt} + \frac{\partial S}{\partial t} = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T \left(f(x) + g(x)U_{eq}\right) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (3.3.7)$$

Où U_{eq} la commande équivalente définie par l'équation suivante :

$$U_{eq} = -\left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T g(x)\right]^{-1} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T f(x) + \frac{\partial S}{\partial t}\right] \quad (3.3.8)$$

Avec la condition de transversalité :

$$\det\left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T g(x)\right] \neq 0 \quad (3.3.9)$$

Le régime idéal ne peut presque jamais être atteint, donc le deuxième élément de commande doit être utilisé pour restaurer l'état à l'état de surface lorsque le système dévie. Par conséquent, il est recommandé de prendre :

$$U_{att} = \dot{S}(x) = -K.sign(S(x)) \quad (3.3.10)$$

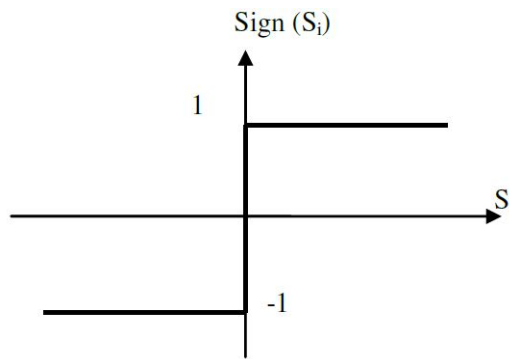


FIGURE 3.3 – Représentation de la fonction sign.

3.3.5 Phénomène du chattering

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner un phénomène de broutement, appelé réticence ou "chattering". Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement. Les principales raisons à l'origine de ce phénomène sont les limitations des actionneurs ou les retards de commutation au niveau de la commande. Ces commutations détériorent la précision de la commande et peuvent s'avérer néfastes pour l'organe de commande

en provoquant une détérioration prématurée des systèmes mécaniques et une élévation de température dans les systèmes électriques (perte d'énergie non négligeable).

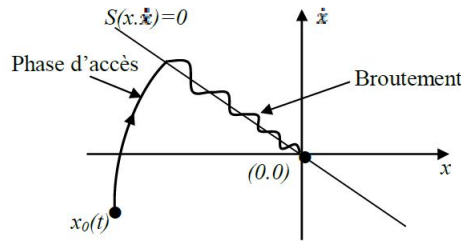


FIGURE 3.4 – phénomène de chattering.

Dans le but de réduire ou éliminer ce phénomène, plusieurs solutions ont été proposées :

La fonction saturation

Elle consiste à remplacer la fonction "sign" par une approximation continue, du type grand gain, uniquement dans un voisinage de la surface. Dans ce cas la commande devient :

$$u = -Ksat(s) \tag{3.3.11}$$

tel que la fonction « sat » est donnée par :

$$Sat(S) = \begin{cases} Sat(S) = 1 & si \quad S > \varepsilon \\ Sat(S) = -1 & si \quad S < -\varepsilon \\ Sat(S) = \frac{S}{\varepsilon} & si \quad |S| < \varepsilon \end{cases} \tag{3.3.12}$$

ε : un paramètre petit et positif.

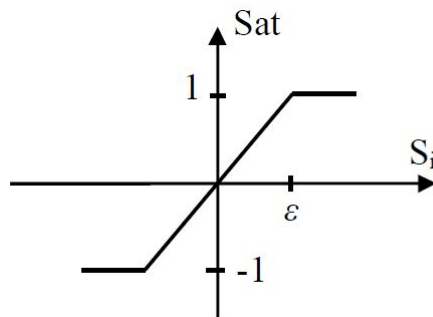


FIGURE 3.5 – Définition de la fonction saturation (SAT).

La fonction «cont»

La fonction signe est remplacée par une fonction de lissage « cont ». Dans ce cas la commande devient :

$$u = -Kcont(s) \tag{3.3.13}$$

Tel que :

$$cont(S) = \begin{cases} \frac{S}{S+\sigma} & \text{si } |S| < \Phi \text{ avec } \sigma > 0 \\ \text{sing}(S) & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.3.14}$$

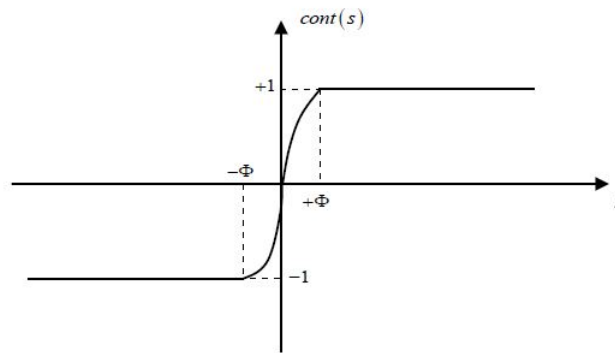


FIGURE 3.6 – La fonction de « cont ».

On peut aussi la remplacer par une fonction de classe C1. On donne dans la figure (3.7) un exemple de ce type de fonction.

$$smooth(S) = \tanh(S) = \frac{S(x)}{|S(x)| + \epsilon} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \tag{3.3.15}$$

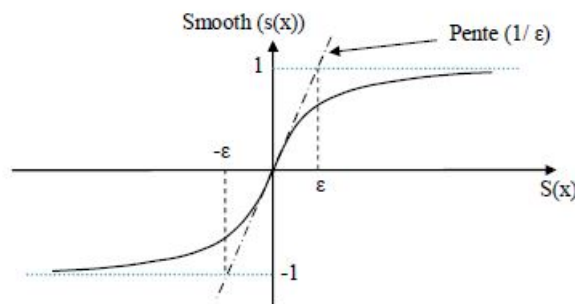


FIGURE 3.7 – La fonction de classe C1 «SMOOTH».

3.4 Structures du contrôle par mode de glissement

3.4.1 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande

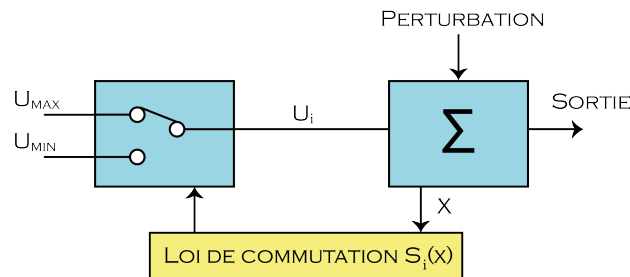


FIGURE 3.8 – Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.

3.4.2 Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état

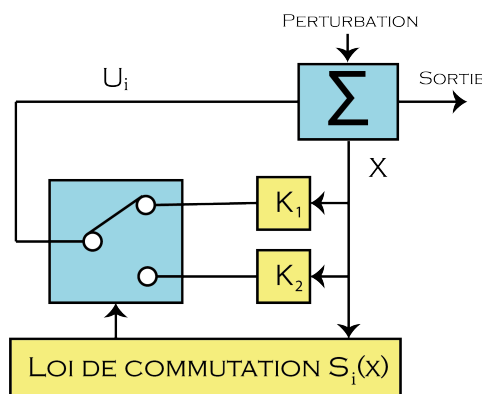


FIGURE 3.9 – Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état.

3.4.3 Structure de régulation avec ajout de la commande équivalente

On s'intéresse dans notre étude par cette structure.

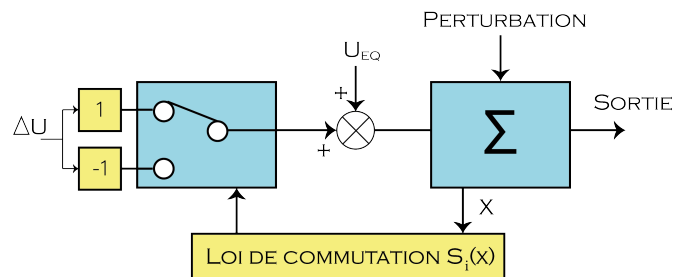


FIGURE 3.10 – Structure de régulation par ajout de la commande équivalente.

