

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
École Supérieure en
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
-تلمسان-

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur

Filière : Automatique
Spécialité : Automatique

Présenté par : BENZOHRA Yasser & HADJI Saâd

Thème

**Du pilotage d'un drone via les
commandes adaptatives**

Soutenu publiquement, le 12 / 07/ 2021, devant le jury composé de :

M. BOUKLI Hacene Fouad	MCA	ESSA. Tlemcen	Président
M. MOKHTARI Mohammed Rida	MCA	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
M. ARICHI Fayssal	MCB	ESSA. Tlemcen	Co- Directeur de mémoire
Mme. CHOUKCHOU-BRAHAM Amal	Professeur	Université. Tlemcen	Examineur 1
Mme. GHOUALI Amel	MCB	ESSA. Tlemcen	Examineur 2

Année universitaire : 2020/2021

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciement

Nous tient particulièrement à remercier Allah le tout puissant, ce mémoire n'aurait jamais été réalisé sans sa bénédiction.

Nous remercions chaleureusement notre encadreur M. MOKHTARI Mohammed Rida pour ses nombreux conseils, encouragements, relectures, corrections et surtout pour sa disponibilité et la confiance qu'il nous accordée. Ainsi M. ARICHI Fayssal que nous avons bénéficié à ses précieux conseils.

Nous tenons notamment, à adresser l'expression de notre sincère reconnaissance aux membres du jury d'examen Mr. BOUKLI Hacene Fouad et Mme. CHOUKCHOU-BRAHAM Amal et Mme. GHOUALI Amel, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Nous tient à remercier nos familles de nous avoir soutenu, nous ne serons jamais assez reconnaissants envers nos parents qui ont toujours tout mis en oeuvre pour qu'on s'épanouisse dans tous ce qu'on entreprend.

Nous n'oublions pas de remercier nos amis et tous ceux, qui ont contribué, de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

Yasser et Saâd

Dédicaces

Je tiens c'est avec grand plaisir que je dédie ce modeste travail :

*À l'être le plus cher de ma vie, **ma mère**.*

*À celui qui a fait de moi un homme, **mon père**.*

*À mon chère frère **Mazen** et mes chers sœurs **Samiha** et **Yousra**.*

*À mon chère ami **Malek**.*

À toute ma famille.

À tous mes amis.

Yasser

Je tiens c'est avec grand plaisir que je dédie ce modeste travail :

*À l'être le plus cher de ma vie, **ma mère**.*

*À celui qui a fait de moi un homme, ma fierté, **mon père**.*

*À mes frères **Mehdi**, **Djaouad** et ma sœur **Insaf**.*

*À mes chères amis **Mousslim** et **Mounir**.*

À ma chère tante et ma grande famille.

À tous mes amis.

Saâd

Résumé

Ce projet porte sur la modélisation et le contrôle d'engins volants miniatures. Le travail est focalisé sur les systèmes à vol vertical, plus précisément sur les quadrirotors. Dans la première partie, nous présentons le modèle dynamique d'un quadrotor en utilisant le formalisme de Newton-Euler. Dans la deuxième partie, en se basant sur le modèle dynamique, des techniques linéaires et non linéaires ont été utilisées pour concevoir divers types contrôleurs, qu'il s'agit de contrôleur PD et contrôleur adaptatif par l'approche de backstepping en utilisant le concept de la commande hiérarchique.

Mots-Clés : Quadrirotor, PD, control adaptatif, backstepping, Commande hierachique, Stabilité de Lyapunov.

Abstract

This project deals with the modeling and control of miniature flying machines. The work is focused on vertical flight systems, more precisely on quadrotors. In the first part, we present the dynamic model of a quadrotor using the Newton-Euler formalism. In the second part, based on the dynamic model, linear and nonlinear techniques have been used to design various types of controllers, namely PD controller and adaptive controller by the backstepping approach using the concept of hierarchical control.

Key-words : Quadrotor, PD, adaptive control, backstepping, hierachic control, Lyapunov stability.

ملخص

يتضمن هذا المشروع نمذجة الأجسام الطائرة المصغرة والتحكم فيها. يركز العمل على أنظمة الطيران العمودية، وبشكل أكثر دقة على الكوادروتورات. في الجزء الأول، نقدم النموذج الديناميكي لمحرك رباعي باستخدام شكلية نيوتن أويلر. في الجزء الثاني، بناءً على النموذج الديناميكي، تم استخدام تقنيات خطية وغير خطية لتصميم أنواع مختلفة من وحدات التحكم، وهي وحدة تحكم PD ووحدة تحكم تكيفية من خلال نهج backstepping باستخدام مفهوم التحكم الهرمي.

الكلمات المفتاحية: كوادكوبتر، PD ، التحكم التكيفي،
backstepping، التحكم الهرمي ، استقرار ليابونوف.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction Générale	1
1 Etat de l'art sur les drones	3
1.1 Introduction	4
1.2 Contexte et historique	4
1.3 Différentes catégories de drones	6
1.3.1 Classification selon la taille	6
1.3.2 Classification selon le mode de propulsion	8
1.4 Le Quadrirotor	12
1.4.1 Description	12
1.4.2 Avantages et inconvénients de la configuration quadrirotor	12
1.4.3 Applications des quadrirotors	13
1.5 Les capteurs pour la navigation et la localisation :	15
1.5.1 Centrales inertielle (IMU : Inertiel Measurement Unit)	15
1.5.2 Accéléromètres :	15
1.5.3 Magnétomètres :	16
1.5.4 Gyromètres et Gyroscopes :	16
1.5.5 Système de géolocalisation (GPS : Global Positioning System) :	17
1.5.6 Télémètres :	17
1.5.7 Altimètres barométriques :	18
1.5.8 Capteur de vision (caméra) :	18
1.6 Conclusion	19

2	Modélisation du quadrirotor	20
2.1	Introduction	21
2.2	Description du quadrirotor	21
2.3	Mouvements du quadrirotor	22
2.3.1	Mouvement de Roulis	22
2.3.2	Mouvement de Tangage	23
2.3.3	Mouvement de Lacet	23
2.3.4	Translation verticale	24
2.3.5	Translation horizontale	24
2.4	Modèle dynamique	25
2.4.1	Matrice de rotation	26
2.4.2	Vitesse linéaire	29
2.4.3	Vitesses angulaires	30
2.4.4	Effets physiques agissants sur le quadrirotor	31
2.4.5	Modèle mathématique selon Newton-Euler	33
2.4.6	Représentation d'état	36
2.4.7	Dynamique des moteurs	37
2.5	Conclusion	38
3	Commande par l'approche de PD	39
3.1	Introduction	40
3.2	Séparation des dynamiques de rotation et de translation	40
3.3	Principe de la commande	40
3.4	Application à la commande de quadrirotor	41
3.5	Simulation du modèle	45
3.6	Résultats et interprétations	47
3.7	Conclusion	49
4	Commande adaptative par backstepping	50
4.1	Introduction	51
4.2	Principe de la commande	51
4.3	Application à la commande du quadrirotor	52
4.4	Contrôle de la dynamique de translation	52
4.5	Contrôle de la dynamique de rotation	54

4.6 Stabilité des systèmes interconnectés	56
4.7 Résultats et simulation	57
4.8 Conclusion	59
Conclusion Générale	60

TABLE DES FIGURES

1.1	Modèle de Leonardo Da vinci.	5
1.2	Le drone Northrop-Grumman MQ-4C Triton.	6
1.3	(a)Le EADS. (b)Le MQ-1 Predator.	7
1.4	Mini drone.	7
1.5	Nano drone.	8
1.6	Watchkeeper WK450.	9
1.7	Le micro Delfly.	9
1.8	L'avion 3D.	10
1.9	L'hélicoptère classique.	11
1.10	(a)Le Trirotor. (b)Le Vectron. (c)L'hélicoptère	11
1.11	Le Quadrirotor.	12
1.12	Exemples des centrales inertielles	15
1.13	Exemple d'un accéléromètre	16
1.14	Exemple d'un magnétomètre	16
1.15	Exemple d'un gyroscope	17
1.16	Exemple d'un GPS module	17
1.17	Exemples des télémètres	18
1.18	Exemple d'un altimètre barométrique	18
1.19	Exemple d'un camera	19
2.1	Direction de rotation des rotors.	22
2.2	Illustration du mouvement de Roulis.	23
2.3	Illustration du mouvement de Tangage.	23
2.4	Illustration du mouvement de Lacet.	24

2.5	Illustration du mouvement de translation verticale.	24
2.6	Illustration du mouvement de translation horizontale.	25
2.7	Repérage du quadrirotor.	27
2.8	Rotation autour de l'xe x.	27
2.9	Rotation autour de l'xe y.	28
2.10	Rotation autour de l'xe z.	28
3.1	Structure parallèle d'un régulateur PID	41
3.2	Modèle Simulink du quadrirotor.	47
3.3	Résultat de simulation de mouvements de translation du quadrirotor et leurs références.	48
3.4	Résultat de simulation de mouvements de rotation du quadrirotor et leurs références	48
3.5	Les vitesses de rotation des rotors Ω	49
4.1	Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur références.	58
4.2	Trajectoires de roulis et de tangage et leur références.	58
4.3	Vitesses de rotation des rotors.	59

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les systèmes avioniques jouent un rôle indispensable dans la vie moderne de l'humanité. Parmi ces systèmes on mentionne : les avions, les hélicoptères...etc. Il existe de nombreuses applications potentielles qui ont suscité un intérêt croissant pour les engins à voilures tournantes dont la portance et la propulsion sont assurées par la rotation d'une ou plusieurs rotors. Le domaine de l'aviation a connu la naissance d'une nouvelle génération des engins volants afin d'accomplir la réalisation de ce type d'applications. Ces engins volants s'appellent drones.

Le drone désigne tout engin volant sans pilote, qui peut être contrôlé de manière autonome ou à distance. Selon leur taille, il existe plusieurs catégories, parmi lesquelles nous avons trouvé microdrones et minidrones. Dans la configuration qui a connu une formidable prospérité dans le domaine de la recherche, le quadrirotor présente de nombreux avantages, intérêts et applications. Le quadrirotor est considéré comme un minidrone à décollage et atterrissage verticaux avec une variété d'applications civiles et militaires, telles que la surveillance, la reconnaissance, la photographie aérienne dans la production cinématographique et beaucoup plus.

les quadrirotors sont des robots volants ayant quatre rotors placés à l'extrémité d'une croix qui sont contrôlées en agissant sur les vitesses de rotation des quatre rotors. En effet, la difficulté des quadrirotors est liée à leur dynamique fortement non linéaire et complètement couplée, d'où l'exigence d'une approche de contrôle puissant pour garantir la stabilité et la robustesse, afin d'assurer un suivi parfait de la trajectoire requise.

L'objectif de ce travail est d'étudier le principe de fonctionnement de quadrirotor, puis faire la modélisation et la simulation des commandes hiérarchiques pour le pilotage et le guidage de notre système. Nous avons établi deux commandes, l'une est par l'approche de PD, l'autre est adaptative par l'approche de backstepping.

Ce mémoire est décomposé en quatre chapitres, qui sont introduits brièvement dans les paragraphes suivant :

Chapitre 1 : Dans ce chapitre, nous donnons un aperçu général comportant trois parties essentielles : d'abord un bref historique concernant les drones, nous décrivons une classification des systèmes aériens selon la taille et le mode de propulsion, puis un détail sur les quadrirotors. Enfin, une description des différents éléments qui composent le système de navigation et de localisation.

Chapitre 2 : Dans ce chapitre, nous présentons une description du principe de fonctionnement du drone quadrirotor, puis des détails sur les mouvements possibles pour la synthèse d'un modèle dynamique basé sur le formalisme de Newton-Euler. Ce modèle est ensuite transformé en une représentation plus simple.

Chapitre 3 : Dans ce chapitre, nous définissons le concept de séparation du modèle du drone en deux sous-systèmes interconnectés (de rotation et de translation), puis l'aspect théorique de la commande lineaire PID, après nous synthétiserons des lois de commande par l'approche de PD pour le but de stabiliser et de commander un quadrirotor. Enfin nous expliquerons les résultats de la simulation.

Chapitre 4 : Dans ce chapitre, nous proposons une commande adaptative par backstepping pour construire des lois de commande en utilisant le concept de la commande hiérarchique. Enfin, les performances de cette technique de contrôle et d'estimation sont également évaluées dans un environnement de simulation approprié.

CHAPITRE 1

ETAT DE L'ART SUR LES DRONES

Sommaire

1.1 Introduction	4
1.2 Contexte et historique	4
1.3 Différentes catégories de drones	6
1.3.1 Classification selon la taille	6
1.3.2 Classification selon le mode de propulsion	8
1.4 Le Quadrirotor	12
1.4.1 Description	12
1.4.2 Avantages et inconvénients de la configuration quadrirotor	12
1.4.3 Applications des quadrirotors	13
1.5 Les capteurs pour la navigation et la localisation :	15
1.5.1 Centrales inertielle (IMU : Inertiel Measurement Unit)	15
1.5.2 Accéléromètres :	15
1.5.3 Magnétomètres :	16
1.5.4 Gyromètres et Gyroscopes :	16
1.5.5 Système de géolocalisation (GPS : Global Positioning System) :	17
1.5.6 Télémètres :	17
1.5.7 Altimètres barométriques :	18
1.5.8 Capteur de vision (caméra) :	18
1.6 Conclusion	19

1.1 Introduction

La robotique aérienne est un champ vaste et interdisciplinaire. Un drone est un engin volant sans pilote à bord, commandé à distance et réutilisable. Il peut se définir comme un système mécanique, électronique et informatique contrôlé ou programmé pour effectuer des tâches trop répétitives, dangereuses ou difficiles pour être faites directement par des êtres humains.

Le mot drone est un terme militaire d'origine anglais qui signifie le bourdon ou bourdonnement en référence au bruit que font certains d'entre eux en volant, appelé aussi « UAV : Unmanned Aerial Vehicle », soit « véhicule aérien sans pilote » ou « UAS : Unmanned Aerial System », soit « système d'aéronef(s) sans pilote(s) ». L'organisation de l'aviation civile internationale a quant à elle retenu l'appellation « RPA » (pour « Remotely Piloted Aircraft », soit « avion piloté à distance »). L'Organisation du Traité de l'Atlantique Nord (OTAN), définit les UAVs comme : « un véhicule aérien motorisé, qui ne transporte pas d'opérateur humain, utilise la force aérodynamique pour assurer sa portance, peut voler de façon autonome ou être piloté à distance, être non réutilisable ou récupérable et emporter une charge utile qui lui permet de réaliser des missions diverses et variées [1].

Dans ce chapitre, nous allons présenter des aperçus généraux sur les drones, la conception, le développement durant les années passées et les domaines d'applications existants.

1.2 Contexte et historique

Le monde des drones est très vaste et très important, c'est pourquoi l'équipement UAV a subi plusieurs changements et modifications de forme et de composants différents, de sorte que des équipements modernes qui complètent les derniers développements technologiques dans le domaine peuvent toujours être obtenus.

En 1483, le père de l'hélicoptère Léonard de Vinci a imaginé le concept de machine volante à aile tournante nommée vis aérienne (voir figure (1.1)) fondée sur le principe de la vis d'Archimède. En 1754, le Russe Mikhaïl Lomonosov a développé un modèle complexe à deux rotors coaxiaux contrarotatifs entraînés par un mécanisme d'horlogerie, l'aéronef a volé librement et a atteint une bonne altitude, ce concept a contribué au développement de l'hélicoptère moderne.

La première utilisation des drones pour le combat remonte à 1849 quand les Autrichiens ont utilisé des ballons chargés d'explosifs pour attaquer la ville italienne de Venise. Les

premiers avions sans pilote, destinés à être utilisés comme des avions pour l'entraînement au combat, ont été conçus pendant et après la première guerre mondiale. En septembre 1916, l'avion cible Hewitt-Sperry Automatic Airplane a réalisé son premier vol autonome.

Le développement secret de nouveaux drones a continué pendant la deuxième guerre mondiale et la guerre froide. Pendant les années 1980, les drones ont été utilisés pour des missions de reconnaissance, de surveillance et d'attaque, principalement par les Israéliens et les Américains, et par les forces alliées lors des deux guerres du Golfe, en Irak et en Afghanistan. Dans la dernière décennie, beaucoup de configurations de drones de différentes tailles ont été développées notamment grâce à la miniaturisation des capteurs et unités de traitement d'un côté, et une demande croissante pour les applications militaires et civiles de l'autre côté [10].



FIGURE 1.1 – Modèle de Leonardo Da Vinci.

Le boom des drones remonte à la guerre de Corée et à la guerre du Vietnam. Pendant la guerre froide, les États-Unis d'Amérique ont secrètement développé ce véhicule aérien sans pilote comme moyen de supériorité stratégique et de destruction de capacités afin de mener une surveillance et une intervention militaire sur l'ennemi sans causer de danger personnel que l'opinion publique ne peut supporter. Cet avantage est obtenu grâce à l'innovation technologique, notamment dans le domaine de l'automatisation et de la transmission.