3.5 Application de la commande sur le quadrirotor

On peut décrire les sous-système de rotation et translation sous la forme générale suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} \\ \dot{x}_{i+1} = f(x) + g(x).u \end{cases} \quad (3.5.1)$$

Le degré relatif de notre système est $r = 2$, donc le choix du surface de glissement comme suit :

$$S_x = \dot{e}_i + \lambda_i e_i \quad (3.5.2)$$

Avec : $\lambda_i > 0$, $e_i = x_{id} - x_i$, $\dot{e}_i = e_{i+1}$

Nous supposons la fonction de Lyapunov comme suit :

$$V(S_i) = \frac{1}{2} S_i^2 \quad (3.5.3)$$

Donc :

$$\dot{V}(S_i) = S_i \dot{S}_i \quad (3.5.4)$$

Pour vérifier la condition nécessaire de glissement et assurer la stabilité au sens de Lyapunov il suffit que : $\dot{V}(S_i) < 0$

Alors, il faut bien que :

$$\dot{S}_i = -K_i \text{sign}(S_i) \quad (3.5.5)$$

On a :

$$\begin{aligned} \dot{S}_i &= \ddot{e}_i + \lambda_i \dot{e}_i \\ \dot{S}_i &= \ddot{x}_{id} - \dot{x}_{i+1} + \lambda_i \dot{e}_i \end{aligned} \quad (3.5.6)$$

On remplace (3.5.1) dans (3.5.6), on trouve :

$$\dot{S}_i = \ddot{x}_{id} - f(x) - g(x)u + \lambda_i e_{i+1} \quad (3.5.7)$$

Donc d'après (3.5.5) et (3.5.7), on obtient la commande suivante :

$$u = \frac{1}{g(x)} \left(K_i \text{sign}(S_i) - f(x) + \ddot{x}_{id} + \lambda_i e_{i+1} \right) \quad (3.5.8)$$

D'après notre système, on choisie les surfaces de glissement suivantes :

$$\begin{cases} S_\phi = e_2 + \lambda_1 e_1 \\ S_\theta = e_4 + \lambda_2 e_3 \\ S_\psi = e_6 + \lambda_3 e_5 \\ S_x = e_8 + \lambda_4 e_7 \\ S_y = e_{10} + \lambda_5 e_9 \\ S_z = e_{12} + \lambda_6 e_{11} \end{cases} \quad (3.5.9)$$

En suivre les mêmes étapes ont appliqué à chaque sous-système, on trouve les commandes comme suit :

$$\begin{cases} u_2 = \frac{1}{b_1} (K_1 \text{sign}(S_\phi) - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega} x_4 + \ddot{\phi}_d + \lambda_1 e_2) \\ u_3 = \frac{1}{b_2} (K_2 \text{sign}(S_\theta) - a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4^2 - a_6 \bar{\Omega} x_2 + \ddot{\theta}_d + \lambda_2 e_4) \\ u_3 = \frac{1}{b_3} (K_3 \text{sign}(S_\psi) - a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 + \ddot{\psi}_d + \lambda_3 e_6) \end{cases} \quad (3.5.10)$$

$$\begin{cases} u_1 = \frac{m}{\cos\phi \cos\theta} (K_4 \text{sign}(S_z) - a_{11} x_{12} + g + \ddot{z}_d + \lambda_4 e_{12}) \\ u_x = \frac{m}{u_1} (K_5 \text{sign}(S_x) - a_9 x_8 + \ddot{x}_d + \lambda_5 e_8) \mid u_1 \neq 0 \\ u_y = \frac{m}{u_1} (K_6 \text{sign}(S_y) - a_{10} x_{10} + \ddot{y}_d + \lambda_6 e_{10}) \mid u_1 \neq 0 \end{cases} \quad (3.5.11)$$

La commande des angles de roulis et de tangage c'est une étape intermédiaire pour réaliser la commande en translation suivant l'axe x et l'axe y, les deux commandes u_x et u_y seront utilisées pour générer les angles désirées ϕ_d et θ_d

D'après le modèle du système on a :

$$\begin{cases} u_x = (\cos\phi \cos\psi \sin\theta + \sin\phi \sin\psi) \\ u_y = (\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi) \end{cases} \quad (3.5.12)$$

A partir l'équation (3.5.12), on trouve :

$$\begin{cases} \phi_d = \sin^{-1}(\sin\phi_d u_x - \cos\psi_d u_y) \\ \theta_d = \sin^{-1}\left(\frac{\cos\phi_d u_x - \sin\psi_d u_y}{\cos\phi_d}\right) \end{cases} \quad (3.5.13)$$

3.6 Simulation et résultats

Après avoir exprimé les commandes nous allons les utiliser pour déterminer les expressions des vitesses de rotation des moteurs :

À partir de l'équation (2.4.34) nous obtenons :

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} - \frac{U_3}{2lb} - \frac{U_4}{4d} \right|} \\ \omega_2 = \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} - \frac{U_2}{2lb} + \frac{U_4}{4d} \right|} \\ \omega_3 = \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} + \frac{U_3}{2lb} - \frac{U_4}{4d} \right|} \\ \omega_4 = \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} + \frac{U_2}{2lb} + \frac{U_4}{4d} \right|} \end{cases} \quad (3.6.1)$$

Les commandes U_1 , U_2 , U_3 et U_4 sont reconstruites à partir des expressions des vitesses des moteurs par l'équation (2.4.34).

Les paramètres que nous avons utilisés sont présentés dans le tableau suivant [13] :

Paramètre	Valeur	Unité
m	0.486	kg
g	9.81	$m.s^{-2}$
l	2.491×10^{-1}	m
b	2.9947×10^{-5}	$N.sec^2$
d	3.232×10^{-7}	$N.m.sec^2$
Jr	2.838×10^{-5}	$Kg.m^2$
Ix	8.3×10^{-3}	$Kg.m^2$
Iy	8.3×10^{-3}	$Kg.m^2$
Iz	7.13×10^{-3}	$Kg.m^2$

TABLEAU 3.1 – Paramètres physiques du quadrirotor

Dans cette section, nous montrons une série de résultats de simulation de la commande par mode glissant développé ci-dessus à la commande du modèle dynamique du quadrirotor.

Les valeurs initiales sont définies comme suit : $\xi(0) = [0 \ 0 \ 0.2]^T m$ et $\eta(0) = [0 \ 0 \ 0]^T rad$.

Les paramètres choisis de notre régulateur (on a utilisé la méthode d'essai erreur) :

i	1	2	3	4	5	6
λ_i	100	100	100	100	100	100
K_i	$6 * 10^{-3}$	$7.5 * 10^{-3}$	$1.4 * 10^{-3}$	$1.45 * 10^{-3}$	$1.3 * 10^{-3}$	$1.4 * 10^{-3}$

TABLEAU 3.2 – Paramètres des régulateurs.

Le modèle SIMULINK est le suivante :

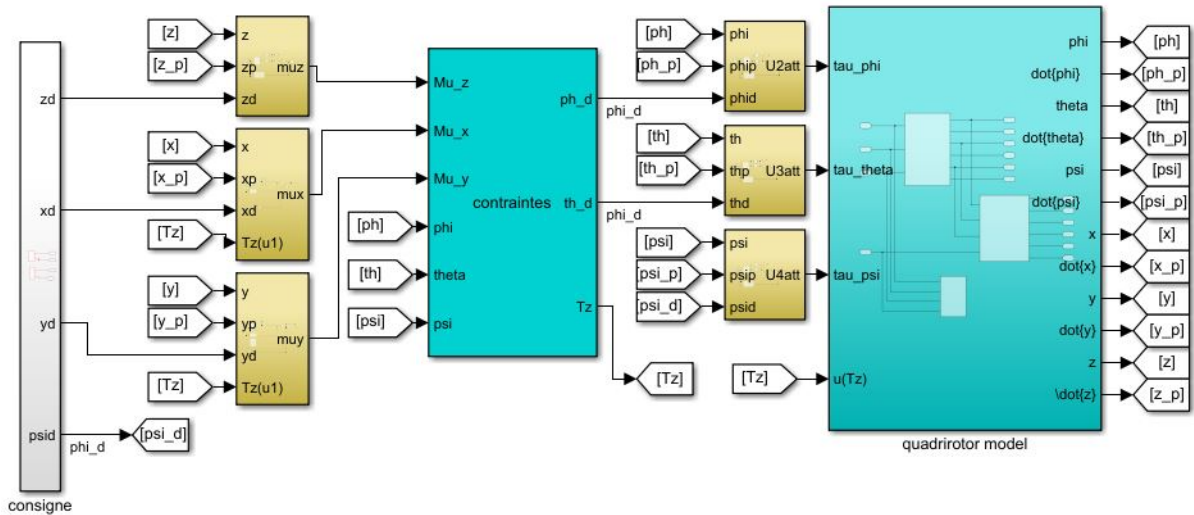


FIGURE 3.11 – Structure de la commande hiérarchique (application de mode glissant).