Le transfert de certains systèmes vers Israël permet au pays de développer de manière pragmatique des drones tactiques à courte et moyenne portée avec des capacités de transmission directe de données. Les drones sont devenus la partie suivante de toutes les opérations de conflit et de maintien de la paix. Les Américains, qui ont été lancés en 2009, l'ont utilisé notamment au Kosovo ou au Tchad, dans des attaques aériennes américaines contre le Pakistan ou des pirates de la mer.

1.3 Différentes catégories de drones

La classification des systèmes aériens est difficile, car il existe de nombreux types de drones aériens partant du nano drone de quelques grammes jusqu'au drone lourd capable d'effectuer des missions de plus de 24 heures à plusieurs milliers de kilomètres de sa base. Cependant, les véhicules autonomes peuvent être classés en plusieurs catégories selon : l'altitude de croisière, le rayon d'action, l'endurance, la taille (longueur, envergure, etc.) ou encore leur voilure (fixe, tournante ou battante) [10].

1.3.1 Classification selon la taille

Dans cette échelle on peut distinguer quatre types : MALE, HALE, les minis drones et les micros drones [17] :

HALE (Haute Altitude Longue Endurance)

Ce sont de gros drones, généralement à voilure fixe. Ils peuvent rester en vol pendant une longue période et peuvent collecter des informations pendant une longue période (12 à 48 heures), ces avions possèdent une charge utile importante et sont équipés de caméras (visible et infrarouge) et de radars divers. Par exemple, le Global Hawk (Northrop Grumman) comme il est montré dans la figure (1.2), qui a la taille d'un avion de ligne, peut parcourir des milliers de kilomètres à une altitude pouvant atteindre 20 kilomètres et une vitesse de 635 kilomètres par heure.



FIGURE 1.2 – Le drone Northrop-Grumman MQ-4C Triton.

MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance)

Ils sont utilisés pour les vols de longue durée à moyenne altitude et disposent d'une grande autonomie. Par exemple, Eagle 1 (EADS)(figure (1.3)a) ou le MQ-1 Predator (figure (1.3)b) construit par General Atomics. Ce drone peut voler à 7 600 mètres d'altitude avec une endurance de 28 heures. Il a largué plusieurs fois des bombes ou missiles en Afghanistan en 2001.



FIGURE 1.3 – (a)Le EADS. (b)Le MQ-1 Predator.

Mini-drones MAV (Mini Air Vehicule)

Ils ont une endurance de quelques heures et des dimensions de l'ordre du mètre, ils peuvent voler jusqu'à un plafond de 300 mètres, fonctionnant à des distances allant jusqu'à environ 30 kilomètres en emportant une charge utile très légère. Ce type d'appareils est en général propulsé électriquement [7].



FIGURE 1.4 – Mini drone.

Micro/Nano drones

Ils désignent des appareils d'une taille inférieure à quinze centimètres, de quelques dizaines à quelques centaines de grammes. Ils sont souvent dotés d'hélices entraînées par des moteurs électriques, l'autonomie est d'environ une vingtaine de minutes pour un rayon d'action d'une dizaine de kilomètres et pourraient accomplir des tâches dont des engins plus gros sont incapables.



FIGURE 1.5 – Nano drone.

1.3.2 Classification selon le mode de propulsion

Le fonctionnement aérodynamique fournit une autre possibilité de classification. Ainsi, les drones peuvent être structurés en trois familles [4] [2].

Drone à voilures fixes

Ces configurations comprennent une paire d'ailes fixes assurant la portance, un fuselage, palmes et queue, propulsées par une ou plusieurs hélices. Ils peuvent être plus lourds que l'air (type avion) ou plus léger que l'air (type dirigeable) qui utilise de l'hélium pour générer une poussée verticale et des rotors pour générer des couples. Ayant un volume important, il se déplace lentement et est relativement plus sensible au vent. Mais les avantages des dirigeables sont la stabilité et la faible vibration mécanique.



FIGURE 1.6 – Watchkeeper WK450.

Drones à ailes battantes

Les ailes battantes constituent un système de propulsion alternatif pour les mini et microaéronefs, les battements d'ailes reproduisent le vol des oiseaux ou des insectes de plus en plus fidèlement. En France le laboratoire Femto de Besançon et la Société Silmach travaillent sur un projet de libellule artificielle d'une centaine de grammes. Par exemple le micro Delfly illustré par la figure (1.7) ne pèse que 3 grammes et à une envergure de 10 centimètres avec une vitesse de déplacement de 18 kilomètres par heure. Parce qu'il avait aussi une caméra embarquée, il a été déclaré par le livre Guinness des records 2009 comme "le plus petit aéronefs équipés de caméra dans le monde" [10].

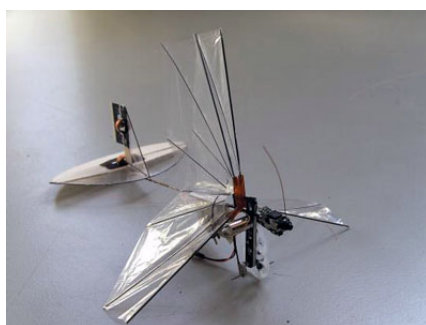


FIGURE 1.7 – Le micro Delfly.

Drones à voilures tournantes

Il existe de nombreuses configurations de véhicules de drones à voile tournante, suivant le nombre de rotors, leur position et la présence ou non d'autres actionneurs. Ils utilisent des voilures tournantes ou rotors multiples pour voler en état stationnaire au-dessus

d'une zone précise ou encore des vols à basse vitesse et à basse altitude. Ils peuvent réaliser une très grande variété de missions irréalisables pour des véhicules à voilure fixe. Ce type de drones se subdivise en plusieurs configuration :

a) **Configuration ayant un seul rotor :**

Dans cette configuration nous trouvons essentiellement les avions appelés 3D. Ces avions ont un seul moteur comme actionneur principal, suffisamment puissant pour décoller verticalement et des ailerons d'une grande surface pour assurer des couples de commande suffisamment grands afin que l'appareil soit facile à piloter. Ils se développent de plus en plus et ils ont l'avantage de pouvoir voler comme un avion normal, ce qui donne la possibilité de se déplacer rapidement et de manière très économique en termes d'énergie.



FIGURE 1.8 – L'avion 3D.

b) **Configuration ayant deux rotors :**

Dans ce type de configuration nous pouvons distinguer ceux qui utilisent un ou deux plateaux cycliques et ceux qui utilisent des pales à pas fixe. Parmi ceux qui utilisent des plateaux cycliques nous avons l'hélicoptère classique avec un rotor principal et un rotor d'orientation, elle est illustré sur figure (1.9). Dans cette catégorie on peut citer aussi l'hélicoptère en tandem qui possède deux rotors qui tournent en contre sens mais dans des axes différents. En ce qui concerne des appareils sans plateaux cycliques, il est clair qu'avec seulement deux rotors on ne peut pas générer une force et trois couples indépendants. Il faut donc ajouter soit des ailerons, soit des mécanismes pour faire pivoter les rotors.



FIGURE 1.9 – L'hélicoptère classique.

c) Configuration ayant trois rotors :

Le tri-rotor est constitué de deux rotors à l'avant qui tournent dans des sens opposés et un rotor à l'arrière avec orientation réglable. Le fonctionnement est similaire à celui d'un quadrirotor mais la performance en vol n'est pas aussi satisfaisante. Dans cette catégorie nous trouvons le tricoptère (figure (1.10)a), le vectron (figure (1.10)b) et l'hélicoptère autostable (figure (1.10)c). Le vectron est constitué de trois rotors qui tournent dans le même sens, le corps circulaire de l'appareil tourne par conséquent dans le sens contraire, les vitesses des moteurs sont variées à des instants très précis de manière à obtenir des couples de tangage et de roulis. L'hélicoptère auto stable (blade-runner) a été inventé récemment par un norvégien, il est constitué de deux rotors à pas fixe qui sont montés sur le même axe et qui tournent dans des sens opposés.



FIGURE 1.10 – (a)Le Trirotor. (b)Le Vectron. (c)L'hélicoptère

d) Configuration ayant quatre rotors :

Il se compose de quatre moteurs situés aux extrémités d'une armature. Son mouvement est contrôlé par la variation de vitesse de chaque rotor pour changer la force de portance et le couple créé par chacun. Deux rotors du même axe tournent dans le sens

horaire, alors que les deux autres tournent dans le sens antihoraire pour compenser le couple créé par les rotors sur l'armature.



FIGURE 1.11 – Le Quadrirotor.

1.4 Le Quadrirotor

1.4.1 Description

Le quadrirotor est un objet volant qui a la particularité de posséder 4 rotors placés aux extrémités d'un corps rigide en forme de croix. L'électronique de contrôle est en général placée au centre de la croix qui constitue le centre de gravité de l'engin. Pour éviter au quadrirotor de tourner sur lui-même autour de son axe de lacet, il faut que les hélices appartenant au couple de moteurs avant-arrière tournent dans un sens et que les hélices appartenant au couple gauche-droite tournent dans un autre sens. Le quadrirotor étant une configuration complètement instable, il faut développer des algorithmes permettant de contrôler chaque moteur séparément pour contrer l'inclinaison sur chaque axe et ainsi le stabiliser. Comme tout autre robot le quadrirotor est constitué essentiellement d'une partie mécanique qui constitue son squelette et ses muscles, plus une partie électronique rassemblant les capteurs, le calculateur et les modules de communications.

1.4.2 Avantages et inconvénients de la configuration quadrirotor

La conception du quadrirotor offre de réels avantages par rapport à d'autres configurations [5] [3].

- Leurs tailles réduites et leur manoeuvrabilité permettent de voler dans des environnements fermés (Indoor) ou ouverts (Outdoor) et près des obstacles à l'opposition des hélicoptères classiques.

- La simplicité de sa mécanique facilite sa maintenance.
- Aucun embrayage n'est exigé entre le moteur et le rotor et aucune exigence n'est donnée sur l'angle d'attaque des rotors.
- Quatre petits rotors remplacent le grand rotor de l'hélicoptère ce qui réduit énormément l'énergie cinétique stockée et minimise les dégâts en cas d'accidents.
- Son décollage et atterrissage verticaux.
- Cette configuration est commandée en variant seulement la vitesse de rotation des quatre moteurs.
- Leur capacité de portance à cause de la présence de quatre rotors au lieu d'un qui peut être augmentée en rallongeant les pales d'un rotor ou en augmentant leur nombre, mais à cause de phénomènes aérodynamiques et d'encombrement, cela à des limites.
- Réduction de l'effet gyroscopique.
- Sa dynamique est plus faible que celle de l'hélicoptère ce qui ne nécessite pas un temps de réaction rapide.

Toutefois, le quadrirotor possède pas mal d'inconvénients qui l'empêchent encore d'être en tête du peloton des UAV's, on peut citer :

- Malgré ses quatre rotors et son équilibre stationnaire, le X4 reste un système sous actionné et dynamiquement instable.
- Leur technologie reste émergente, ce qui n'encourage pas les industriels pour investir plus.

1.4.3 Applications des quadrirotors

Les drones sont développés à l'origine pour remplacer l'homme dans des environnements ou des situations dangereuses. Ces engins sans pilote présentent de nombreux avantages [6] [8] [9].

Applications militaires

Il y a quelques années, les analystes pointaient du doigt la mauvaise fiabilité des drones. Pour les premières générations d'aéronefs non habités, le taux d'attrition était effectivement très important et même s'il a largement décru avec les nouvelles générations de machines, qui pourtant se complexifient, il reste actuellement au moins dix fois supérieur à ceux des

avions habités. Les causes de pertes d'UAV impliquaient pour 30 % le contrôle du vol (décollage/atterrissage), la motorisation était incriminée dans 25 % des cas, les erreurs humaines ne comptaient que pour 25 %, le reste concernant les communications, l'énergie...etc. La fiabilité technique des sous-systèmes UAV est encore largement perfectible pour atteindre les pourcentages d'attrition d'un avion habité où les causes d'accident sont inversées : 75 % dues à des erreurs humaines et 25 % imputables à des causes techniques ou à l'environnement du vol. Avec la maturité des systèmes, la fiabilité des UAV ne devrait pas être très différente des niveaux atteints par les avions habités en phase stabilisée d'exploitation et devrait donc s'améliorer sensiblement. Des progrès ont été incontestablement enregistrés mais le taux d'attrition d'un drone reste malgré tout trois à quatre fois supérieur à un avion habité. La fiabilité des mini et micro drones restera sans doute faible pour des raisons d'investissement et de coût de développement. Vu les prix d'acquisition, le concept de « jetabilité » leur est plus facilement applicable.

Applications civiles

De plus en plus, le secteur civil prend en charge de nombreuses missions de surveillance ou autres dans lesquelles la présence de l'homme n'est pas indispensable et où de bas coûts d'opération sont demandés. Dans les missions actuelles, on peut citer [14].

- Surveillance et contrôle des voies maritimes, des clandestins mais aussi détection des pollutions.
- Surveillance des oléoducs, gazoducs et lignes à haute tension.
- Missions de sécurité civile (surveillance du trafic routier, des manifestations, protection des zones réservées ou interdites, évaluation des catastrophes naturelles comme des feux de forêt et activité des volcans...etc).
- Inspection des ouvrages d'art tels les ponts, les viaducs et les barrages.
- Épandages agricoles, surveillance des zones cultivées et mesures atmosphériques. Par exemple, le programme « DeepWater » pour la garde côtière américaine vise à acquérir 76 drones pour la surveillance maritime et relever les nouveaux défis de sécurité : Observation des pipelines de pétrole et de gaz, surveillance de cargaisons dangereuses, dépistage de vols de contrebande et des actes de piraterie maritime mais aussi des sources d'eau, des vestiges archéologiques, des filons de matières premières ou de combustible...etc.

1.5 Les capteurs pour la navigation et la localisation :

Les drones sont équipés d'une variété d'instruments et de capteurs permettant de les localiser et d'obtenir les différentes grandeurs nécessaires à la mise en œuvre de leurs systèmes de contrôle et de prise de décision. Donc les différents capteurs intégrés dans le drone constituent l'une des pièces importantes pour assurer la stabilité et l'autonomie du système. On peut distinguer trois catégories [8] [9] :

- **Les capteurs proprioceptifs** : Ces capteurs mesurent la position, La vitesse ou l'accélération de la machine par rapport à l'état de référence.
- **Les capteurs extéroceptifs** : Ils fournissent des informations sur l'environnement de drone lorsque se bouge.
- **Les capteurs exproprioceptifs** : Rassemblement de proprioceptif et extéroceptif.

1.5.1 Centrales inertielles (IMU : Inertiel Measurement Unit)

Une centrale inertielle (IMU) est un système complet, se compose au minimum de 3 accéléromètres et de 3 gyroscopes mesurant l'accélération non gravitationnelle et la vitesse instantanée de rotation du véhicule par rapport à un référentiel inertielle. De plus on peut trouver des magnétomètres intégrés dans ce circuit électronique.

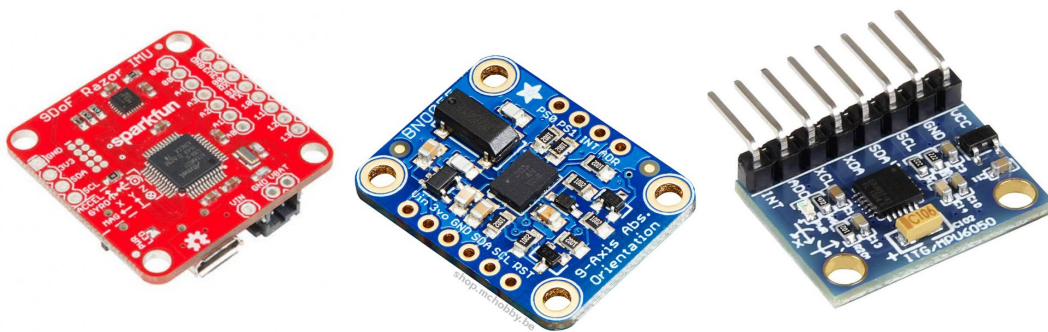


FIGURE 1.12 – Exemples des centrales inertielles

1.5.2 Accéléromètres :

Un accéléromètre permet de mesurer l'accélération non gravitationnelle de l'objet qui le supporte suivant un, deux ou trois axes. L'accéléromètre à trois axes peut mesurer trois

accélérations linéaires le long de trois axes orthogonaux. Leur principe est basé sur la déformation ou le déplacement d'un objet lors d'une accélération.

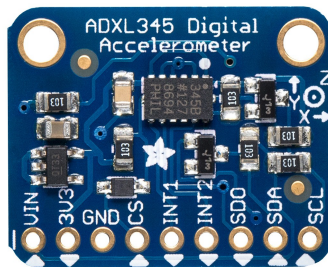


FIGURE 1.13 – Exemple d'un accéléromètre

1.5.3 Magnétomètres :

Le magnétomètre est un capteur utilisé pour la mesure de champ magnétique terrestre et aussi indique la direction du nord magnétique afin de contrôler le cap d'un drone. Cependant ce capteur est sensible aux interférences magnétiques externes des drones induits par la proximité de moteurs électriques par exemple.