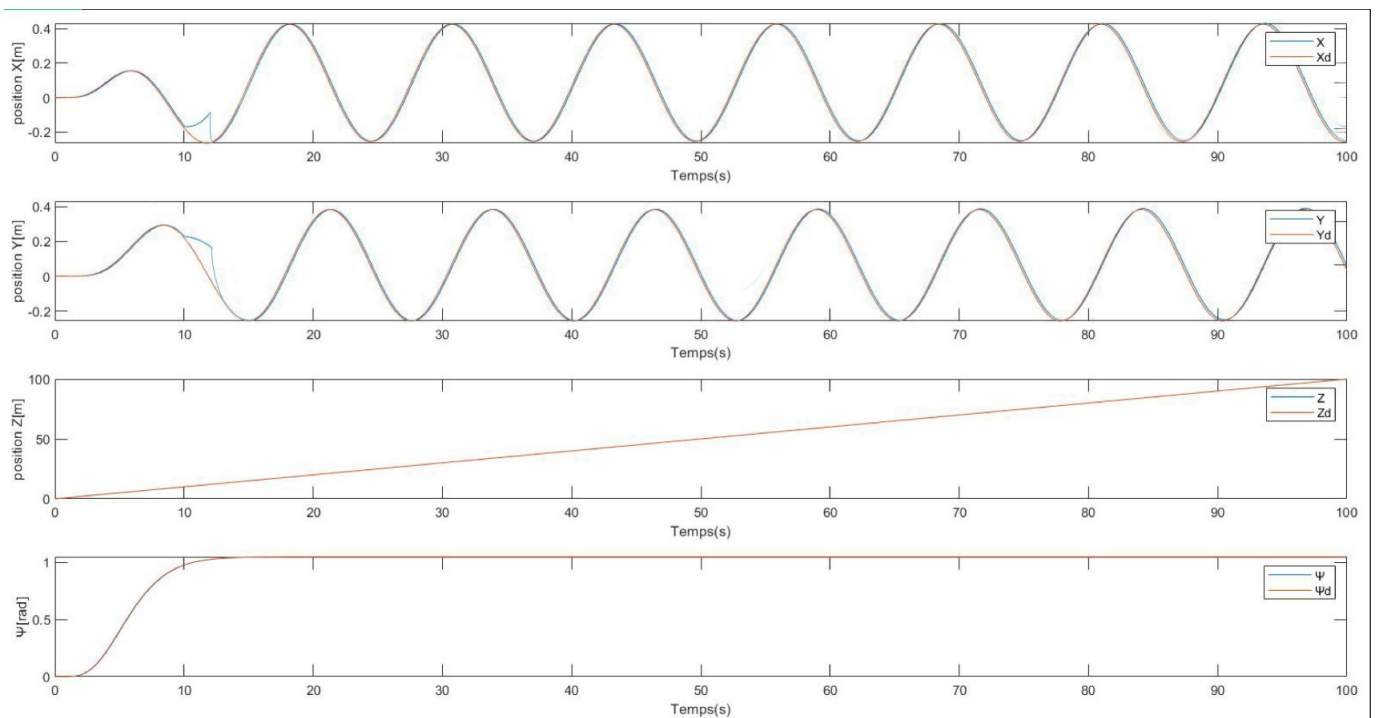


FIGURE 3.12 – Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leurs références.

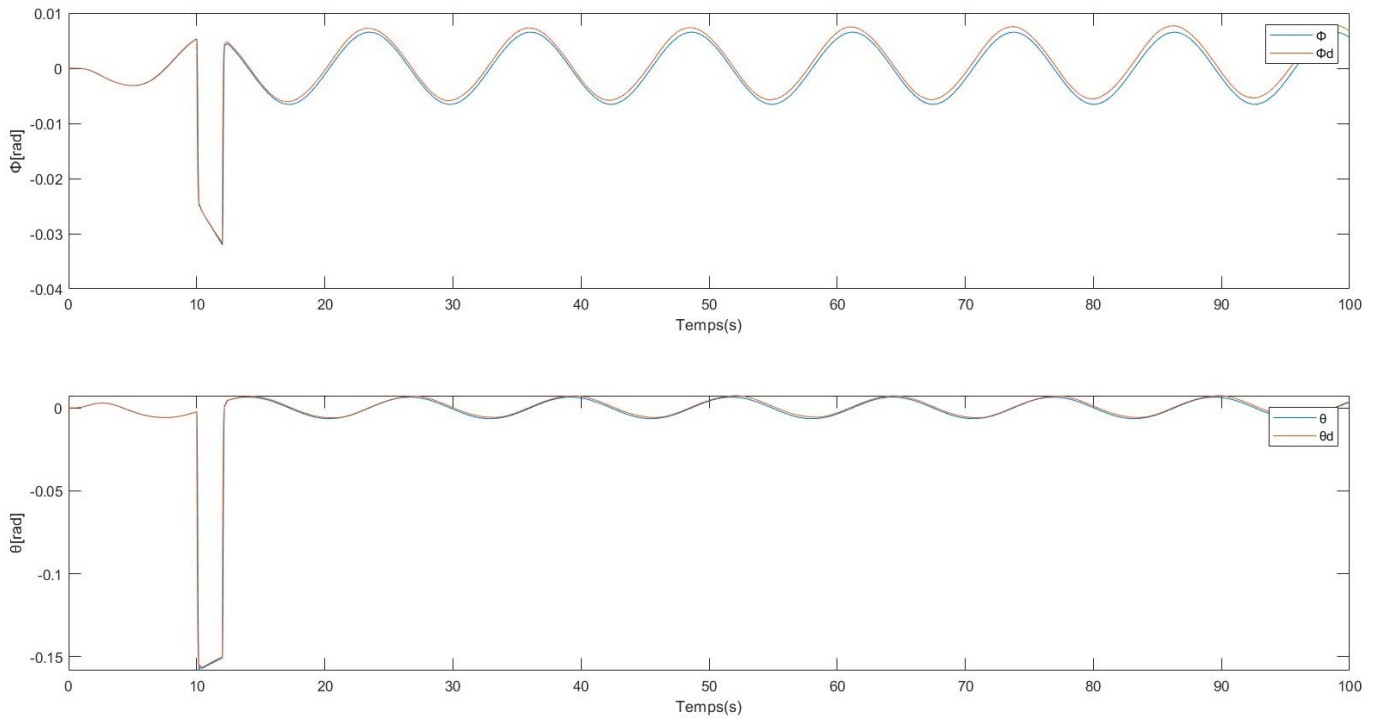


FIGURE 3.13 – Trajectoires de roulis et de tangage et leurs références.

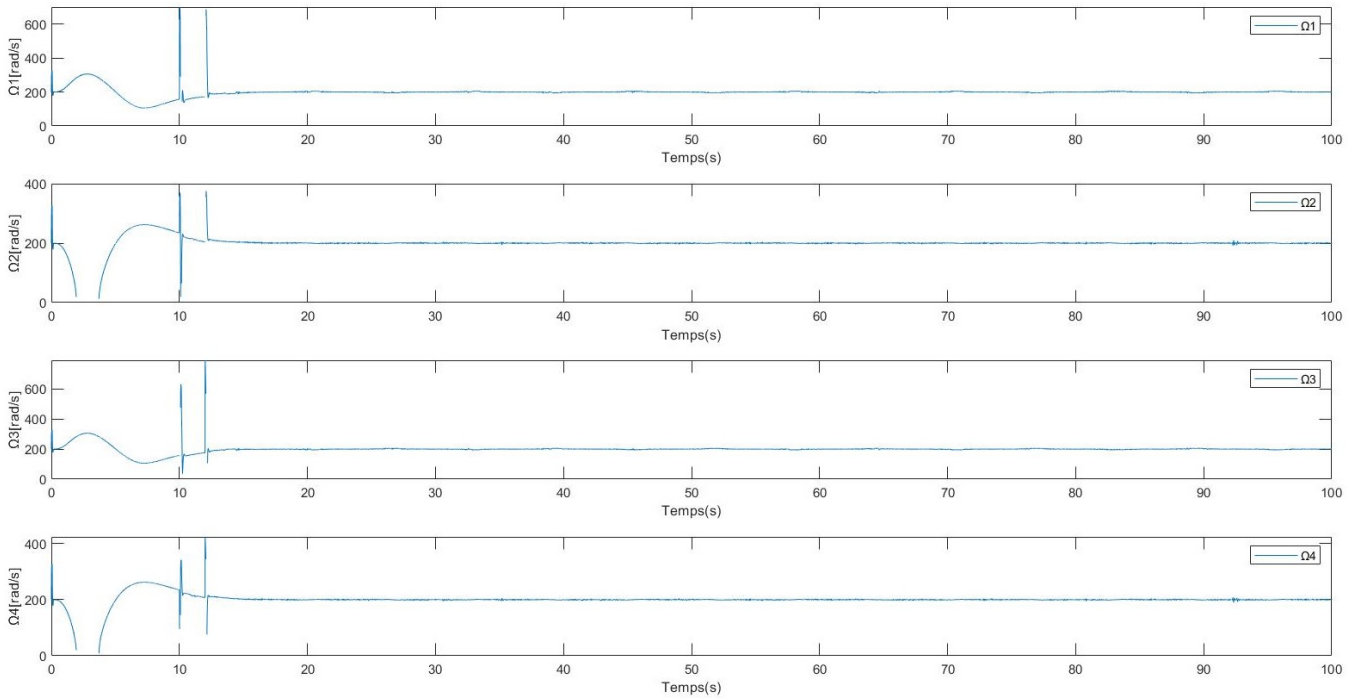


FIGURE 3.14 – Vitesses de rotation des rotors.