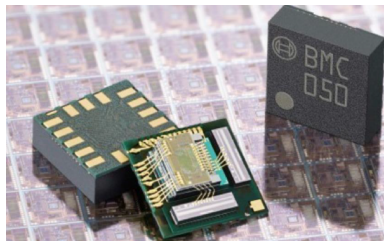


FIGURE 1.14 – Exemple d'un magnétomètre

1.5.4 Gyromètres et Gyroscopes :

Le gyromètre est un capteur de mouvement qui mesure la vitesse angulaire. Dans notre cas le quadrirotor a trois axes de rotation, pour calculer les vitesses à chaque axe on a besoin d'un gyromètre a trois axes. Un gyroscope est un appareil permettant d'effectuer une mesure de la rotation absolue de son boîtier.

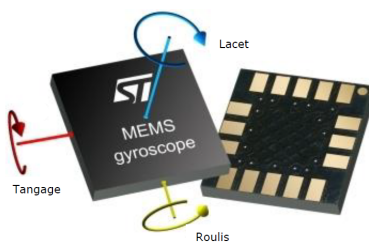


FIGURE 1.15 – Exemple d'un gyroscope

1.5.5 Système de géolocalisation (GPS : Global Positioning System) :

Le système GPS est un système de positionnement par satellite. Ce système comporte vingt-quatre satellites répartis de telle sorte qu'en tout point du globe, on peut en observer simultanément quatre à huit, avec une élévation d'au moins quinze degré.



FIGURE 1.16 – Exemple d'un GPS module

1.5.6 Télémètres :

Le télémètre est un capteur qui permet d'acquérir des mesures sur l'environnement qui l'entoure. Leur principe de fonctionnement est de l'envoi un signal qui lui est renvoyé par l'obstacle le plus proche dans la direction du lancement. On distingue différents types des signaux (laser, ultrasons et ondes radios). Leur utilisation est possible dans les phases de décollage et d'atterrissage pour mesurer la distance au sol et même pour détecter des murs ou des obstacles.

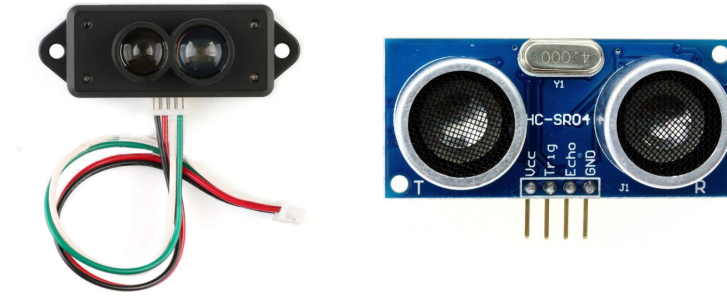


FIGURE 1.17 – Exemples des télémètres

1.5.7 Altimètres barométriques :

L'altimètre barométrique est un capteur utilisé pour déterminer la hauteur entre le niveau de capteur et le niveau de référence. La valeur mesurée du capteur est très sensible aux changements des conditions atmosphériques (rafales de vent).

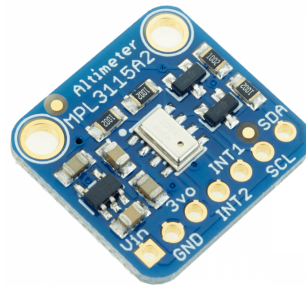


FIGURE 1.18 – Exemple d'un altimètre barométrique

1.5.8 Capteur de vision (caméra) :

Le capteur de vision est l'un des sources d'informations qui peuvent être utilisées pour localiser d'un véhicule dans un environnement. Par contre Le signal GPS peut être faible ou indisponible à certains endroits. L'utilisation des cameras est très utile lors de l'exécution des tâches suivantes : Localisation, navigation et exploration. La stéréovision est une technique de vision fondée sur l'utilisation de plusieurs caméras, cette technique permet d'enrichir l'information en la comparant avec celle d'une vue unique.



FIGURE 1.19 – Exemple d'un camera

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu général sur les drones ainsi que leur classification. Cette dernière a été faite selon la taille de drone et le mode de propulsion. Après, nous avons discuté précisément sur les avantages et les inconvénients du quadrirotor et leurs domaines d'application. Finalement, nous avons présenté une diversité des capteurs techniques utilisés dans le domaine des drones. Il semble évident que les drones ont fait un saut qualitatif dans le domaine de l'automatique.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION DU QUADRIROTOR

Sommaire

2.1 Introduction	21
2.2 Description du quadrirotor	21
2.3 Mouvements du quadrirotor	22
2.3.1 Mouvement de Roulis	22
2.3.2 Mouvement de Tangage	23
2.3.3 Mouvement de Lacet	23
2.3.4 Translation verticale	24
2.3.5 Translation horizontale	24
2.4 Modèle dynamique	25
2.4.1 Matrice de rotation	26
2.4.2 Vitesse linéaire	29
2.4.3 Vitesses angulaires	30
2.4.4 Effets physiques agissants sur le quadrirotor	31
2.4.5 Modèle mathématique selon Newton-Euler	33
2.4.6 Représentation d'état	36
2.4.7 Dynamique des moteurs	37
2.5 Conclusion	38

2.1 Introduction

La modélisation rassemble un ensemble de techniques qui peuvent représenter mathématiquement le système étudié. Cela nécessite une compréhension précise des phénomènes qui se produisent dans le système et la capacité de les exprimer par des équations mathématiques.

La synthèse des lois de contrôle dynamique du système nécessite une modélisation précise de ce dernier afin que le modèle puisse prédire au mieux le comportement du système à diverses excitations (contrôle, interférence...etc). Par conséquent, plus il est détaillé, plus il est fidèle au système. Cependant, cela a entraîné des complications dans la recherche et la synthèse d'éventuelles lois de contrôle. Un compromis doit être fait en adoptant des hypothèses simplifiées afin de pouvoir répondre aux contraintes réelles.

Compte tenu du nombre de phénomènes physiques qui affectent sa dynamique, les quadrirotors sont classés comme le système de vol le plus complexe. Afin de concevoir un contrôleur de vol, nous devons d'abord comprendre profondément le mouvement et la dynamique du système. Cette compréhension est non seulement nécessaire pour la conception du contrôleur, mais également pour garantir que la simulation de l'aéronef représentera le comportement de la manière la plus réaliste possible lors de l'application des commandes.

2.2 Description du quadrirotor

Un drone quadrirotor se compose de quatre hélices, chaque hélice est entraînée par un moteur, et possède une paire d'engrenages, ces engrenages sont utilisés pour réduire la vitesse de rotation puis augmenter le couple généré. Les hélices 1 et 3 tournent dans le sens antihoraire, tandis que les hélices 2 et 4 tournent dans le sens horaire comme indiqué dans la figure (2.1).

le quadrirotor a six degrés de libertés, trois mouvements de rotation et trois mouvements de translation, ces six degrés doivent être commandés à l'aide de quatre déclencheurs seulement, donc c'est un système sous actionné (le nombre des entrées inférieure au nombre des sorties).

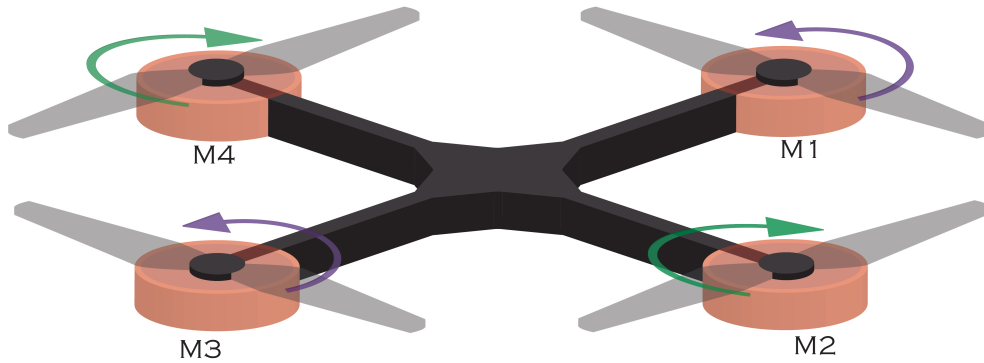


FIGURE 2.1 – Direction de rotation des rotors.

2.3 Mouvements du quadrirotor

Pour réaliser les six mouvements du quadrirotor nous n'avons à notre disposition que quatre actionneurs, par conséquent les mouvements de l'appareil sont couplés ce qui signifie que nous ne pouvons pas effectuer un des mouvements sans en impliquant d'autres. Par exemple en réduisant la vitesse du rotor droit, le quadrirotor s'incline de ce côté et l'équilibre entre les rotors qui tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et les rotors qui tourne dans le sens inverse est perturbé, ce qui implique deux mouvements de rotation appelés roulis et lacet. Le mouvement de rotation de roulis implique un mouvement de translation sur l'axe Y. C'est cette particularité qui permet de commander le quadrirotor sur six degrés de liberté avec seulement quatre actionneurs [18]. Ainsi le quadrirotor a six mouvements (mouvement de roulis, mouvement de tangage, mouvement de lacet, translation verticale, translation sur l'axe X et translation sur l'axe Y).

2.3.1 Mouvement de Roulis

Nous appliquons un couple autour de l'axe x, c'est-à-dire en appliquant une différence de poussée entre le rotor 2 et le rotor 4. Ce mouvement est couplé à un mouvement de translation le long de l'axe y [20], il est montré sur la figure (2.2).

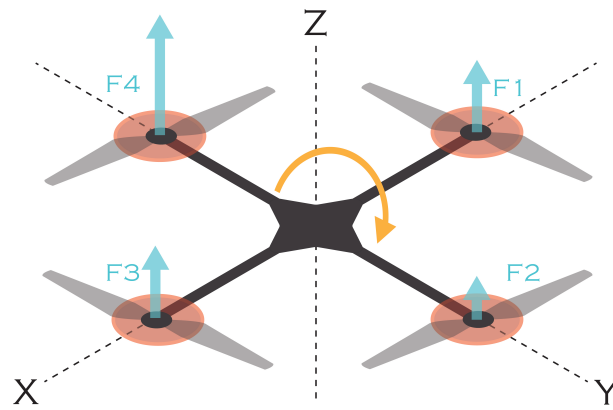


FIGURE 2.2 – Illustration du mouvement de Roulis.

2.3.2 Mouvement de Tangage

Nous appliquons un couple autour de l'axe y , c'est-à-dire en appliquant une différence de poussée entre le rotor 1 et le rotor 3. Ce mouvement est couplé à un mouvement de translation le long de l'axe x [20], il est montré sur la figure (2.3).

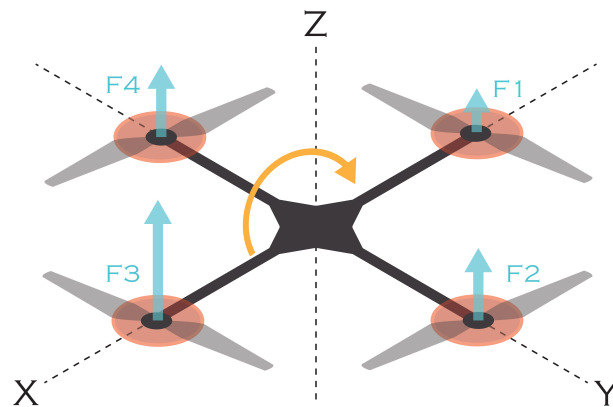


FIGURE 2.3 – Illustration du mouvement de Tangage.

2.3.3 Mouvement de Lacet

Quand les moteurs tournent lors d'une rotation à la même vitesse, le couple anti-rotation est nul et quadri-rotor ne tourne pas, donc nous appliquons un couple autour de l'axe z , c'est-à-dire nous augmentons la vitesse de rotation des deux moteurs $\{1,3\}$ ou $\{2,4\}$, selon l'angle requis sur les lacets [21] [22], il est montré sur la figure (2.4).

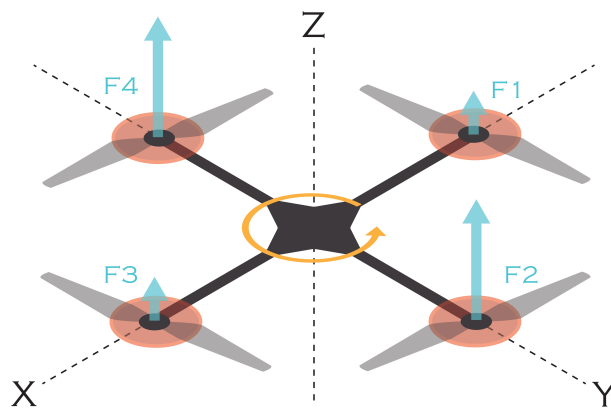


FIGURE 2.4 – Illustration du mouvement de Lacet.

2.3.4 Translation verticale

La force résultante des quatre rotors projetés sur l'axe Z est opposée à la gravité. La somme de ces deux forces détermine la montée ou la descente du quadrirotor. Si la force exercée par le rotor est supérieure à la gravité, l'appareil monte, sinon l'appareil tombe. Si la force des deux forces est égale, le quadcopter fait un vol stationnaire, il est montré sur la figure (2.5).

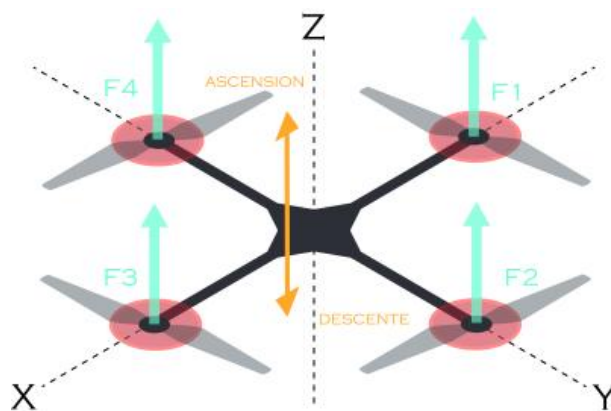


FIGURE 2.5 – Illustration du mouvement de translation verticale.

2.3.5 Translation horizontale

Translation sur l'axe X

Pour effectuer une translation sur l'axe X, il faut effectuer une rotation autour de l'axe Y comme décrit précédemment, tout en tenant compte des conditions nécessaires pour ne pas effectuer de rotation en lacet.

Translation sur l'axe Y

Afin d'effectuer une translation sur l'axe Y, nous devons effectuer une rotation autour de l'axe X tout en respectant les conditions ci-dessus pour éviter la rotation en lacet comme il est montré sur la figure (2.6).

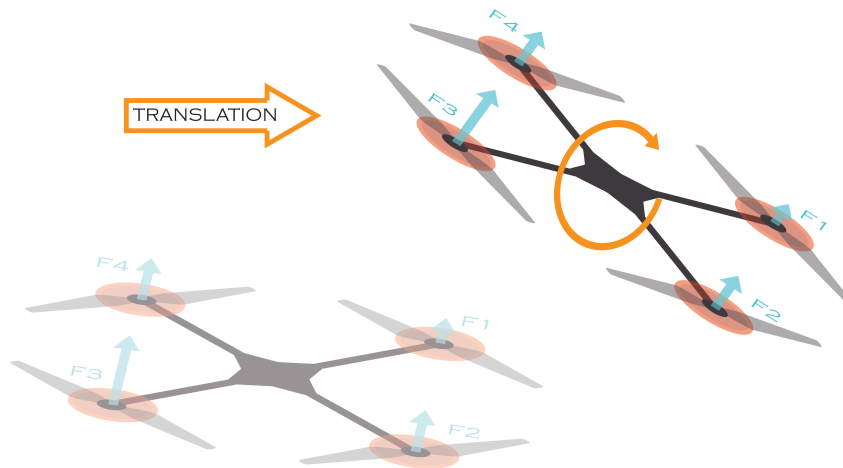


FIGURE 2.6 – Illustration du mouvement de translation horizontale.

2.4 Modèle dynamique

Il est très difficile de modéliser un quadrirotor, parce que la dynamique du système est fortement non linéaire et couplée. Afin de mieux comprendre le modèle dynamique développé ci-dessous, nous considérons les hypothèses suivantes [20] [23] :

- En supposant que la structure du quadrirotor est rigide et symétrique, cela signifie que la matrice L d'inertie est supposée diagonale.
- Le centre de gravité du quadrirotor coïncide avec l'origine du système de coordonnées lié à ce dernier.
- Les hélices doivent être rigides afin de négliger l'effet de leur déformation lors de la rotation.
- Les forces de portance et de traînée sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation du rotor, qui est très approximatif du comportement Aérodynamique.

Afin d'élaborer le modèle mathématique on utilise deux repères, un repère fixe lié à la terre R_0 et un autre mobile lié au centre de masse du quadrirotor R_1 .

Le passage entre le repère mobile et le repère fixe est donné par une matrice dite la matrice de transformation T qui contient l'orientation et la position de repère mobile par rapport au repère fixe.

$$T = \begin{bmatrix} R & \xi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.1)$$

Avec R la matrice de rotation de l'objet mobile, $\xi = [x \ y \ z]^T$ est le vecteur de position. Pour déterminer les éléments de la matrice de rotation R , on utilise les angles d'Euler.