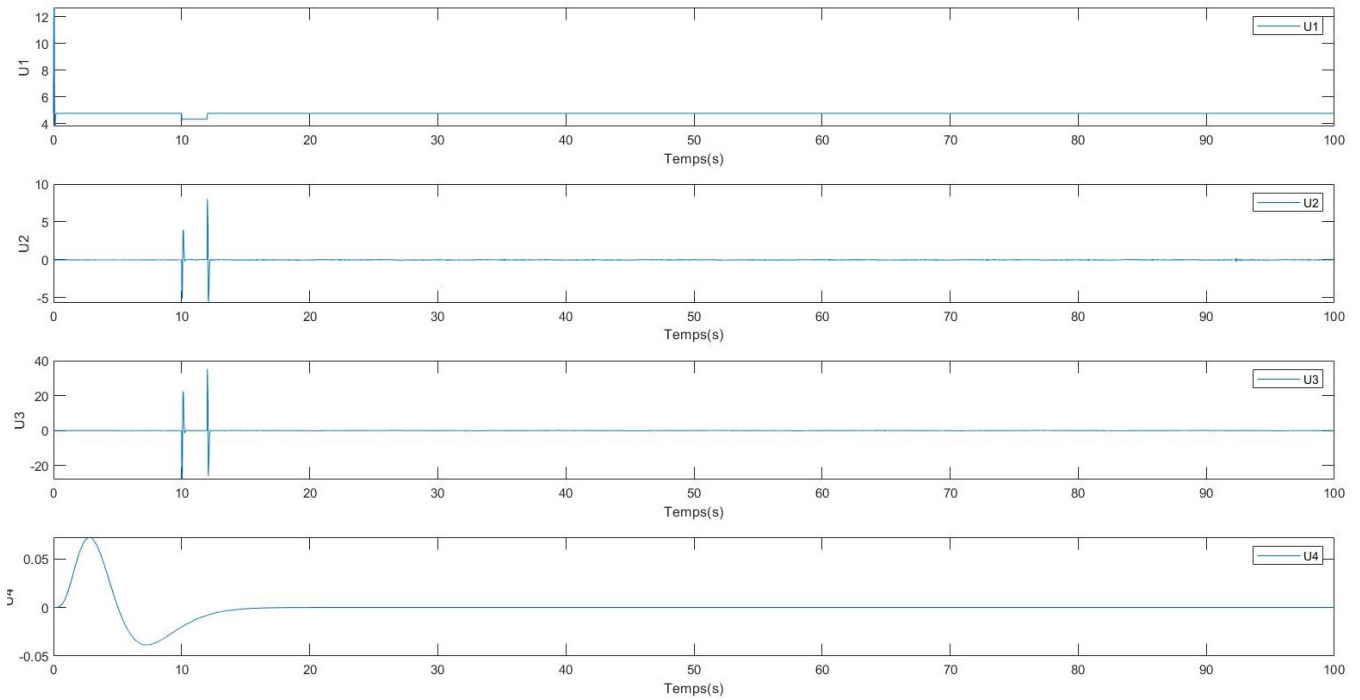


FIGURE 3.15 – Entrée de commande U par mode glissant.

D'après les résultats obtenus, on remarque que la commande par mode glissant résout le problème du suivi de trajectoire de quadrirotor (le système répond parfaitement) vis-à-vis des paramètres de réglage choisis. Néanmoins, quand qu'on a utilisé la fonction $arctan$ dans notre contrôleur, mais le phénomène de chattering est toujours présent dans les signaux de commandes surtout dans la zone de perturbation, sa consomme beaucoup d'énergie qui est pas bien pour les moteurs.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons synthétisé une technique de contrôle pour le quadrirotor qu'elle s'agit d'une commande par mode glissant afin de stabiliser notre système. Cette commande a montré de bonnes performances dynamiques et une grande capacité de poursuite de la consigne des trajectoires désirées vis-à-vis aux perturbation et les erreurs de modélisation. Donc le choix des paramétrés du contrôleur joue un grand rôle sur la régulation, aussi que le choix d'une fonction de commutation lisse comme $arctan$ a diminué l'effet de broutement.

CHAPITRE 4

COMMANDE LINÉAIRE QUADRATIQUE

Sommaire

4.1 Introduction	54
4.2 Principe de la commande	54
4.2.1 Choix des matrices de pondération	55
4.3 Application à la commande de quadrirotor	56
4.4 Simulation et résultats	58
4.5 Étude comparative	61
4.6 Conclusion	63

4.1 Introduction

La commande linéaire quadratique est encore connue sous le nom de "Gain de Kalman" est une méthode de synthèse qui permet de calculer la matrice de gains d'une commande optimale afin de minimiser ou maximiser un critère de performance. La commande quadratique ne peut être appliquée que sur un système linéaire, cela explique pourquoi on l'appelle LQR.

Ces dernières années, des progrès significatifs ont été réalisés dans la commande optimale des systèmes non linéaires invariants avec des régulateurs linéaires quadratiques. Cette méthode offre la possibilité d'augmenter la stabilité dynamique du quadrirotor tout en s'assurant que la consommation d'énergie est minimisée.

La conception de cette commande réside dans le bon choix des matrices de pondération impliquées dans le critère pour obtenir le comportement attendu du système. Ensuite, les gains optimaux s'obtiennent en résolvant l'équation algébrique de Riccati.

Cette approche réputée notamment par ses qualités appréciables de robustesse a suscité de nombreux développements comme [36], elle a été implémenté sur des pilotes de laboratoire telles que les hélicoptères et des drones et le pendule inversé rotatif [37] [38].

Dans cette partie nous allons mettre en oeuvre la commande par retour d'état, plus particulièrement le régulateur linéaire quadratique afin de minimiser l'énergie consommée par le quadrirotor, nous nous polarisons sur le problème de la régulation à horizon infini.

4.2 Principe de la commande

On parle de commande linéaire quadratique : LQ ou LQR (linear quadratic regulator), d'où le système est linéaire et la commande est quadratique. Cette commande est l'une des méthodes visant à trouver la matrice de gain K de la commande par retour d'état, afin que le filtre LQR minimise une fonction de coût quadratique au but de minimiser l'énergie et le temps de convergence du système.

Soit un système a temps continu de représentation d'état :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{4.2.1}$$

Le critère quadratique (fonction de coût) :

$$J = x^T(t_f)Hx(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} (x^T Qx + u^T Ru) dt \quad (4.2.2)$$

Où H et Q sont des matrices semi définies positives et R est une matrice définie positive.

La commande optimale s'écrit comme un retour d'état :

$$u = -K(t)x \quad (4.2.3)$$

Avec :

$$K = R^{-1}B^T P \quad (4.2.4)$$

Où $P(t)$ est la solution de l'équation de Riccati.

Dans notre étude on s'intéresse a la commande LQ a horizon infinie donc la fonction de cout devient :

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \quad (4.2.5)$$

On montre que ce critère est fini si le système est stabilisable à tout instant t (autrement dit qu'à chaque instant, il existe un $K(t)$ tel que les valeurs propres de $(A - BK)$ soient à partir réelle négative). Donc pour trouver la matrice de gain K de l'équation (4.2.4), il suffit que P vérifiait l'équation algébrique de Riccati :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (4.2.6)$$

4.2.1 Choix des matrices de pondération

Il n'existe pas de manière systématique pour les calculer car elles ne représentent que des préférences du concepteur, donc le choix de ces matrices est laissé à la discrétion des développeurs du système de contrôle. Cependant, Q doit être semi-définie positive et R définie positive. Mais il existe certaines heuristiques pour se donner une valeur de départ. Puis par une méthode de trials and errors, on peut ensuite affiner les matrices initiales jusqu'à un résultat satisfaisant [39].

Une heuristique décrite dans le papier de Joao P. Hespanha [40] appelée règle de Bryson consiste, par exemple, à choisir Q et R diagonales et à choisir les poids tels qu'ils soient égaux à l'inverse de la valeur maximale (que l'on se donne) du terme correspondant au carré.

4.3 Application à la commande de quadrirotor

La représentation d'état (2.4.35) qui décrit le comportement du quadrotor est non linéaire et peut être écrite de la forme :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (4.3.1)$$

où $f(x, u) = (f_1, f_2, \dots, f_{12})$.

Pour utiliser cette méthode, il est nécessaire de linéariser le système autour du point de fonctionnement.