2.4.1 Matrice de rotation

Un quadrirotor nécessite deux trièdres pour le repérer dans l'espace [19], un repère terrestre noté $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$ lié à la terre supposé immobile et un repère lié au corps du quadrirotor noté $R_1(O_1, X_1, Y_1, Z_1)$ (voir la figure (2.7)). Dont l'origine O_1 coïncide avec le centre de gravité G du quadrirotor. Donc les paramètres qui permettent de décrire le mouvement du quadrirotor $(\phi, \theta, \psi, x, y, z, V)$ avec :

- ϕ (angle de roulis) : rotation autour de X_1 ($-\pi < \phi < \pi$).
- θ (angle de tangage) : rotation autour de Y_1 ($-2\pi < \theta < 2\pi$).
- ψ (angle de lacet) : rotation autour de Z_1 ($-\pi < \psi < \pi$).
- x : coordonnée du centre de gravité G du quadrirotor suivant X_0 .
- y : coordonnée du centre de gravité G du quadrirotor suivant Y_0 .
- z : coordonnée du centre de gravité G du quadrirotor suivant Z_0 .
- $\Omega : [p, q, r]^T \in R_0$: la vitesse de rotation du quadrirotor par rapport repère inertiel.
- $V : [u, v, w]^T \in R_0$: la vitesse linéaire liée du quadrirotor par rapport repère inertiel.

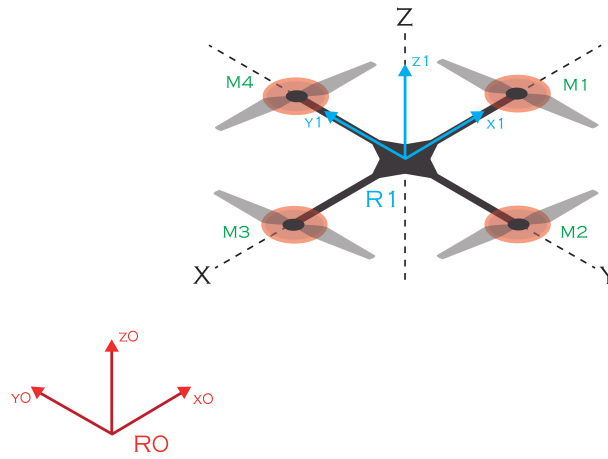


FIGURE 2.7 – Repérage du quadrirotor.

On considère que les centres O_0 et O_1 des deux repères sont confondus, ce qui signifie que le repère R_1 ne fait que des rotations par rapport au repère R_0 . Trois paramètres indépendants sont nécessaires pour décrire complètement l'orientation du repère R_1 par rapport à celle de R_0 . Le passage du repère R_1 vers le repère R_0 se fera par trois rotations en utilisant deux repères intermédiaires R_i et R_j [20].

Passage du repère R_0 vers le repère R_i

La rotation se fait autour de l'axe $x_i = x_0$. On passe du repère R_0 vers R_i en faisant une rotation d'angle ϕ appelé angle de roulis.

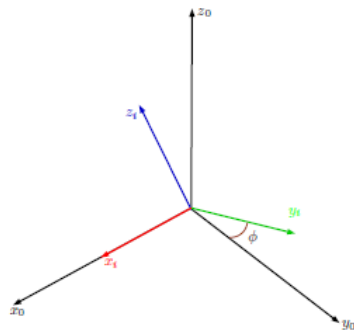


FIGURE 2.8 – Rotation autour de l'xe x.

La représentation est composée de graphiques plats, à partir desquels nous pouvons construire grâce à la matrice, nous avons donc la matrice :

$$R(X_0, \phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (2.4.2)$$

Passage du repère R_i vers le repère R_j

La rotation se fait autour de l'axe $y_j = y_i$. On passe du repère R_i vers le repère R_j en faisant une rotation d'angle θ appelé angle de tangage.

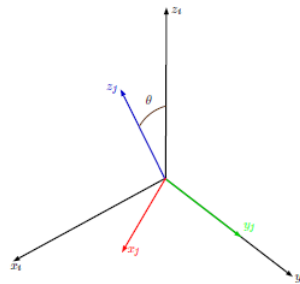


FIGURE 2.9 – Rotation autour de l'xe y.

nous avons donc la matrice :

$$R(Y_0, \theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (2.4.3)$$

Passage du repère R_j vers le repère R_1

La rotation se fait autour de l'axe $z_1 = z_j$. On passe du repère R_j vers le repère R_1 en faisant une rotation d'angle ψ appelé angle de lacet.

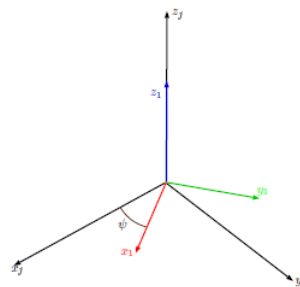


FIGURE 2.10 – Rotation autour de l'xe z.

nous avons donc la matrice :

$$R(Z_0, \psi) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.4.4)$$

Le passage du repère R_1 vers le repère R_0 ou inversement se fait par trois rotations successives de telle sorte que tous les axes de R_1 occupent des positions différentes de celle de R_0 . La matrice de passage de R_1 vers R_0 est donnée par le produit des trois matrices successives, on obtient :

$$R = R(\phi, \theta, \psi) = R(Z_0, \psi)R(Y_0, \theta)R(X_0, \phi) \quad (2.4.5)$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\psi) & -\cos(\phi)\sin(\psi) + \sin(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) & \sin(\phi)\sin(\psi) + \cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) \\ \cos(\theta)\sin(\psi) & \cos(\phi)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) & -\sin(\phi)\cos(\psi) + \cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) \\ -\sin(\theta) & \sin(\phi)\cos(\theta) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{pmatrix}$$

2.4.2 Vitasse linéaire

Soit une base orthonormée constituant un repère fixe. Si le quadrirotor subit trois rotations successives selon les angles aéronautiques on alors :

$$r_{x,y,z}(x, y, z) = R(\phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

$$r_x = (\cos\theta\cos\psi)x + (-\sin\psi\cos\phi + \cos\psi\sin\phi\sin\theta)y + (\sin\psi\sin\phi + \cos\psi\sin\theta\cos\phi)z$$

$$r_y = (\sin\psi\cos\theta)x + (\cos\psi\cos\phi + \sin\psi\sin\phi\sin\theta)y + (-\cos\psi\sin\phi + \sin\psi\cos\phi\cos\theta)z$$

$$r_z = (-\sin\theta)x + (\cos\theta\sin\phi)y + (\cos\theta\cos\phi)z$$

Après plusieurs calculs on trouve la forme finale de la vitesse donnée par l'équation suivante :

$$v^2 = (y^2 + z^2)(\dot{\psi}^2 \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \dot{\phi} \dot{\psi} + \dot{\phi}^2) + (x^2 + z^2)(\dot{\psi}^2 \cos^2 \theta \sin^2 \phi + 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + \cos^2 \phi \dot{\theta}^2) + (x^2 + y^2)(\dot{\psi}^2 \cos^2 \phi \sin^2 \theta - 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + \sin^2 \phi \dot{\theta}^2) + 2xy(\dot{\psi}^2 (\sin \phi \sin \theta \cos \theta) + \dot{\psi} (\cos \phi \sin \theta \dot{\theta} - \sin \phi \cos \phi \dot{\theta}) - \cos \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) + 2xz(\dot{\psi}^2 (\cos \phi \sin \theta \cos \theta) + \dot{\psi} (-\cos \phi \cos \theta \dot{\phi} - \sin \phi \sin \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) + 2yz(-\dot{\psi}^2 (\sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta) + \dot{\psi} (\sin^2 \phi \cos \theta \dot{\theta} - \cos^2 \phi \cos \theta \dot{\theta}) - \sin \phi \cos \phi \dot{\phi} \dot{\theta}^2)$$

Les vitesses linéaires v_x^0, v_y^0, v_z^0 dans le repère fixe en fonction des vitesses linéaires v_x^1, v_y^1, v_z^1 dans le repère mobile sont données par :

$$v = \begin{bmatrix} v_x^0 \\ v_y^0 \\ v_z^0 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} v_x^1 \\ v_y^1 \\ v_z^1 \end{bmatrix} \quad (2.4.7)$$

2.4.3 Vitesses angulaires

Nous posons les vitesses de rotations Ω_1, Ω_2 et Ω_3 dans le repère fixe, ces vitesses sont exprimées en fonction des vitesses $\dot{\phi}, \dot{\theta}$ et $\dot{\psi}$ dans le repère mobile. Au début les deux repères sont confondus et la rotation de Roulis a lieu, viens ensuite une rotation de Tangage le vecteur de vitesse doit être exprimé dans le repère fixe, on multiplie donc le vecteur $\dot{\theta}$ par $R(X_0, \phi)^{-1}$, et enfin nous avons la rotation de Lacet et pour exprimer le vecteur de vitesse $dot\psi$ dans le repère fixe on le multiplie par $[R(Y_0, \theta)R(X_0, \phi)]^{-1}$ [21].

Nous avons donc :

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + R(X_0, \phi)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + [R(Y_0, \theta)R(X_0, \phi)]^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (2.4.8)$$

Alors on obtenu :

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \cos(\phi) \\ -\dot{\theta} \sin(\phi) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\dot{\psi} \sin(\theta) \\ \dot{\psi} \sin(\phi) \cdot \cos(\theta) \\ \dot{\psi} \cos(\phi) \cdot \cos(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin(\theta) \\ \dot{\theta} \cos(\phi) + \dot{\psi} \sin(\phi) \cos(\theta) \\ \dot{\psi} \cos(\phi) \cos(\theta) - \dot{\theta} \sin(\phi) \end{pmatrix}$$

Si on suppose que le quadrirotor fait de petites rotations de roulis et de tangage nous pouvons approximer comme suit : $\cos(\phi) = \cos(\theta) = 1$ et $\sin(\phi) = \sin(\theta) = 0$ donc la vitesse angulaire pourra s'écrire comme suit :

$$\Omega = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (2.4.9)$$

2.4.4 Effets physiques agissants sur le quadrirotor

Les forces :

Les forces agissant sur le système sont :

— **La gravité :**

Elle est donnée comme suit :

$$P = mg \quad (2.4.10)$$

Avec m la masse du quadrirotor et $g = 9.81 m/s^2$.

— **Les forces de poussées :**

Qui sont les forces provoquées par la rotation du moteur sont-elles perpendiculaire au plan de l'hélice.

$$F_i = b\omega_i^2 \quad (2.4.11)$$

Avec $i = \{1,2,3,4\}$ et b le coefficient de portance des hélices, il dépend de leurs formes, du nombre de pales et de la densité de l'air.

— **Les forces de traînée :**

La traînée est la force qui s'oppose au mouvement d'un corps dans un liquide ou un gaz, elle agit comme un frottement.

- **La traînée dans les hélices :** Elle agisse sur les pales, cette force est proportionnelle au carré de la vitesse de rotation, elle est donnée par la relation suivante :

$$T_h = d\omega_i^2 \quad (2.4.12)$$

Avec $i = \{1,2,3,4\}$ et d le coefficient de drag, il dépend de la fabrication de l'hélice.

- **La traînée selon les axes :** Elle est due au mouvement du quadrirotor et est donnée comme suit :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{ftx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fity} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{ftz} \end{bmatrix} V \quad (2.4.13)$$

Avec $K_{ftx}, K_{fity}, K_{ftz}$ les coefficients de traînée de translation et V la vitesse linéaire.

Les moments :

Les moments agissant sur le quadrirotor sont différents. Ces moments sont dus aux forces de poussée et de traînée et aux effets gyroscopiques.

— Moments dus aux forces de poussées :

- **Autour de l'axe des x :** Lors d'une rotation autour de l'axe x, qui est due à une différence entre les forces de portances des rotors 2 et 4, nous obtenons un moment :

$$M_x = l(F_4 - F_2) = lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (2.4.14)$$

Avec l est la distance entre le centre de masse du quadri-rotor et l'axe de rotation du rotor.

- **Autour de l'axe des y :** Lors d'une rotation autour de l'axe y, qui est due à une différence entre les forces de portances des rotors 1 et 3, nous obtenons un moment :

$$M_y = l(F_3 - F_1) = lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (2.4.15)$$

Avec l est la distance entre le centre de masse du quadrirotor et l'axe de rotation du rotor.

— Moments dus aux forces de traînée :

- Elle est due à un couple réactif provoqué par les couples de traînée dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (2.4.16)$$

- Les frottements aérodynamiques induisent des moments :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\varphi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad (2.4.17)$$

Avec $K_{fax}, K_{fay}, K_{faz}$ les coefficients de frottement aérodynamiques et $\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ les vitesses angulaires.

— Moments dus aux effets gyroscopiques :

L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante, l'effet gyroscopique est ainsi nommé

en référence au mode de fonctionnement du gyroscope. Nous avons donc deux moments gyroscopiques :

- **Moment gyroscopique du quadrirotor** : Ce sont les moments générés par la rotation du quadrirotor lui-même, et ils sont décrits par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J\Omega \quad (2.4.18)$$

avec J l'inertie du système.

- **Moment gyroscopique des hélices** : Ce sont les Moments dus aux rotations des hélices sur leurs axes, ils sont définis comme suit :

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r \begin{bmatrix} 0 & 0 & (-1)^{i+1} \omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_r \dot{\theta} \bar{\Omega} \\ -J_r \dot{\phi} \bar{\Omega} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.19)$$

Avec J_r l'inertie des rotors et $\bar{\Omega} = \omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4$

2.4.5 Modèle mathématique selon Newton-Euler

La méthode Newton-Euler est une des méthodes les plus utilisées dans la modélisation de robots, elle consiste en les équations suivantes [22] :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ m\ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\Omega = M_{gm} + M_f + M_a + M_{gh} \end{cases} \quad (2.4.20)$$

Avec :

- ξ : le vecteur de position du quadrirotor.
- m : la masse totale du quadrirotor.
- Ω : le vecteur de vitesse angulaire exprimé dans le repère fixe.
- R : la matrice de rotation.

— J : la matrice d'inertie symétrique :

$$J = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \quad (2.4.21)$$

— $S(\Omega)$: la matrice antisymétrique au vecteur Ω , elle est de la forme suivante :

$$S(\Omega) = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.4.22)$$

— F_f : la force de poussée totale générée par les quatre rotors :

$$F_f = R \times \left[0 \quad 0 \quad \sum_{i=0}^4 F_i \right]^T \quad (2.4.23)$$

— F_t : la force de trainée selon les axes (x, y, z) est donnée comme suit :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{ftx}\dot{x} \\ -K_{ftx}\dot{y} \\ -K_{ftx}\dot{z} \end{bmatrix} \quad (2.4.24)$$

— F_g : la force de gravité et elle est donnée par :

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (2.4.25)$$

— M_f : moment provoqué par les forces de poussée et de trainée :

$$M_f = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (2.4.26)$$

Equation de mouvement de translation

Le modèle de Newton-Euler nous donne :

$$m\ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g \quad (2.4.27)$$

Nous faisons les transformations nécessaires pour réaliser :

$$M \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi).\sin(\theta).\cos(\psi) + \sin(\psi).\sin(\phi) \\ \cos(\phi).\sin(\theta).\sin(\psi) - \sin(\phi).\cos(\psi) \\ \cos(\phi).\cos(\theta) \end{bmatrix} \sum_{i=0}^4 F_i + \begin{bmatrix} -K_{f_{tx}}\dot{x} \\ -K_{f_{ty}}\dot{y} \\ -K_{f_{tz}}\dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (2.4.28)$$

Par conséquent, nous obtenons l'équation différentielle suivante qui définit le mouvement de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m}(\cos(\phi).\sin(\theta).\cos(\psi) + \sin(\psi).\sin(\phi)) \left(\sum_{i=0}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{tx}}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m}(\cos(\phi).\sin(\theta).\sin(\psi) + \sin(\phi).\cos(\psi)) \left(\sum_{i=0}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{ty}}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m}(\cos(\phi).\cos(\theta)) \left(\sum_{i=0}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{tz}}}{m} \dot{z} - g \end{cases} \quad (2.4.29)$$

Equation de mouvement de rotation

L'équation de rotation est donnée par :

$$J\dot{\Omega} = M_{gm} + M_f + M_a + M_{gh} \quad (2.4.30)$$

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{f_{tx}}\dot{\phi}^2 \\ K_{f_{ty}}\dot{\theta}^2 \\ K_{f_{tz}}\dot{\psi}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_r\dot{\theta}\bar{\Omega} \\ -J_r\dot{\phi}\bar{\Omega} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.31)$$

$$\begin{cases} I_x\ddot{\phi} = -\dot{\theta}\dot{\psi}(I_z - I_y) - J_r\bar{\Omega}\dot{\theta} - K_{f_{ax}}\dot{\phi}^2 + lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) - J_r\bar{\Omega}\dot{\theta} - K_{f_{ay}}\dot{\theta}^2 + lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ I_z\ddot{\psi} = -\dot{\theta}\dot{\phi}(I_y - I_x) - K_{f_{ay}}\dot{\psi}^2 + lb(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (2.4.32)$$

Maintenant, nous pouvons construire un modèle complet qui contrôle le quadrirotor :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_r}{I_x}\bar{\Omega}\dot{\theta} - \frac{K_{fax}}{I_x}\dot{\phi}^2 + \frac{U_2}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}\frac{(I_z - I_x)}{I_y} - \frac{J_r}{I_y}\bar{\Omega}\dot{\phi} - \frac{K_{fay}}{I_y}\dot{\theta}^2 + \frac{U_3}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \dot{\theta}\dot{\phi}\frac{(I_x - I_y)}{I_z} - \frac{K_{faz}}{I_z}\dot{\psi}^2 + \frac{U_4}{I_z} \\ \ddot{x} = \frac{(\cos(\phi).\sin(\theta).\cos(\psi) + \sin(\psi).\sin(\phi))}{m}U_1 - \frac{K_{ftx}}{m}\dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{(\cos(\phi).\sin(\theta).\sin(\psi) - \sin(\phi).\cos(\psi))}{m}U_1 - \frac{K_{fty}}{m}\dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{(\cos(\phi).\cos(\theta))}{m}U_1 - \frac{K_{ftz}}{m}\dot{z} - g \end{array} \right. \quad (2.4.33)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.4.34)$$

2.4.6 Représentation d'état

Nous réécrivons le modèle mathématique comme un modèle d'état. Pour cela, nous posons :

$$X = [\varphi \quad \dot{\varphi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z}]^T$$

Tels que :

$$X = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]^T$$

Enfin, nous obtenons la représentation d'état suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega} x_4 + b_1 U_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega} x_2 + b_2 U_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 U_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{\cos(x_1)\cos(x_5)\sin(x_3)+\sin(x_1)\sin(x_5)}{m} U_1 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{\cos(x_1)\sin(x_5)\sin(x_3)-\sin(x_1)\cos(x_5)}{m} U_1 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos(x_1)\cos(x_3)}{m} U_1 - g \end{array} \right. \quad (2.4.35)$$

Avec :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{I_y - I_z}{I_x}, a_2 = -\frac{K_{fax}}{I_x}, a_3 = -\frac{I_r}{I_x}, a_4 = \frac{I_z - I_x}{I_y}, a_5 = -\frac{K_{fay}}{I_y}, a_6 = \frac{I_r}{I_y}, \\ a_7 &= \frac{I_x - I_y}{I_z}, a_8 = -\frac{K_{faz}}{I_z}, a_9 = -\frac{K_{ftx}}{m}, a_{10} = -\frac{K_{fity}}{m}, a_{11} = -\frac{K_{ftz}}{m}, \\ b_1 &= \frac{1}{I_x}, b_2 = \frac{1}{I_y}, b_3 = \frac{1}{I_z} \end{aligned}$$

2.4.7 Dynamique des moteurs

Considérant les moteurs utilisés sont des moteurs à courant continue sans balais, donc la dynamique du rotor est rapprochée à celle d'un moteur à courant continu, les équations différentielles suivantes décrivent cette dynamique [24] :

$$J_r \dot{\omega}_i = \tau_i - Q_i, \quad i \in 1, 2, 3, 4 \quad (2.4.36)$$

avec τ_i est le couple d'entrée, $Q_i = d\Omega_i^2$ est le couple résistant généré par chaque rotor. Avant de pouvoir commander les moteurs il faut trouver la vitesse désirée de chaque moteur, pour cela nous utiliserons la formule suivante [22] :

$$\omega_d = M^{-1} U \quad (2.4.37)$$

Avec $\omega_d = (\omega_{d1}^2, \omega_{d2}^2, \omega_{d3}^2, \omega_{d4}^2)$, $U = (U_1, U_2, U_3, U_4)^T$ et M est une matrice inversible obtenu à partir de l'équation précédente.

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix}$$

À l'aide des couples τ_i on veut synthétiser un contrôleur pour que Ω_i tend vers Ω_d , tel que $\tilde{\omega}_i = \Omega_i - \Omega_d$ s'agit d'une erreur de vitesse.

La loi de commande est donnée par :

$$\tau_i = Q_i + J_r \dot{\omega}_{d,i} - K_i \tilde{\omega}_i \quad (2.4.38)$$

En substituant la loi de commande dans (2.4.36), on obtient :

$$\dot{\tilde{\omega}} = -\frac{K_i}{J_r} \tilde{\omega}_i \quad (2.4.39)$$

La convergence exponentielle de $\tilde{\omega}$ vers zéro est montrée par la relation précédente, par conséquence les commandes convergent vers ces valeurs désirées, ainsi la stabilité du quadrirotor est assurée. Pour commander le quadrirotor on doit obtenir les tensions d'entrée nécessaire pour alimenter chaque moteur, ce qui nous permet de commander les moteurs par ces tensions d'alimentation. Comme les moteurs utilisés sont petits et identiques, ils ont donc une inductance faible. Par conséquent la dynamique des moteurs peut être approximée comme suit [23] :

$$v_i = \frac{R_a}{K_m K_g} \tau_i + K_m K_g \Omega_i \quad (2.4.40)$$

où R_a et K_m sont la résistance et la constant du couple de moteur respectivement et K_g est un gain du réducteur.

2.5 Conclusion

Ce chapitre est consacré à la modélisation mathématique d'un engin volants miniature de type quadrirotor. Afin de décrire le comportement dynamique du quadrirotor. Nous avons présenté une modélisation mathématique pour un corps rigide à 6-DDL basée sur le formalisme de Newton-Euler. À partir du modèle obtenu, nous pouvons conclure que le quadrirotor est un système non linéaire, qui a une forte interaction entre les états sous entraînement. Dans les chapitres suivants nous allons étudier des techniques de commande pouvant être appliquées au drone quadrirotor.

CHAPITRE 3

COMMANDE PAR L'APPROCHE DE PD

Sommaire

3.1	Introduction	40
3.2	Séparation des dynamiques de rotation et de translation	40
3.3	Principe de la commande	40
3.4	Application à la commande de quadrirotor	41
3.5	Simulation du modèle	45
3.6	Résultats et interprétations	47
3.7	Conclusion	49

3.1 Introduction

Le quadrirotor est un véhicule aérien à voilure tournante, la difficulté de son contrôle est due principalement à sa dynamique complexe, non linéaire, multivariable et surtout de son sous actionnement. Tous les dispositifs de contrôle de stabilité sont conçus pour garantir que la trajectoire requise est suivie selon les trois axes (X ; Y ; Z) et l'angle de lacet ψ .

Plusieurs travaux de recherche ont été développées pour construire les méthodes de régulation, parmi ces méthodes, on peut citer la régulation par LQR [25] [26], la commande prédictive linéaire [17], la commande par PID [27] et la commande H_∞ [28]. Les régulateurs linéaires les plus utilisés dans l'industrie sont les régulateurs PID. Les raisons de son succès sont principalement sa structure simple, ses bonnes performances et sa robustesse pour plusieurs processus, sa connaissance raisonnable et sa facilité de réglage même avec une connaissance peu précise du modèle du système. Les techniques de contrôle PD et PID sont utilisées principalement pour obtenir un fonctionnement stable.

Dans notre travail, nous proposons une technologie de contrôle basé sur l'approche de PD pour contrôler le système globale du quadrirotor. Nous allons synthétiser les lois de commande et les simuler pour vérifier les résultats théoriques.

3.2 Séparation des dynamiques de rotation et de translation

La théorie de la séparation de la dynamique des engins volants consiste à séparer l'ensemble du système en plusieurs sous-systèmes en cascade. Dans le modèle dynamique du quadrirotor, on peut extraire une représentation sous forme de deux sous-système interconnectés, un sous-système comprend la dynamique de translation, correspondant à la dynamique lente et un sous-système comprend la dynamique de rotation, correspondant à la dynamique rapide. Cette décomposition en deux dynamiques implique un contrôleur avec une structure en cascade. Chaque loi de commande est développée indépendamment.

3.3 Principe de la commande

Un régulateur PID est une structure de calculs dont le rôle est d'envoyer un signal de commande au système tout en respectant certaines exigences tant au niveau des limitations du système qu'à des caractéristiques spécifiques de sa réponse. Cette approche cherche à réduire l'erreur entre la consigne désirée et la mesure réelle de système. L'expression du signal

de commande $u(t)$ généré par ce régulateur est donnée par :

$$u(t) = K_p \varepsilon(t) + K_i \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + K_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (3.3.1)$$

Chaque paramètre du PID joue un rôle distinct sur la réponse du système.

- **L'action proportionnelle (P) :** Cette action consiste à amplifier l'erreur d'un gain constant afin que le système réagisse plus rapidement aux changements de consigne.
- **L'action intégrale (I) :** Cette action a pour but de réduire voire d'éliminer l'erreur statique en régime permanent.
- **L'action dérivée (D) :** Cette action permet d'éliminer le dépassement de la réponse et d'améliorer la stabilité du système.

La structure PID classique est montrée sur la figure suivante :

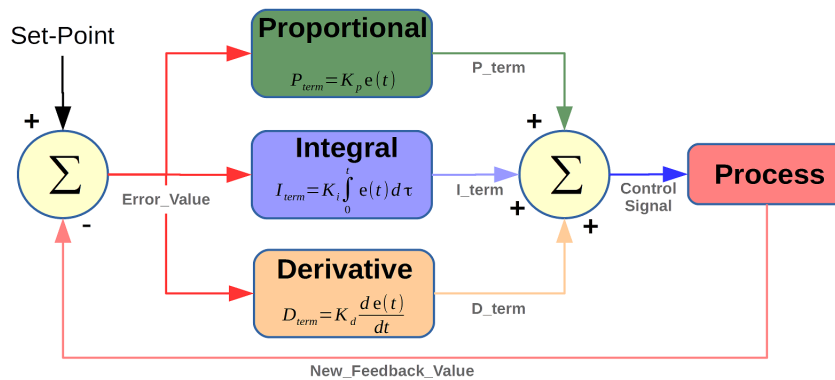


FIGURE 3.1 – Structure parallèle d'un régulateur PID

En sélectionnant de manière appropriée le gain proportionnel K_p , le gain intégral K_i et le gain dérivé K_d , l'ajustement aux exigences du système en boucle fermée est achevé. Quand $K_I = 0$, on obtient un régulateur de type proportionnel dérivé PD. Ce régulateur est suffisant pour contrôler notre système, l'action proportionnelle corrige la position et l'action dériver améliore la rapidité.

3.4 Application à la commande de quadrirotor

La théorie du contrôle par l'approche PD est appliquée à chaque sous-système de translation et de rotation. On peut décrire le sous-système de rotation de (2.4.35) sous la forme

suivante :

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \omega \\ \dot{\omega} = f(\eta, \omega) + g(\eta, \omega)u \end{cases} \quad (3.4.1)$$

Avec $\eta = (\phi, \theta, \psi)$ et $\omega = (\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$.

On définit le changement de contrôle suivant :

$$\tilde{\tau}_\eta = f(\eta, \omega) + g(\eta, \omega)u \quad (3.4.2)$$

Donc le sous-système (3.4.1) devient :

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \omega \\ \dot{\omega} = \tilde{\tau}_\eta \end{cases} \quad (3.4.3)$$

On définit $\alpha = [\eta, \omega]^T$, le système (3.4.3) peut s'écrire sous la forme :

$$\dot{\alpha} = A_2\alpha + B_2\tilde{\tau}_\eta \quad (3.4.4)$$

avec $A_2 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}, B_2 \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ tels que :

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}$$

où "I" est une matrice d'identité de dimension 3×3 .

On prend $\tilde{\tau}_\eta = -K\alpha$ avec $K = [K_1 \ K_2] \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$, où $K_1 = \text{diag}[k_{1,1}, k_{1,2}, k_{1,3}]$ et $K_2 = \text{diag}[k_{2,1}, k_{2,2}, k_{2,3}]$, donc l'équation 3.4.4 devient :

$$\dot{\alpha} = (A_2 - B_2K)\alpha \quad (3.4.5)$$

Pour stabiliser le système (3.4.5), il suffit que la matrice $(A_2 - B_2K)$ est de Hurwitz, donc on peut définir la commande u comme suit :

$$u = \frac{1}{g(\eta, \omega)} [-f(\eta, \omega) - K\alpha] \quad (3.4.6)$$

où $g(\eta, \omega) \neq 0$

En éliminant les perturbations extérieurs, le système global peut être exprimé comme un double intégrateur, comme indiqué ci-dessous.

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{T_z}{m}[(\cos(\phi)\cos(\psi)\sin(\theta) + \sin(\phi)\sin(\psi))] \\ \ddot{y} = \frac{T_z}{m}[(\cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi))] \\ \ddot{z} = \frac{T_z}{m}[(\cos(\phi)\cos(\theta) - g] \end{cases}, \quad \begin{cases} \ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi \\ \ddot{\theta} = \tilde{\tau}_\theta \\ \ddot{\psi} = \tilde{\tau}_\psi \end{cases} \quad (3.4.7)$$

On définit un vecteur de commande virtuel $\mu \in \mathbb{R}^3$ comme suit :

$$\mu = q(T_z, \phi_d, \theta_d) = \frac{1}{m} T_z \mathcal{R}(\phi_d, \theta_d) e_3 - g e_3 \quad (3.4.8)$$

Avec $q(\cdot) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ est une fonction continue inversible et (ϕ_d, θ_d) est les angles theta et phi désiré. D'où, $(T_z, \phi_d, \theta_d)^T = q^{-1}(\mu)$ Plus précisément, en utilisant l'expression de la matrice R, les composantes de vecteurs pseudo-commande peuvent être définies comme suit :

$$\begin{cases} \mu_x = \frac{1}{m}(\cos\phi_d \cos\psi_d \sin\theta_d + \sin\phi_d \sin\psi_d) T_z \\ \mu_y = \frac{1}{m}(\cos\phi_d \sin\theta_d \sin\psi_d - \sin\phi_d \cos\psi_d) T_z \\ \mu_z = \frac{\cos\phi_d \cos\theta_d}{m} T_z - g \end{cases} \quad (3.4.9)$$

Ainsi on obtient

$$\begin{cases} T_z = \frac{m}{\cos\phi_d \cos\theta_d} [\mu_z + g] \\ \phi_d = \sin^{-1} \left[\frac{m}{T_z} (\mu_x \sin\psi_d - \mu_y \cos\psi_d) \right] \\ \theta_d = \sin^{-1} \left[\frac{m}{T_z \cos\phi_d} (\mu_x \cos\psi_d + \mu_y \sin\psi_d) \right] \end{cases} \quad (3.4.10)$$

À partir des variables d'état de sous-système de rotation, les angles désirés $(\phi_d, \theta_d, \psi_d)$ ne peuvent pas être fournis instantanément. Nous allons ensuite définir le vecteur d'erreur suivant : $e = (e_\eta, e_\omega)^T \in \mathbb{R}^6$, tel que : $e_\eta = \eta - \eta_d$ et $e_\omega = \omega - \omega_d$. Le vecteur η_d contient les angles d'Euler désirés : ϕ_d, θ_d , et ψ_d qui est une trajectoire de référence donnée par l'utilisateur ou par un haut niveau du système de navigation. Nous remplaçons (ϕ, θ) par $(\phi_d + e_\phi, \theta_d + e_\theta)$, donc le système peut s'écrire sous la forme suivante [29].

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ \dot{v} = \mu + \frac{1}{m} T_z h(\eta_d, e_\eta) \\ \dot{e}_\eta = e_\eta \\ \dot{e}_{\dot{\eta}} = \tilde{\tau}_\eta - \dot{\eta}_d \end{cases} \quad (3.4.11)$$

avec $\xi = [x \ y \ z]^T$, $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ et $h(\eta_d, e_\eta)$ représente le terme d'interconnexion entre le sous-système de translation et le sous-système de rotation.

Si on définit les erreurs de poursuite $\chi = (\xi - \xi_d, v - \dot{\xi}_d)^T \in \mathbb{R}^6$ et $e = (e_\eta, e_\omega) \in \mathbb{R}^6$, le système devient :

$$\begin{cases} \dot{\chi} = A_1 \chi + B_1 (\mu - \ddot{\xi}_d) + \frac{1}{m} T_z H(\eta_d, e_\eta) \\ \dot{e} = A_2 e + B_2 (\tilde{\tau} - \dot{\eta}_d) \end{cases} \quad (3.4.12)$$

Où $\frac{1}{m} T_z H(\eta_d, e_\eta) = \Delta(T_z, \eta_d, e_\eta)$ tel que $H(\eta_d, e_\eta) = (0, 0, 0, h_x, h_y, h_z)^T$. Les matrices $A_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$, $A_2 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $B_2 \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ sont définis comme suit :

$$A_1 = A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_1 = B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Le terme non-linéaire $\Delta(T_z, \eta_d, e_\eta)$ qui couple les deux sous-systèmes linéaires pose un problème de contrôle. L'objectif de contrôle est donc de synthétiser les lois de commande $\mu(\chi, \ddot{\xi}_d)$ et $\tilde{\tau}_\eta(e, \dot{\eta}_d)$ tels que l'erreur de suivi " χ " et " e " seront asymptotiquement convergent vers zéro. Alors on peut concevoir deux contrôleurs indépendants pour les sous-systèmes " χ " et " e " pour les sous-systèmes sans tenir compte le terme d'interconnexion $\Delta(T_z, \eta_d, e_\eta)$. Cette procédure simplifie la conception de contrôle et les résultats sont simples et les lois de commande sont efficaces. Mais, la stabilité de système connectée en boucle fermée et sa robustesse qui concerne $\Delta(T_z, \eta_d, e_\eta)$ n'ont pas été prouvée. Par conséquent, la première étape consiste l'analyse du contrôleur par rapport à l'interconnexion et l'accouplement de terme $\Delta(T_z, \eta_d, e_\eta)$.