Les points d'équilibre du système sont les racines réelles de $\dot{x} = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 = 0 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega} x_4 + b_1 U_2 = 0 \\ \dot{x}_3 = x_4 = 0 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega} x_2 + b_2 U_3 = 0 \\ \dot{x}_5 = x_6 = 0 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 U_4 = 0 \\ \dot{x}_7 = x_8 = 0 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{\cos(x_1)\cos(x_5)\sin(x_3)+\sin(x_1)\sin(x_5)}{m} U_1 = 0 \\ \dot{x}_9 = x_{10} = 0 \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{\cos(x_1)\sin(x_5)\sin(x_3)-\sin(x_1)\cos(x_5)}{m} U_1 = 0 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} = 0 \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos(x_1)\cos(x_3)}{m} U_1 - g = 0 \end{array} \right. \quad (4.3.2)$$

Donc ce système possède le point d'équilibre :

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_1, x_2, \dots, x_{12}) = (0, 0, \dots, 0) \\ u_2 = 0 \\ u_3 = 0 \\ u_4 = 0 \\ u_1 = mg \end{array} \right. \quad (4.3.3)$$

Les matrices A et B sont définies comme suit :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{f_1}{\partial x_1} & \frac{f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{f_1}{\partial x_{12}} \\ \frac{f_2}{\partial x_1} & \frac{f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{f_2}{\partial x_{12}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{f_{12}}{\partial x_1} & \frac{f_{12}}{\partial x_2} & \dots & \frac{f_{12}}{\partial x_{12}} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{f_1}{\partial u_1} & \frac{f_1}{\partial u_2} & \frac{f_1}{\partial u_3} & \frac{f_1}{\partial u_4} \\ \frac{f_2}{\partial u_1} & \frac{f_2}{\partial u_2} & \frac{f_2}{\partial u_3} & \frac{f_2}{\partial u_4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{f_{12}}{\partial u_1} & \frac{f_{12}}{\partial u_2} & \frac{f_{12}}{\partial u_3} & \frac{f_{12}}{\partial u_4} \end{pmatrix}$$

Alors les matrices associées au système linéarisé autour du point d'équilibre sont données par :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & a_3 \bar{\Omega} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_6 \bar{\Omega} & 0 & a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 & a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{10} & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{11} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les matrices Q et R sont choisies comme suit :

$$Q = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix}$$

Et par le calcul sous MATLAB la résolution de l'équation de Riccati nous fournit la matrice de gain de retour d'état K :

$$K = \begin{pmatrix} 0.0000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 10.000 & 10.4758 \\ 34.9841 & 10.0512 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & -3.1623 & -5.7027 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 39.3331 & 10.0578 & 0.000 & 0.000 & 5.4772 & 7.3399 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 10.000 & 10.007 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{pmatrix}$$

4.4 Simulation et résultats

Nous montrons ici les résultats de simulation du modèle dynamique complet du quadrotor. Afin d'évaluer l'efficacité de la commande proposée pour le contrôle en position de cet avion.

Les valeurs initiales sont définies comme suit : $\xi(0) = [0 \ 0 \ 0.2]^T m$ et $\eta(0) = [0 \ 0 \ 0]^T rad$, les vitesses linéaire et angulaire sont sélectionnées à zéro.

Les perturbations externes sont prises en compte dans le modèle dynamique du quadrotor.

Le modèle Simulink de la commande du quadrotor est le suivant :

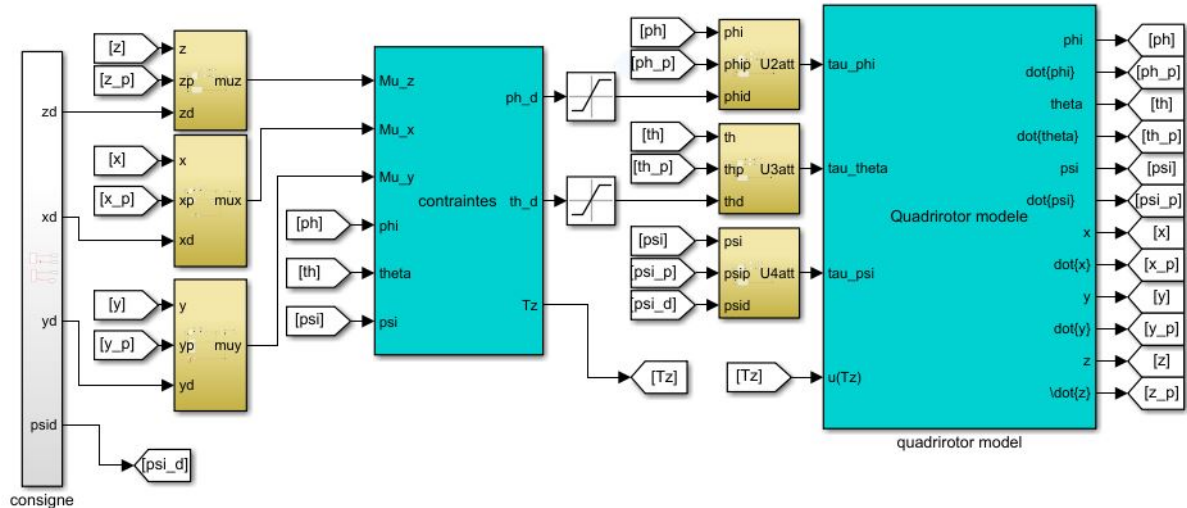


FIGURE 4.1 – Modèle Simulink du quadrotor (application de LQR).

Les Figures suivantes montrent les résultats de la simulation du contrôleur LQR :

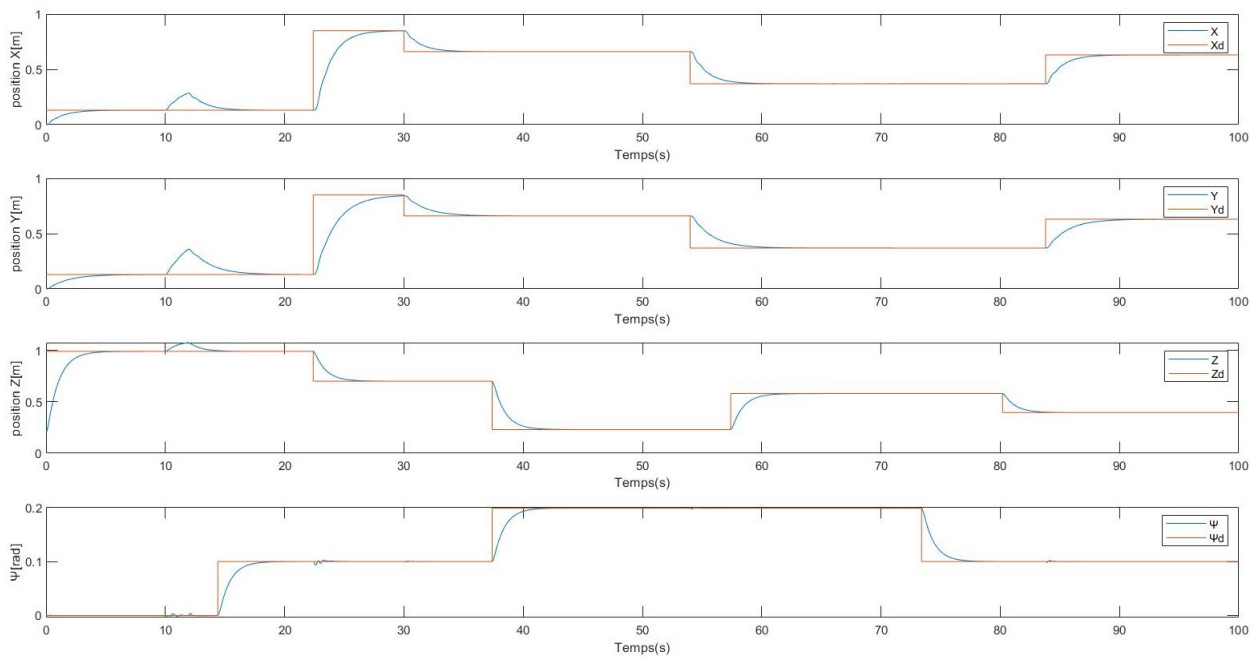


FIGURE 4.2 – Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur références.