Hypothèse 3.4.1. [10] On suppose que la convergence de la dynamique de rotation est beaucoup plus rapide que celle de la dynamique de translation, ce qui permet d'éliminer le terme d'interconnexion entre les deux dynamiques $\Delta(T_z, \eta_d, e_\eta)$. Le choix de gains de chaque commande, à savoir de faibles gains pour le contrôle en translation et de grands gains pour le contrôle en rotation permet de satisfaire cette hypothèse.

Théorème 3.4.1. [10] Pour que $\tilde{\tau} = \beta(e, \dot{r}_d)$ soit de C^1 , le point d'équilibre $e = 0$ est GAS. Supposons qu'il existe une constante positive c_1 et une fonction $\gamma(\cdot)$ différentiable en $e = 0$, tels que :

$$\|\chi\| \geq c_1 \rightarrow \|\Delta(\chi, e_\eta)\| \leq \gamma(\|e_\eta\|)\|\chi\| \quad (3.4.13)$$

S'il existe une fonction $V(\chi)$ définie positive et soit c_2 et c_3 deux constantes positives sachant que :

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial \chi} f(\chi, \alpha(\chi, \ddot{\xi}_d), \ddot{\xi}_d) \leq 0 \\ \|\frac{\partial V}{\partial \chi}\| \|\chi\| \leq c_3 V(\chi) \end{cases} \quad (3.4.14)$$

Alors, le retour état $\tilde{\tau} = \beta(e, \dot{r}_d)$ garantit la bornitude de toutes les solutions de (3.4.12). En outre si $\dot{\chi} = f(\chi, \alpha(\chi, \ddot{\xi}_d), \ddot{\xi}_d)$ est GAS. Alors le point d'équilibre $(\chi, e) = (0, 0)$ est le GAS.

Soit $(\chi(0), e(0))$ une condition initiale arbitraire et soit $V(\chi)$ une fonction de Lyapunov définie positive. En rappelant (3.4.13) et (3.4.14), puis pour $\|\chi\| \geq \max(c_1, c_2)$, nous avons l'inégalité suivante :

$$\dot{V}(\chi) = \frac{\partial V}{\partial \chi} f(\cdot) + \frac{\partial V}{\partial \chi} \Delta(\cdot) \leq \frac{\partial V}{\partial \chi} \Delta(\cdot) \leq \|\frac{\partial V}{\partial \chi}\| \|\Delta\| \leq \|\frac{\partial V}{\partial \chi}\| \gamma(\|e_\eta\|)\|\chi\| \leq c_3 V(\chi) \gamma(\|e_\eta\|) \quad (3.4.15)$$

Le point d'équilibre $e_n = 0$ est le GAS, puis $\|e_\eta\|$ converge à zéro de façon exponentielle. Cela implique que :

$$\gamma(\|e_\eta(t)\|) \leq (\|e_\eta(0)\| e^{-at}) \leq \gamma_1(\|e_\eta(0)\|) e^{-at} \quad (3.4.16)$$

avec a constante positive $\gamma_1(\cdot)$. Maintenant, la dérivée de $V(\chi)$ satisfait :

$$\dot{V}(\chi) \leq c_3 V(\chi) \gamma_1(\|e_\eta(0)\|) e^{-at} \quad (3.4.17)$$

Pour $\|\chi\| \geq \max(c_1, c_2)$, nous définissons une constante positive c , avec $c = c_3 \gamma(\|e_\eta(0)\|)$. Ainsi : $\dot{\chi} \leq c V(\chi) e^{-at}$ pour $\|\chi\| \geq \max(c_1, c_2) V(\chi) \geq V(\chi(0)) e \leq \gamma_2(\|e_\eta(0)\|) V(\chi(0))$ pour $\gamma_2(\cdot) \in k$. Puisque $V(\chi)$ est radialement non bornée, la bornitude de $V(\chi)$ implique la bornitude de $\|\chi\|$. Par conséquent, le point d'équilibre $(\chi, e) = (0, 0)$ est GAS.

Remarque 1. Dans l'analyse précédente, la borne de $\|\chi\|$ est prouvée pour $\|\chi\| \geq \max(c_1, c_2)$. si $\|\chi\| < \max(c_1, c_2)$ alors sa bornitude est satisfaite par l'hypothèse lui-même.

3.5 Simulation du modèle

Après avoir exprimé les commandes nous allons les utiliser pour déterminer les expressions des vitesses de rotation des moteurs :

À partir de l'équation (2.4.34) nous obtenons :

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} - \frac{U_3}{2lb} - \frac{U_4}{4d} \right|} \\ \omega_2 = \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} - \frac{U_2}{2lb} + \frac{U_4}{4d} \right|} \\ \omega_3 = \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} + \frac{U_3}{2lb} - \frac{U_4}{4d} \right|} \\ \omega_4 = \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} + \frac{U_2}{2lb} + \frac{U_4}{4d} \right|} \end{cases} \quad (3.5.1)$$

Les commandes U1, U2, U3 et U4 sont reconstruites à partir des expression des vitesses des moteurs par l'équation (2.4.34).

Les paramètres que nous avons utilisées sont présentées dans le tableau suivant [10] :

Paramètre	Valeur	Unité
m	0.486	kg
g	9.81	m.s ⁻²
l	2.491 × 10 ⁻¹	m
b	2.9947 × 10 ⁻⁵	N.sec ²
d	3.232 × 10 ⁻⁷	N.m.sec ²
Jr	2.838 × 10 ⁻⁵	Kg.m ²
Ix	8.3 × 10 ⁻³	Kg.m ²
Iy	8.3 × 10 ⁻³	Kg.m ²
Iz	7.13 × 10 ⁻³	Kg.m ²

TABLEAU 3.1 – Paramètres physiques du quadrirotor

Le modèle Simulink de la commande du quadrirotor est le suivant :

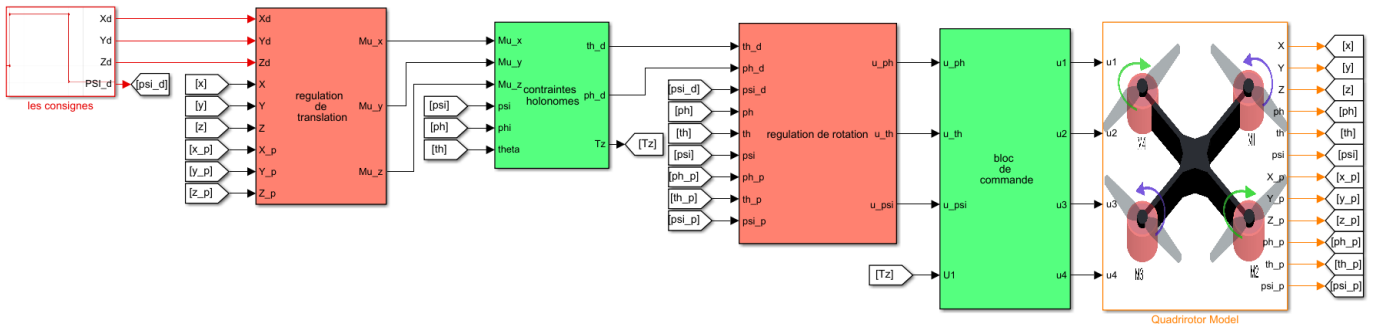


FIGURE 3.2 – Modèle Simulink du quadrirotor.

La simulation sur le modèle dynamique complet du quadrirotor permet d'évaluer et simuler les performances de la commande PD pour voir la capacité de l'approche proposée à garantir une bonne exécution d'une manœuvre de poursuite de trajectoire. Nous donnons dans le premier bloc des consignes contient les valeurs désirées de X, Y, Z et ψ en prenant des valeurs initiales du système $\xi(0) = [0 \ 0 \ 0.2]^T$ m et $\eta(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$ rad. Ensuite, les consignes vont être comparées avec les valeurs réelles, et les régler par régulateurs PD, les sorties des trois régulateurs et les valeurs réelles de ϕ, θ et ψ vont générer des angles désirés de roulis et de tangage à l'aide des contraintes holonomes pour comparer et réguler ces angles en plus de l'angle ψ par la suit, enfin, les commandes du modèle vont être retirées par la dynamique des moteurs.

Remarque 2. Nous avons réussi à stabiliser les trajectoire du notre modèle de quadrirotor, grâce à l'ajustement des paramètres de PD par la méthode de placement de poles.

Ces paramètres sont résumées dans Le tableau suivant :

Paramètre	X	Y	Z	ϕ	θ	ψ
K_p	11	15	4	2	1	2.5
K_d	9	10	4	9	16	3

TABLEAU 3.2 – Les paramètres des régulateurs PD

3.6 Résultats et interprétations

Le comportement de mouvements de translation

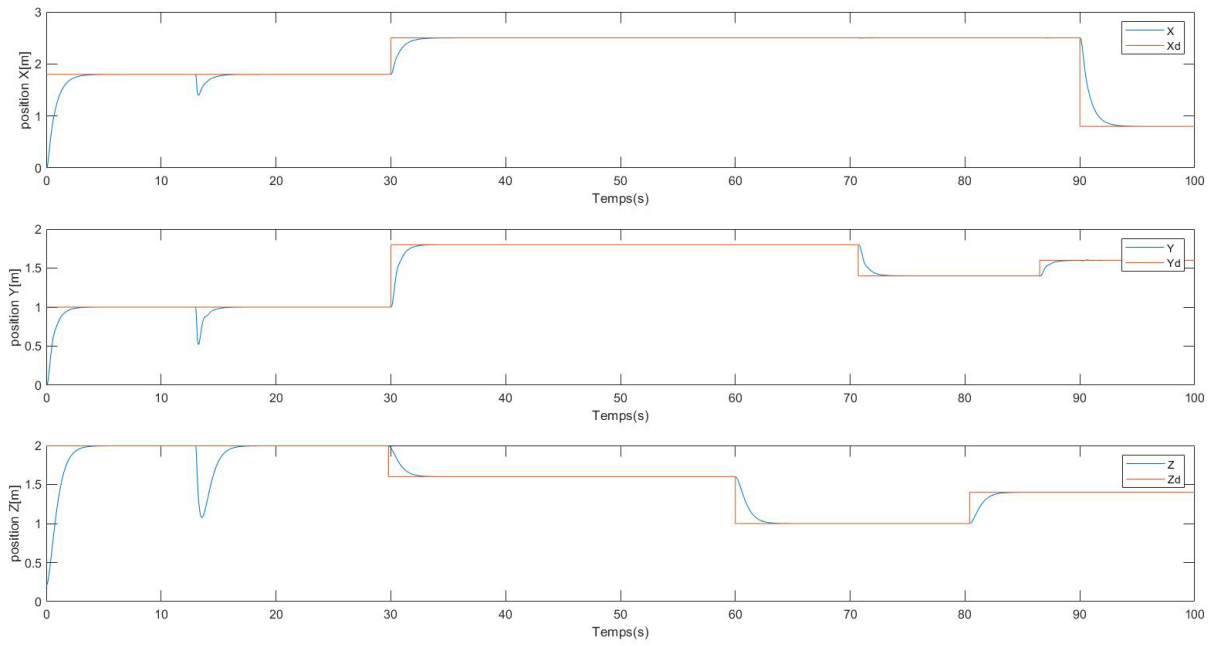


FIGURE 3.3 – Résultat de simulation de mouvements de translation du quadrirotor et leurs références.

En ajoutant une perturbation à l'instant 13 s, les trois trajectoires réelles de X, Y et Z tendent vers les signaux de consigne dans un délai relativement rapide, avec une erreur statique nulle.

Le comportement de mouvements de rotation

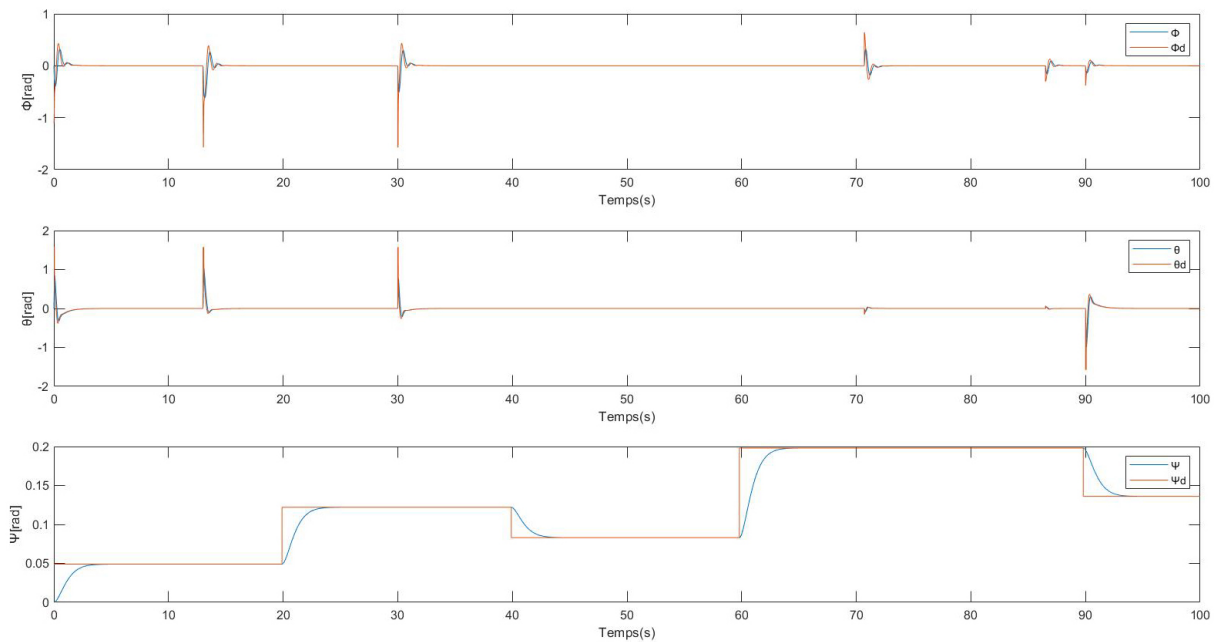


FIGURE 3.4 – Résultat de simulation de mouvements de rotation du quadrirotor et leurs références

Les mouvements de rotation réels suivent rapidement et sans erreur statique l'angles de lacet et les deux angles de roulis et de tangage désirés qui ont été générés à partir des contraintes holonomes. Le bon choix des paramètres de notre régulateur PD donne des résultats satisfaisants pour assurer la stabilité et annuler l'erreur statique.

Les vitesses de rotation des rotors

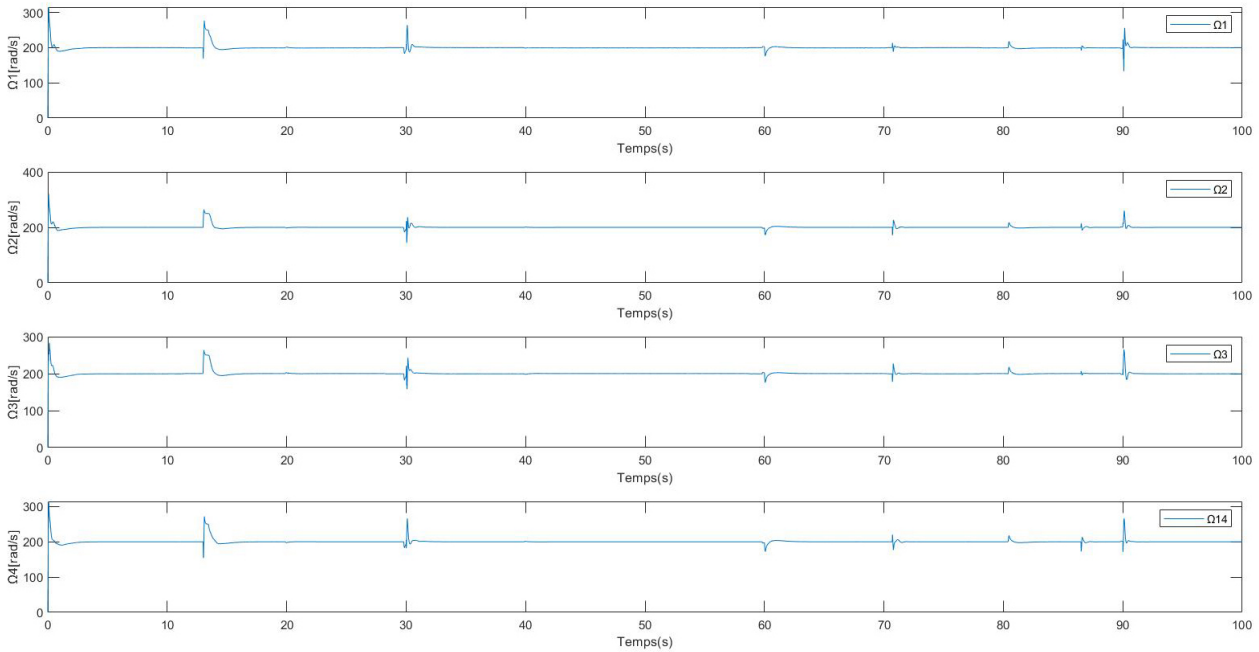


FIGURE 3.5 – Les vitesses de rotation des rotors Ω

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté et synthétiser une technique de commande pour le quadrirotor qu'elle s'agit de la commande par régulateur PD afin de stabiliser notre système en simulation et améliorer sa précision et rapidité. Les résultats de simulation effectuée sur un modèle du quadrirotor, montrent que la technique de commande donne des bonnes performances d'après le bon choix des paramètres de régulateur, cette structure a la capacité d'assurer le suivi du point de consigne et le rejet des perturbations.

CHAPITRE 4

COMMANDE ADAPTATIVE PAR BACKSTEPPING

Sommaire

4.1	Introduction	51
4.2	Principe de la commande	51
4.3	Application à la commande du quadrirotor	52
4.4	Contrôle de la dynamique de translation	52
4.5	Contrôle de la dynamique de rotation	54
4.6	Stabilité des systèmes interconnectés	56
4.7	Résultats et simulation	57
4.8	Conclusion	59

4.1 Introduction

Le développement des lois de commande non linéaires qui peuvent atteindre des performances attendues est devenu l'objectif de nombreuses études. D'après le modèle mathématique, le quadrirotor est un système fortement non linéaire, sous actionné avec 6 DDL et seulement 4 entrée de commande, de plus ce système soumis aux perturbations intérieures générées par les moteurs et aux erreurs de mesures des capteurs et aussi des perturbations extérieures générées par les forces aérodynamiques et par l'interaction avec l'environnant. L'objectif de ce chapitre est la synthèse d'une loi de commande permettant la stabilisation du véhicule en présence de perturbations externes. Nous proposerons une technique de commande hiérarchique adaptative basée sur l'approche de backstepping [31] [10] pour le contrôle en position du véhicule aérien et pour estimer les perturbations externe. Cette méthode se base sur la deuxième méthode de Lyapunov, dont il combine le choix de la fonction énergie avec celui des lois de commande.

4.2 Principe de la commande

L'approche de backstepping n'est pas très performant lorsque la masse du quadrirotor est variable ou dans des environnements venteux. Afin d'améliorer les performances de l'approche classique par backstepping, cette étude adopte un schéma adaptatif pour concevoir le contrôleur. La méthode de contrôle adaptatif peut estimer et compenser en ligne les incertitudes du modèle et les perturbations inconnues, ce qui améliore la robustesse du système de contrôle. On définit le modèle de le quadrirotor sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ \dot{v} = \frac{T_z}{m} \mathcal{R}_\eta^d z_e + \frac{T_z}{m} h(\eta_d, \delta_\eta) - g z_e + \frac{1}{m} F_{ext} \\ \dot{\eta} = \omega \\ \dot{\omega} = \tilde{\tau}_\eta + M_{ext} \end{cases} \quad (4.2.1)$$

Afin de simplifier cette loi de commande en utilisant le concept de la commande hiérarchique, nous faisons alors l'hypothèse suivante pour la synthèse de la commande :

Hypothèse 4.2.1. Les paramètres inconnus sont lentement variables devant la dynamique du système.

$$\dot{F}_{ext} \approx 0 \quad \text{et} \quad \dot{M}_{ext} \approx 0$$

4.3 Application à la commande du quadrirotor

Tout d'abord, nous définissons deux termes d'erreur d'estimation de la force et moment extérieurs.

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{ext} &= F_{ext} - \hat{F}_{ext} \\ \tilde{M}_{ext} &= M_{ext} - \hat{M}_{ext}\end{aligned}\quad (4.3.1)$$

On peut alors réécrire le modèle (4.2.1) sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\Sigma T : & \begin{cases} \dot{\xi} = v \\ \dot{v} = \frac{T_z}{m} \mathcal{R}_{\eta}^d z_e + \frac{T_z}{m} h(\eta_d, \delta_{\eta}) - g z_e + \frac{1}{m} \hat{F}_{ext} + \frac{1}{m} \tilde{F}_{ext} \end{cases} \\ \Sigma R : & \begin{cases} \dot{\eta} = \omega \\ \dot{\omega} = \tilde{\tau}_{\eta} + \hat{M}_{ext} + \tilde{M}_{ext} \end{cases}\end{aligned}\quad (4.3.2)$$

4.4 Contrôle de la dynamique de translation

En prenant la dynamique de translation dans (4.3.2). Nous considérons le cas d'un suivi de trajectoire. En définissant les écarts de position, de vitesse et d'estimation du perturbation respectivement.

$$\begin{aligned}\delta_{\xi} &= \xi - \xi_d \\ \delta_v &= v - \rho_t \\ \tilde{F}_{ext} &= F_{ext} - \hat{F}_{ext}\end{aligned}\quad (4.4.1)$$

Où ξ_d est la consigne de position, \hat{F}_{ext} est l'estimation du terme F_{ext} qu'est inconnu.

On définit la commande de translation en appliquant la méthode direct de backstepping en suivant deux étapes essentielles.

Etape 1 : La loi de commande doit forcer la position ξ vers la consigne de position ξ_d . Alors, on définit la première fonction de Lyapunov V_{1T} , associée à δ_{ξ} :

$$V_{1T} = \frac{1}{2} \delta_{\xi}^T \delta_{\xi}\quad (4.4.2)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov sera :

$$\dot{V}_{1T} = \delta_{\xi}^T \dot{\delta}_{\xi} = \delta_{\xi}^T (v - \dot{\xi}_d) = \delta_{\xi}^T (\rho_t - \dot{\xi}_d) - \delta_{\xi}^T (v - \rho_t)\quad (4.4.3)$$

Avec $\dot{\xi}_d$ est la consigne de vitesse.

On introduit la commande stabilisante ρ_t tel que $\rho_t = \dot{\xi}_d - K_{1\xi} \delta_\xi$ pour assurer la stabilisation de δ_ξ , pour $K_{1\xi} = \text{diag}[k_{1x} \quad k_{1y} \quad k_{1z}] \in \mathbb{R}_{*+}^3$, avec $k_{1i} > 0$. Donc nous obtenons :

$$\dot{V}_{1T} = -K_{1\xi} \|\delta_\xi\|^2 + \delta_\xi^T [v - \rho_t] \quad (4.4.4)$$

Etape 2 : L'écart entre la vitesse réelle et la commande en vitesse virtuelle est apparaît dans l'équation précédente sous la forme $\delta_v = v - \rho_t$. La convergence de δ_v entraînerait automatiquement la convergence de δ_ξ , car la vitesse tendrait vers la vitesse virtuelle. La convergence de l'écart $\tilde{F}_{ext} = F_{ext} - \hat{F}_{ext}$ vers zéro doit être assurée pour assurer la convergence de δ_v vers zéro.

Désormais, on considère la fonction candidate de Lyapunov augmentée V_{2T} sous la forme :

$$V_{2T} = V_{1T} + \frac{1}{2} \delta_v^T \delta_v + \frac{1}{2m} \tilde{F}_{ext}^T \Gamma_\xi^{-1} \tilde{F}_{ext} \quad (4.4.5)$$

Les termes de la fonction de Lyapunov sont scalaires, ce qui permet d'écrire :

$$\delta_v^T \tilde{F}_{ext} = \tilde{F}_{ext}^T \delta_v$$

Γ_ξ est une matrice de gain positive qui permet de régler la dynamique de l'adaptation de F_{ext} . L'expression de $\dot{\delta}_v$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_v &= \dot{v} - \dot{\rho}_t \\ &= \frac{1}{m} T_z \mathcal{R}_{\eta}^d z_e + \frac{T_z}{m} h(\eta_d, \delta_\eta) - g z_e + \frac{1}{m} \hat{F}_{ext} + \frac{1}{m} \tilde{F}_{ext} - \ddot{\xi}_d + K_{1\xi} \dot{\delta}_\xi \end{aligned} \quad (4.4.6)$$

La commande stabilisante de δ_v peut être définie comme :

$$\mu_\xi = \mu(T_z, \phi_d, \theta_d) = \frac{1}{m} T_z \mathcal{R}_{\eta}^d z_e - g z_e \quad (4.4.7)$$

avec $\mu_\xi = [\mu_x \quad \mu_y \quad \mu_z]$. En remplaçant (4.4.6) dans l'expression de \dot{V}_{2T} et par le regroupement des termes $\delta_v^T \delta_v$ et \tilde{F}_{ext} , on obtient :

$$\dot{V}_{2T} = -K_{1\xi} \|\delta_\xi\|^2 + \delta_v^T \left[\delta_\xi + \mu_\xi + \frac{T_z}{m} h(\eta_d, \delta_\eta) - \dot{\rho}_t + \frac{1}{m} \hat{F}_{ext} \right] + \frac{1}{m} \tilde{F}_{ext}^T [\delta_v - \Gamma_\xi^{-1} \dot{\tilde{F}}_{ext}] \quad (4.4.8)$$

On introduit la commande stabilisante μ_ξ pour assurer la stabilisation de δ_v , pour $K_{2\xi} = \text{diag}[k_{2x} \quad k_{2y} \quad k_{2z}] \in \mathbb{R}_{*+}^3$, avec $k_{2i} > 0$.

$$\mu_\xi = -\delta_\xi + \dot{\rho}_t - K_{2\xi} \delta_v - \frac{1}{m} \hat{F}_{ext} \quad (4.4.9)$$

et le filtre d'estimation suivant sur F_{ext} :

$$\dot{\hat{F}}_{ext} = \Gamma_{\xi} \delta_v \quad (4.4.10)$$

Si on remplace (4.4.9) et (4.4.10) dans (4.4.8), nous obtiendrons :

$$\dot{V}_{2T} = -K_{1\xi} \|\delta_{\xi}\|^2 + \delta_v^T \left[\frac{T_z}{m} h(\eta_d, \delta_{\eta}) \right] - K_{2\xi} \|\delta_v\|^2 \quad (4.4.11)$$

D'après la commande μ_{ξ} , la transformation non-linéaire peut être extrait comme suit :

$$\begin{cases} T_z = \frac{m}{\cos(\phi_d \cos \theta_d)} [\mu_z + g] \\ \phi_d = \sin^{-1} \left[\frac{m}{T_z} (\mu_x \sin \psi_d - \mu_y \cos \psi_d) \right] \\ \theta_d = \sin^{-1} \left[\frac{m}{T_z \cos \phi_d} (\mu_x \cos \psi_d + \mu_y \sin \psi_d) \right] \end{cases} \quad (4.4.12)$$

Les deux trajectoires de roulis et de tangage seront utilisées pour le contrôle de dynamique de rotation. Nous définissons maintenant la nouvelle trajectoire d'erreur :

$$\delta_{\eta} = \eta - \eta_d \quad (4.4.13)$$

La convergence de δ_{η} vers zéro conduit à la convergence de $h(\eta_d, \delta_{\eta})$ vers zéro.

4.5 Contrôle de la dynamique de rotation

Pour contrôler l'attitude, on prend la dynamique de rotation dans (4.3.2). En définissant les écarts de position, de vitesse et d'estimation du perturbation respectivement.

$$\begin{aligned} \delta_{\eta} &= \eta - \eta_d \\ \delta_{\omega} &= \omega - \rho_r \\ \tilde{M}_{ext} &= M_{ext} - \hat{M}_{ext} \end{aligned} \quad (4.5.1)$$

Où η est la consigne de position angulaire et \hat{M}_{ext} est l'estimation du terme M_{ext} qu'est inconnu.

On définit la commande de rotation en appliquant la méthode direct de backstepping.

Etape 1 : La loi de commande doit assurer la convergence de la position angulaire η vers la consigne vers la consigne η_d . Alors, on définit la première fonction de Lyapunov V_{1R} ,

associée à δ_η :

$$V_{1R} = \frac{1}{2} \delta_\eta^T \delta_\eta \quad (4.5.2)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov sera :

$$\dot{V}_{1R} = \delta_\eta^T \dot{\delta}_\eta = \delta_\eta^T (\omega - \dot{\eta}_d) = \delta_\eta^T (\rho_r - \dot{\eta}_d) + \delta_\eta^T (\omega - \rho_r) \quad (4.5.3)$$

Avec $\dot{\eta}_d$ est la consigne de vitesse angulaire.

On introduit la commande stabilisante ρ_r tel que $\rho_r = \dot{\eta}_d - K_{1\eta} \delta_\eta$ pour assurer la stabilisation de δ_η , pour $K_{1\eta} = \text{diag}[k_{1\phi} \quad k_{1\theta} \quad k_{1\psi}] \in \mathbb{R}_{*+}^3$, avec $k_{1j} > 0$. Donc nous obtenons :

$$\dot{V}_{1R} = -K_{1\eta} \|\delta_\eta\|^2 + \delta_\eta^T [\omega - \rho_r] \quad (4.5.4)$$

Etape 2 : L'écart entre la vitesse angulaire réelle et la commande en vitesse angulaire virtuelle est apparaît dans l'équation précédente sous la forme $\delta_\omega = \omega - \rho_r$. La convergence de δ_ω entraînerait automatiquement la convergence de δ_η , car la vitesse angulaire tendrait vers la vitesse angulaire désiré. La convergence de l'écart $\tilde{M}_{ext} = M_{ext} - \hat{M}_{ext}$ vers zéro doit être assurée pour assurer la convergence de δ_ω vers zéro.

Désormais, on considère la fonction candidate de Lyapunov augmentée V_{2R} sous la forme :

$$V_{2R} = V_{1R} + \frac{1}{2} \delta_\omega^T \delta_\omega + \frac{1}{2} \tilde{M}_{ext}^T \Gamma_\eta^{-1} \tilde{M}_{ext} \quad (4.5.5)$$

Les termes de la fonction de Lyapunov sont scalaires, ce qui permet d'écrire :

$$\delta_\omega^T \tilde{M}_{ext} = \tilde{M}_{ext}^T \delta_\omega.$$

Γ_η est une matrice de gain positive qui permet de régler la dynamique de l'adaptation de M_{ext} . L'expression de $\dot{\delta}_\omega$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_\omega &= \dot{\omega} - \dot{\rho}_r \\ &= \tilde{\tau}_\eta + \hat{M}_{ext} + \tilde{M}_{ext} - \dot{\eta}_d + K_{1\eta} \dot{\delta}_\eta \end{aligned} \quad (4.5.6)$$

En remplaçant (4.5.6) dans l'expression de \dot{V}_{2R} et par le regroupement des termes $\delta_\omega^T \delta_\omega$ et \tilde{M}_{ext} , on obtient :

$$\dot{V}_{2R} = -K_{1\eta} \|\delta_\eta\|^2 + \delta_\eta^T \delta_\omega + \delta_\omega^T [\tilde{\tau}_\eta - \dot{\rho}_r + \hat{M}_{ext}] + \tilde{M}_{ext}^T [\delta_\omega - \Gamma_\eta^{-1} \dot{\tilde{M}}_{ext}] \quad (4.5.7)$$

On introduit la commande stabilisante $\tilde{\tau}_\eta$ pour assurer la stabilisation de δ_ω , pour $K_{2\eta} = \text{diag}[k_{2\phi} \quad k_{2\theta} \quad k_{2\psi}] \in \mathbb{R}_{*+}^3$, avec $k_{2j} > 0$. La commande stabilisante peut être définie

comme :

$$\tilde{\tau}_\eta = -\delta_\eta + \dot{\rho}_r - K_{2\eta}\delta_\omega - \dot{M}_{ext} \quad (4.5.8)$$

avec $\tilde{\tau}_\eta = [\tilde{\tau}_\phi \quad \tilde{\tau}_\theta \quad \tilde{\tau}_\psi]$ et le filtre d'estimation suivant sur M_{ext} :

$$\dot{M}_{ext} = \Gamma_\eta \delta_\omega \quad (4.5.9)$$

Si on remplace (4.5.8) et (4.5.9) dans (4.5.7), nous obtiendrons :

$$\dot{V}_{2R} = -K_{1\eta}\|\delta_\eta\|^2 - K_{2\eta}\|\delta_\omega\|^2 \leq 0 \quad (4.5.10)$$

4.6 Stabilité des systèmes interconnectés

Pour prouver la stabilité du système en boucle fermée contrôlé en position en cascade avec le contrôle d'attitude. On applique les lois de commande au notre système avec le choix des filtres adaptatifs appropriés, on peut écrire la dynamique de translation en boucle fermée sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_\xi &= \delta_v - K_{1\xi}\delta_\xi \\ \dot{\delta}_v &= -\delta_\xi - K_{2\xi}\delta_v + \frac{T_z}{m}h(\eta_d, \delta_\eta) + \frac{1}{m}\tilde{F}_{ext} \end{aligned} \quad (4.6.1)$$

La fonction de Lyapunov peut être comme suit :

$$V_{2T} = \frac{1}{2}\delta_\xi^T\delta_\xi + \frac{1}{2}\delta_v^T\delta_v + \frac{1}{2m}\tilde{F}_{ext}\Gamma_\xi^{-1}\tilde{F}_{ext} \quad (4.6.2)$$

et sa dérivée :

$$\dot{V}_{2T} = -K_{1\xi}\|\delta_\xi\|^2 - K_{2\xi}\|\delta_v\|^2 + \delta_v^T \left[\frac{T_z}{m}h(\eta_d, \delta_\eta) \right] \quad (4.6.3)$$

La dynamique de translation en boucle fermée peut être s'écrite sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_\eta &= \delta_\eta - K_{1\eta}\delta_\eta \\ \dot{\delta}_\omega &= -\delta_\eta - K_{2\eta}\delta_\omega + \tilde{M}_{ext} \end{aligned} \quad (4.6.4)$$

La fonction de Lyapunov peut être comme suit :

$$V_{2R} = \frac{1}{2}\delta_\eta^T\delta_\eta + \frac{1}{2}\delta_\omega^T\delta_\omega + \frac{1}{2m}\tilde{M}_{ext}\Gamma_\eta^{-1}\tilde{M}_{ext} \quad (4.6.5)$$

et sa dérivée :

$$\dot{V}_{2R} = -K_{1\eta}\|\delta_\eta\|^2 - K_{2\eta}\|\delta_\omega\|^2 \quad (4.6.6)$$

On considère que le terme $h(\eta_d, \delta_\eta)$ tend vers zéro, car quand η_d tend vers zéro, le terme $\mathcal{R}_\eta z_e$ converge vers $\mathcal{R}_\eta^d z_e$.