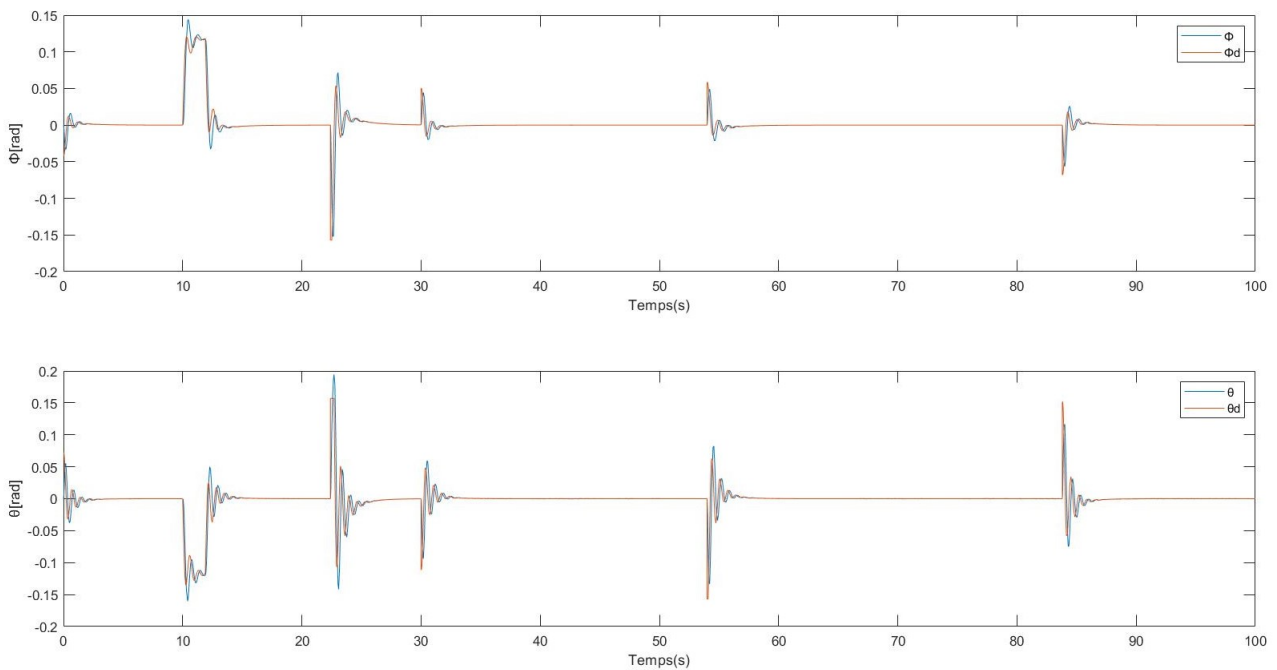


FIGURE 4.3 – Trajectoires de roulis et de tangage et leur références.

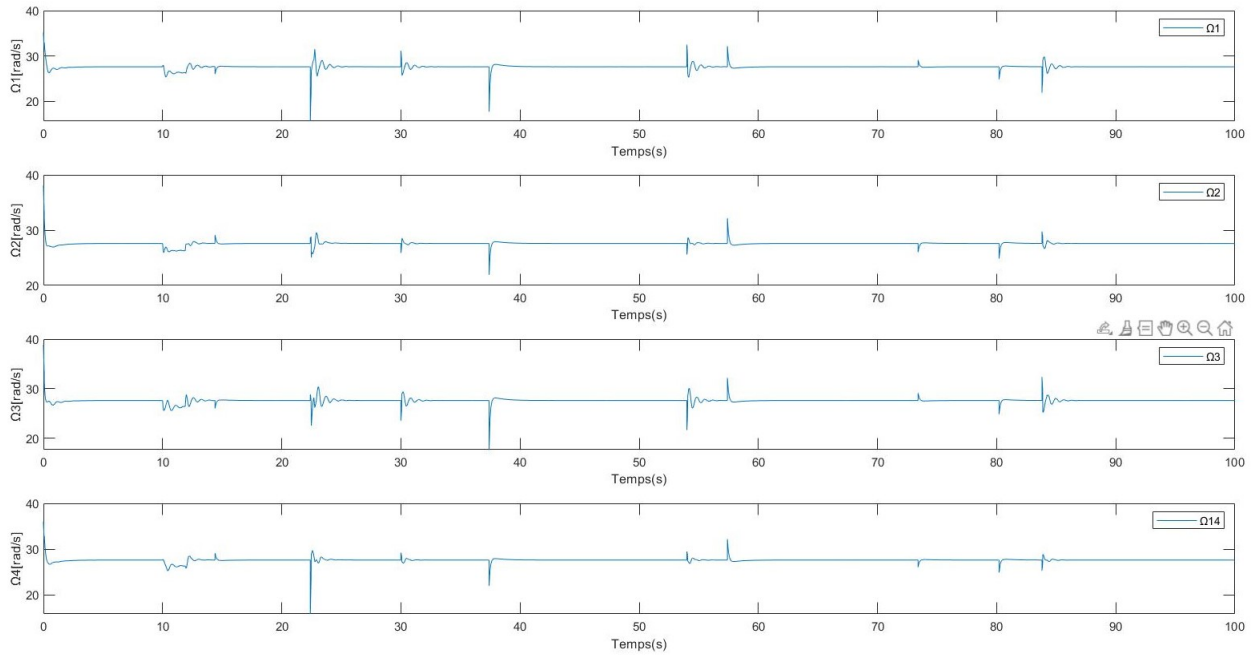


FIGURE 4.4 – Vitesses de rotation des rotors.

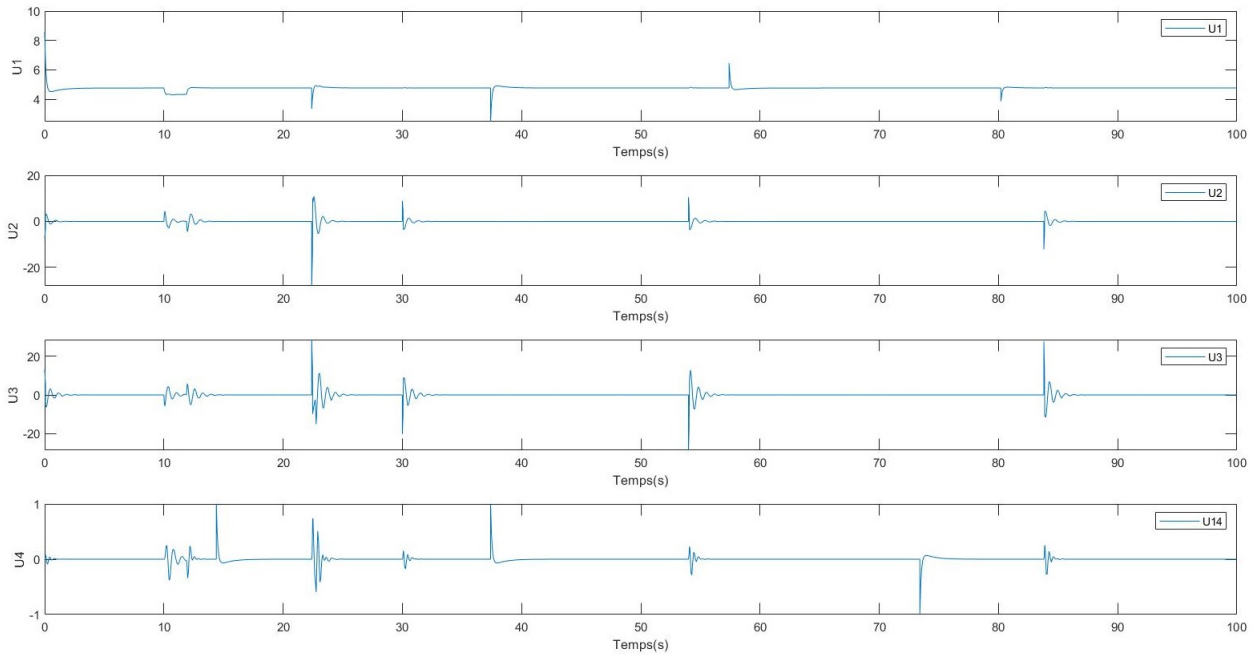


FIGURE 4.5 – Entrée de commande U.

À partir des résultats obtenus on peut dire que ce système de régulation donne de bons résultats proches de l'équilibre influencés par le choix des matrices de pondération.

Il est clair d'après les figures (4.2) et (4.5) que c'est une méthode autorégulée, relativement robuste face aux perturbations et aux incertitudes des paramètres en minimisant la commande.

Il apparaît dans (4.4) que les vitesses de rotation des rotors sont acceptables et physiquement réalisables.

4.5 Étude comparative

Pour examiner et évaluer les différentes lois de commande appliquées sur le véhicule considéré dans ce document, nous allons présenter une étude comparative entre ces différentes techniques sur la zone de linéarité. Cette étude comparative a été reprise dans les mêmes conditions. Elle est basée sur les variations de consignes de la trajectoire qui sont des échelons imposés au modèle de quadrirotor.

La comparaison est basée sur l’observation des résultats de simulations obtenus par l’application des différentes techniques de commandes développées sur le quadrirotor sous Simulink/MATLAB.

On a introduit une perturbation de type d’un signal carrée d’amplitude 1, a l’instant de 10 s.

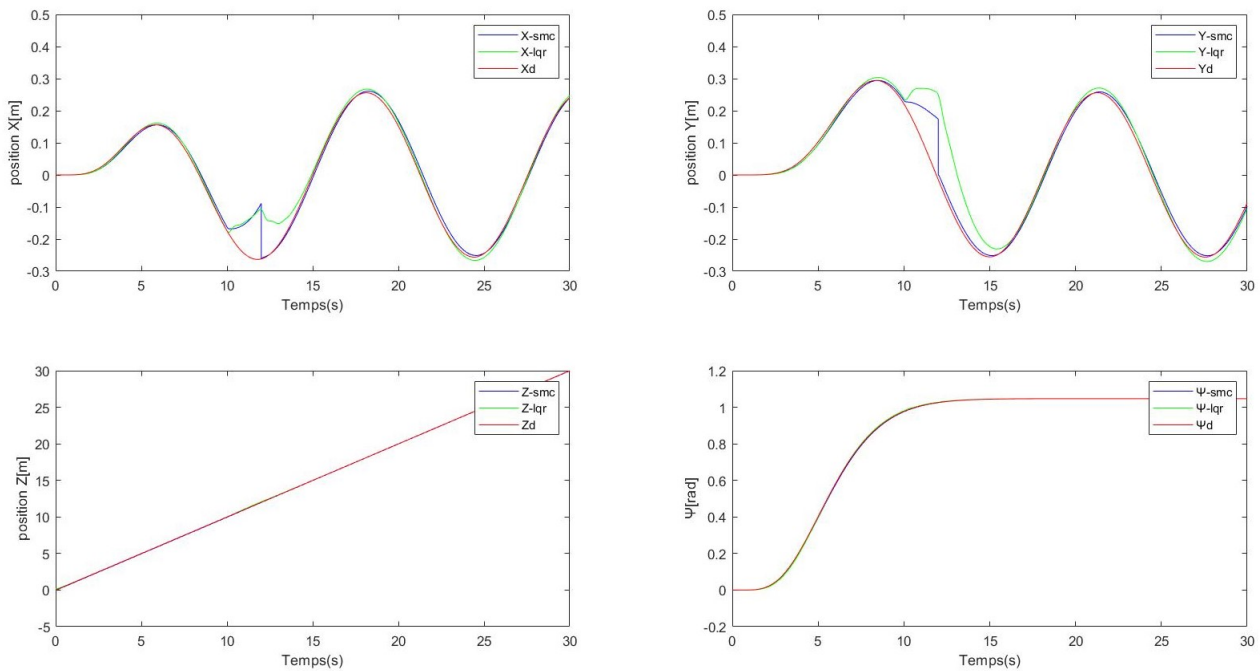


FIGURE 4.6 – Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur références par les deux commandes.

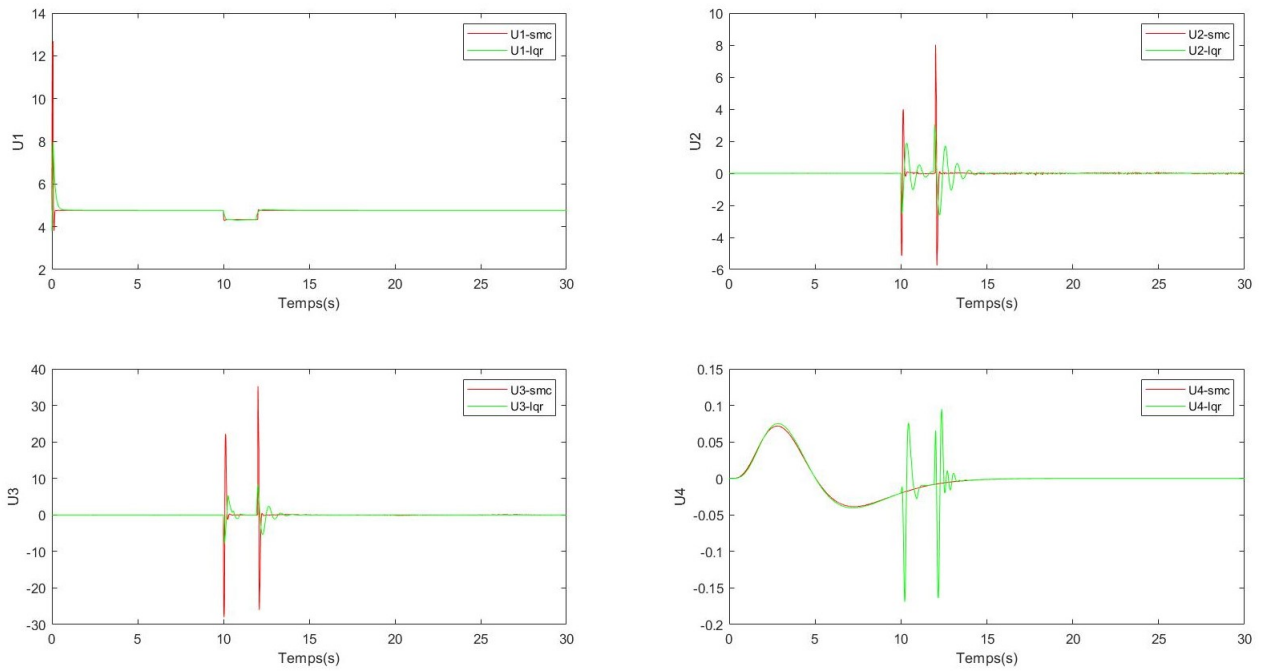


FIGURE 4.7 – Entrée de commande U par les deux commandes.

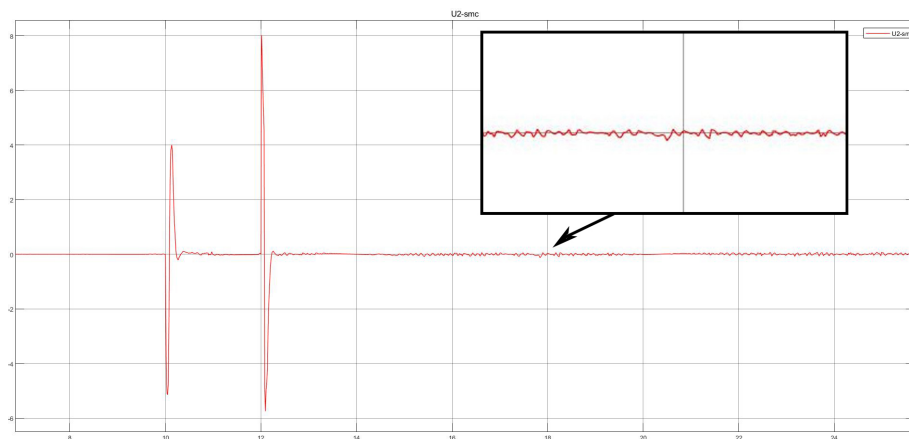


FIGURE 4.8 – La commande U2 générée par mode glissant (visualisation de l’effet de broutement)

À travers les figures précédentes, nous pouvons faire une comparaison entre les différentes commandes proposées dans ce travail.

L’observation des résultats de simulation montre que l’application de la commande par mode glissant donne des réponses plus robustes en terme de suivi de la trajectoire requise par rapport à la commande LQR comme il est illustré dans la figure (4.8), cette dernière est la plus optimale en terme de consommation d’énergie comme il est montré dans la figure (4.7). Cependant, le dépassement et les oscillations des grandeurs sont réglés, ainsi que la convergence vers les valeurs désirées par les deux commandes.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, on décrit plus en détail la commande linéaire quadratique dans le but de stabiliser le système autour de son point de fonctionnement. Cette approche a la possibilité d'augmenter la stabilité dynamique du quadrirotor tout en s'assurant que la consommation d'énergie est minimisée.

Le problème de cette commande se rencontre sur le fait qu'il n'existe aucune méthode théorique pour déterminer les matrices de poids Q et R . De plus, des petits changements dans la matrice Q ou R peuvent entraîner des changements importants dans le comportement du contrôleur.

Nous avons aussi procédé à une étude comparative les commandes appliquées sur notre système. Les résultats obtenus montrent bien que chaque commande répondre aux exigences requises, soit en termes de robustesse, soit en termes d'optimisation.

CONCLUSION GÉNÉRALE

La célébrité croissante des quadrirotors, l'ambition de la conception d'UAV à décollage vertical et les progrès technologiques dans ce domaine signifient que les quadrirotors ont suscité un grand intérêt ces dernières années. En fait, le besoin d'un système de contrôle d'attitude pour la stabilisation du quadrirotor s'est avéré être la principale motivation de cette recherche.

Au cours de ce travail, nous avons résolu le problème de la commande d'un drone miniature à voilure tournante de type quadrirotor, qui est l'un des microdrones les plus populaires, connu pour son élégance et sa dynamique. Ce type de dispositif présente un degré élevé de non-linéarité, de multivariable, de couplage fort et de dynamique sous actionnée, ce qui augmente la difficulté de le rencontrer. Le développement du modèle non linéaire quadrirotor a toujours été basé sur les équations du mouvement de Newton Euler, notons que nous essayons de considérer toutes les forces et tous les moments afin de pouvoir suivre le modèle le plus réaliste et le plus représentatif.

Nous avons eu envie de garantir la stabilité de notre système, ainsi que le suivi de trajectoire avec des performances plus ou moins acceptables vis-à-vis l'environnement de navigation et la complexité du modèle mathématique en présence des interférences extérieures.

Dans ce mémoire, nous avons présenté deux techniques de commande pour le quadrirotor, la commande par mode de glissement et la commande linéaire quadratique. Les résultats présentés montrent que la technique de commande par mode glissant donne des bons résultats en poursuite et que l'erreur est relativement faible. Comme elle a des avantages,

cette technique de commande possède également des inconvénients comme le phénomène de broutement (chattering) provoqué par le terme de correction contenant la fonction « signe », mais ce problème peut être résolu en remplaçant cette fonction par d'autres fonctions au comportement similaire.

De même les résultats montrent que l'application du régulateur linéaire quadratique peut fournir un contrôle satisfaisant en termes de poursuite du quadrotor, si tous les paramètres sont correctement définis et le choix des matrices de pondérations établit correctement. Cependant, le contrôleur linéaire quadratique est plus simple et plus économique en terme d'énergie consommée lors d'une mission de poursuite.

Nous proposons comme perspectives dans le futur travaillent de :

- Construire notre contrôleur de vol.
- Équilibrer un pendule inversé sur un quadrirotor.
- Améliorer la robustesse du quadrirotor à l'aide de principes du groupe de Lie.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. RAHMOUNE, Y. MENEMMECHE, Dynamique, "Contrôle et Simulation d'un UAV", projet de fin d'études, institut de l'aeronautique et des études aérospatiales, 2015
- [2] R. Lozano, P. Castillo, S. Salazar et D. Lara, "Stabilisation de véhicules aériens à décollage vertical : Théorie et application", Rapport heurdiasync, UMR CNRS 6599-UTC compiegne, 2005.
- [3] V. Martinez, "Modelling of the flight Dynamics of a Quadrotor Helicopter", Granfield University, Mdc Thesis, 2007.
- [4] All the World's Helicopters and Rotorcraft, www.aviastar.org
- [5] L. L. Vegan et A. G. Loukianov B. Castillo, "Robust block second order sliding mode control for a quadrotor", Franklin Institute, 2012.
- [6] M R Mokhtari, A Choukchou-Braham, B Cherki, Integral Sliding Mode Control for Path Tracking of a Minirotorcraft Unmanned Aerial Vehicle, 2019 International Conference on Applied Automation and Industrial.
- [7] I. Gonzalez, J. Escareno Salazar et R. Lozano, "Real-Time Altitude Robust controller for a Quad-rotor aircraft using Sliding-mode control technique", ICUAS, 2013.
- [8] R. AbouSleiman, D. Korff, E. Gjioni and H. Chul Yang, "Unmanned Aerial Quadrotor System", The Oakland University, the 2008 AUVSI UAS Student Competition.
- [9] A. Buirette, A. Jumeline, B. Watier, I. Fortin et J. Sangaré "Drone Quadrirotor Autonome", Projet de fin d'étude, École Centrale d'Électronique, Paris, 2010.
- [10] J. M. Pflimlin, T. Hamel, P. Soueres, "Position control of a ducted fan VTOL UAV in crosswind", International Journal of Control, vol. 80, 2007.

- [11] K.P. Valavanis, "Advances in Unmanned Aerial Vehicles, State of the Art and the Road to Autonomy", Internationale Series on Intelligent systems, Control and automation, Science and Engineering ,volume 33, Springer 2007.
- [12] M. Asencio, "L'utilisation Civile des Drones-Problèmes Technique, Opérationnels et Juridiques", Fondation pour la recherche startégique note N 6/11,2011.
- [13] M.R. Mokhtari, "Observation et Commande de Drones Miniatures à voilures tournantes", Université Aboubekr Belkaid Tlemcen, Faculté de Technologie, 2015.
- [14] A. Mokhtari, N. K. M'Sirdi , K. Meghriche et A. Belaidi, "Feedback linearization and linear observer for a quadrotor unmanned aerial vehicle", RMIT University, 2006.
- [15] M.R. Mokhtari, Amal Choukchou Braham, Brahim Cherki, "Extended State Observer based control for coaxial-rotor UAV", Tlemcen University, 2016.
- [16] M.R. Mokhtari, Brahim Cherki, "A new robust control for minirotorcraft unmanned aerial vehicles", TlemcenUniversity , 2014.
- [17] S. Bouabdallah, "Design and control of quadrotors with application to autonomous-flying", Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique fédérale Lausanne, 2007.
- [18] S. Bouabdallah and R. Siegwart, "Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor". Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2005.
- [19] S. Bouabdallah, P. Murrieri and R. Siegwart, "Design and Control of an Indoor Micro-Quadrotor", IEEE International conference on robotics and automation, New Orleans, USA, 2004.
- [20] S. Bertrand, Commande de Droen Miniature à voileure Tournante, Thèse de Doctorat, Université de Nice , France, 2007
- [21] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, J. Ostrowski "Dynamic modelling and configuration stabilization for an x4-flyer.", 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain, 2002.
- [22] L. Laib and D.E. Maamria, "Commande d'un Quadrirotor", Mémoire d'ingénieur,École Nationale Polytechnique, Alger, 2011.
- [23] A. Kadi, "Mécanique Rationnelle Cours et Exercices Résolus", Université M'hamed Bougara, Boumerdés
- [24] M R Mokhtari, AC Braham, Disturbance Observer based Approximate Linearization Control of Gun Launched MAV, Electrotehnica, Electronica, Automatica 64 (1), 133.

- [25] H. Bouadi, M. Bouchoucha, M. Tadjine, "Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Sliding Mode for an UAV Type-Quadrotor", Engineering Letters, 2007.
- [26] L. Derafa, T. Madani, A. Benallegue, "Dynamic Modelling and Experimental Identification of Four Rotors Helicopter Parameters", IEEE 1-4244-0726-5/06, 2006,
- [27] A Tayebi et S McGilvray, "Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006.
- [28] Mokhtari, M. R., Cherki, B. (2015, May). Sliding mode control for a small coaxial rotorcraft UAV. In 2015 3rd International Conference on Control, Engineering Information Technology (CEIT) (pp. 1-6). IEEE.
- [29] Jean-Marie Flaus, La régulation industrielle régulateurs PID, 2000.
- [30] R. SZABOLCSI, "Robust control system design for small UAV using H2-optimization", Land forces academy review, 2018
- [31] Abbeel, Pieter et Ng, Andrew Y, "Apprenticeship learning via inverse reinforcement learning", 2004
- [32] K. Guo, J. Jia, X. Yu, L. Guo, L. Xie, "Multiple observers based anti-disturbance control for a quadrotor UAV against payload and wind disturbances", Beihang University, 2020
- [33] Mokhtari M, Cherki B, Braham C. Disturbance observer based hierarchical control of coaxial-rotor UAV. ISA Trans. 2017;67 :466-475.
- [34] K.Guo, X. Li et L. Xie, "Ultra-wideband and odometry-based cooperative relative localization with application to multi-uav formation control". IEEE Transactions on Cybernetics, 2020.
- [35] Y. Yuan, L. Cheng, Z. Wang et C. Sun, "Position tracking and attitude control for quadrotor via active disturbance rejection control method", Science China, Information sciences, 2019.
- [36] Mokhtari R, Cherki B. A new robust control for minirotorcraft unmanned aerial vehicles. ISA Trans 2015;56 :86-101.
- [37] F.Santoso, M.Liu, and G.K. Egan, "Linear quadratic optimal control synthesis for UAV", Proceedings of 12th Australian Int, Australia, 2007
- [38] J.E. White, J.R. Phelan, "Stability Augmentation for a Free Flying Ducted Fan", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Monterey, Aug. 1987
- [39] A. Droniou, T. Quenolle, "Filtres LQR", A. Schumacher Télécom ParisTech Parcours ROSE 7 mars 2011

- [40] Mokhtari R, B Amal Choukchou, Cherki B. Extended state observer based control for coaxial-rotor UAV. ISA Trans 2016; 61 :1-14.
- [41] M R. Mokhtari, B, Cherki., (2013). Robust Control for Attitude Tracking Problem for a quadrotor Unmanned Aerial Vehicle. Proceedings of the 3rd International Conference on Systems and Control, Algiers, Algeria, October 29-31, 2013.