D'après (4.6.4), (4.6.5) et (4.6.6) le sous-système qui concerne la dynamique de rotation est asymptotiquement stable. Alors $h(\eta_d, \delta_\eta)$ tend vers zéro, \dot{V}_{2T} devient :

$$\dot{V}_{2T} = -K_{1\xi}\|\delta_\xi\|^2 - K_{2\xi}\|\delta_v\|^2 \quad (4.6.7)$$

D'après (4.6.1), (4.6.2) et (4.6.7) le sous-système qui concerne la dynamique de translation est asymptotiquement stable.

4.7 Résultats et simulation

Nous montrons ici les résultats de la simulation menés sur le modèle dynamique complet du quadrirotor. Afin d'évaluer l'efficacité de la commande proposée pour le contrôle en position de cet avion, on a fait plusieurs tests de vol.

Les valeurs initiales sont définies comme suit : $\xi(0) = [0 \ 0 \ 0.2]^T m$ et $\eta(0) = [0 \ 0 \ 0]^T rad$, les vitesses linéaire et angulaire sont sélectionnées à zéro.

les perturbations externes sont prises en compte dans le modèle dynamique du quadrirotor, ce qui sont données par :

$$\Delta J = 0.1J \text{ kg.m}^2$$

$$\frac{1}{m}F_{ext} = [0.5\sin(0.03t) \ 0.5\sin(0.03t) \ 0.5\sin(0.03t)]^T N$$

$$M_{ext} = [0.07\sin(0.05t) \ 0.07\sin(0.05t) \ 0.07\sin(0.05t)] Kgm^2.$$

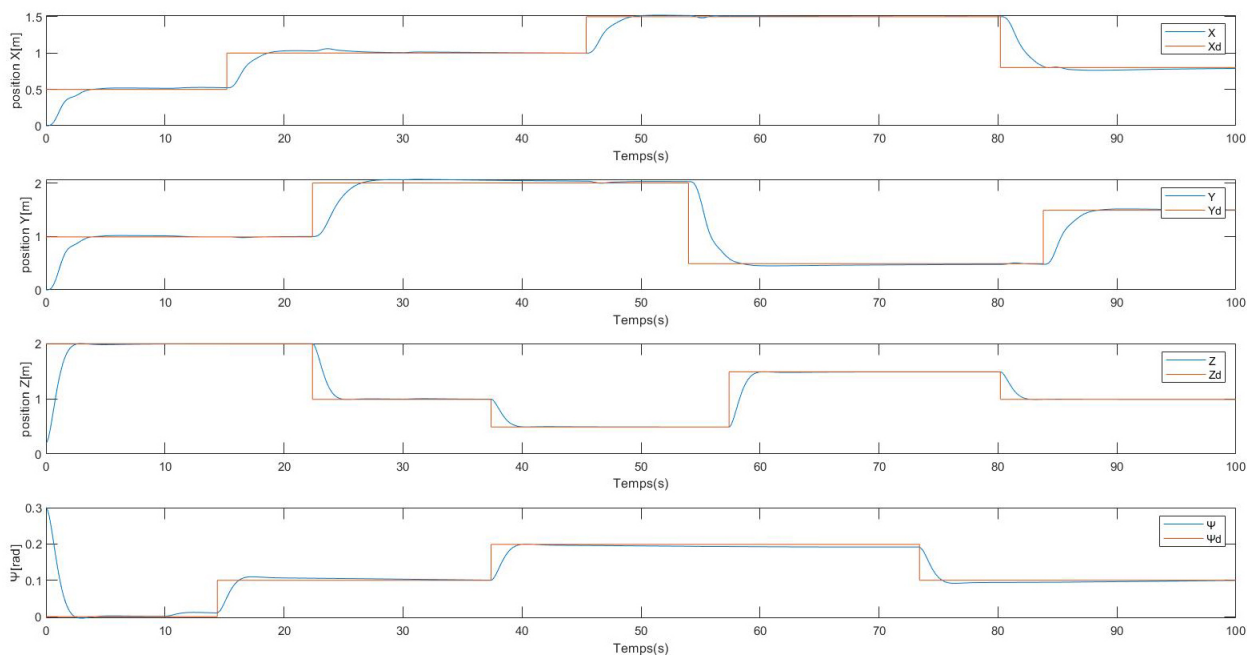


FIGURE 4.1 – Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur références.

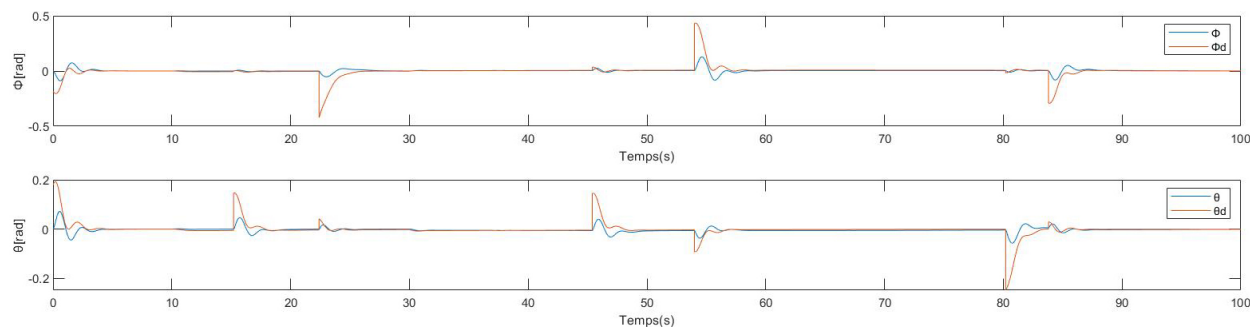


FIGURE 4.2 – Trajectoires de roulis et de tangage et leur références.

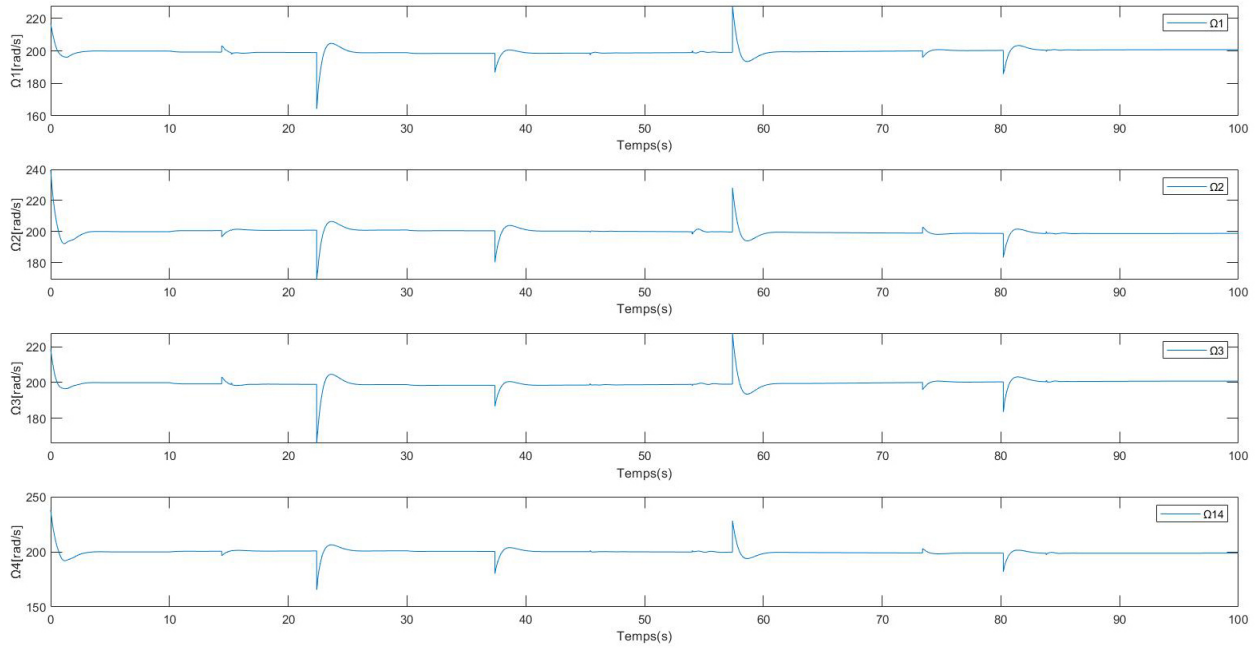


FIGURE 4.3 – Vitesses de rotation des rotors.

À partir des résultats qu'on a obtenus dans les trois figures ((4.1), (4.2), (4.3)) on peut n'interpréter que le quadrirotor est capable de faire suivre les trajectoires de référence quand les termes de perturbations aérodynamiques sont introduits. Les trajectoires de roulis et tangage générés par le contrôleur latéral et longitudinal varient pour aider le véhicule à suivre la trajectoire de position. Il apparaît clairement que les vitesses de rotation des rotors sont acceptables et physiquement réalisables.

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une stratégie de commande basée sur la commande hiérarchique afin d'améliorer la stabilité en vol du véhicule aérien en présence des efforts aérodynamiques. Les caractéristiques aérodynamiques du véhicule n'étant pas encore parfaites, pour cela on a proposé une commande adaptative par backstepping qui a permis l'estimation des perturbations externes, la stabilisation du système et le suivi de trajectoire en compensant les termes de perturbations agissant sur le modèle du quadrirotor. La commande adaptative par l'approche de backstepping consiste à estimer les termes de perturbations inconnus mais constante ou lentement variables devant la dynamique du système. À la fin on peut dire que la commande proposée est efficace et permet d'assurer la stabilité du système en boucle fermée.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Au terme de ce projet, nous pouvons dire que nous avons touché à un nouveau domaine de l'intervention de l'automatique, c'est le domaine de l'aéronautique (drones).

Dans ce travail, nous avons abordé le problème du pilotage d'un drone quadrirotor, qui est l'un des minidrones les plus populaires qui se distinguent par son élégance et sa dynamique. Ce type d'appareils possède une dynamique hautement non linéaire, multivariables, fortement couplée et sous actionnés, ce qui a augmenté le défi de le rencontrer. Le développement du modèle non linéaire de quadrirotor a été suivie en se basant sur les équations de mouvement de Newton Euler, notons que nous essayons de considérer toutes les forces et tous les moments afin de pouvoir suivre le modèle le plus réaliste et le modèle le plus représentatif.

Le problème traité consiste à garantir en premier lieu la stabilité de ce dernier ainsi que la poursuite de trajectoire avec plus au moins des performances acceptables vis-à-vis le milieu de navigation en présence des perturbations externes.

Enfin, les résultats de simulations ont montré l'efficacité de la commande par l'approche de PD pour suivre le trajectoire désiré, alors le bon choix des paramètres joue un grand rôle, nous avons également montré qu'avec un changement de contrôle, le régulateur PD peut être utilisé comme un terme de correction dans une commande globale non linéaire. La commande adaptative par l'approche de backstepping est efficace lors des perturbations externes inconnues mais a condition que ce dernier soit lentement variable devant la dynamique du système.

Nous proposons comme perspectives dans le futur travaillent de :

- La réalisation d'un prototype d'un quadrirotor en implémentant ces lois des commandes.
- Le contrôle des drones en utilisant l'intelligence artificielle.
- La surveillance des champs industriels via les drones.
- Le développement d'une nouvelle génération des drones intelligents qui peut être utilisée dans le domaine de la protection civile.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. RAHMOUNE, Y. MENEMMECHE, Dynamique, "Contrôle et Simulation d'un UAV", projet de fin d'études, institut de l'aeronautique et des études aérospatiales, 2015
- [2] R. Lozano, P. Castillo, S. Salazar et D. Lara, "Stabilisation de véhicules aériens à décollage vertical : Théorie et application", Rapport heurdiasyc, UMR CNRS 6599-UTC compiegne, 2005.
- [3] V. Martinez, "Modelling of the flight Dynamics of a Quadrotor Helicopter", Granfield University, Mdc Thesis, 2007.
- [4] All the World's Helicopters and Rotorcraft, www.aviastar.org
- [5] R. AbouSleiman, D. Korff, E. Gjioni and H. Chul Yang, "Unmanned Aerial Quadrotor System", The Oakland University, the 2008 AUVERSI UAS Student Competition.
- [6] A. Buirette, A. Jumeline, B. Watier, I. Fortin et J. Sangaré "Drone Quadrirotor Autonome", Projet de fin d'étude, École Centrale d'Électronique, Paris, 2010.
- [7] J. M. Pflimlin, T. Hamel, P. Soueres, "Position control of a ducted fan VTOL UAV in crosswind", International Journal of Control, vol. 80, 2007.
- [8] K.P. Valavanis, "Advances in Unmanned Aerial Vehicles, State of the Art and the Road to Autonomy", Internationale Series on Intelligent systems, Control and automation, Science and Engineering , volume 33, Springer 2007.
- [9] M. Asencio, "L'utilisation Civile des Drones-Problèmes Technique, Opérationnels et Juridiques", Fondation pour la recherche stratégique note N 6/11, 2011.
- [10] M.R. Mokhtari, "Observation et Commande de Drones Miniatures à voilures tournantes", Université Aboubekr Belkaid Tlemcen, Faculté de Technologie, 2015.

- [11] A. Mokhtari, N. K. M'Sirdi , K. Meghriche et A. Belaidi, "Feedback linearization and linear observer for a quadrotor unmanned aerial vehicle", RMIT University, 2006.
- [12] M.R. Mokhtari, Amal Choukchou Braham, Brahim Cherki, "Extended State Observer based control for coaxial-rotor UAV", Tlemcen University, 2016.
- [13] M.R. Mokhtari, Brahim Cherki, "A new robust control for minirotorcraft unmanned aerial vehicles", TlemcenUniversity , 2014.
- [14] S. Bouabdallah, "Design and control of quadrotors with application to autonomous-flying", Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique fédérale Lausanne, 2007.
- [15] S. Bouabdallah and R. Siegwart, "Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor". Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2005.
- [16] S. Bouabdallah, P. Murrieri and R. Siegwart, "Design and Control of an Indoor Micro-Quadrotor", IEEE International conference on robotics and automation, New Orleans, USA, 2004.
- [17] S. Bertrand, Commande de Droen Miniature à voilure Tournante, Thèse de Doctorat, Université de Nice , France, 2007
- [18] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, J. Ostrowski "Dynamic modelling and configuration stabilization for an x4-flyer.", 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain, 2002.
- [19] L. Laib and D.E. Maamria, "Commande d'un Quadrirotor", Mémoire d'ingénieur,École Nationale Polytechnique, Alger, 2011.
- [20] A. Kadi, "Mécanique Rationnelle Cours et Exercices Résolus", Université M'hamed Bougara, Boumerdés
- [21] H. Khebbache, "Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires Application : Système UAV de type Quadrirotor", universite Ferhat Abbas de Setif, 2012.
- [22] H. Bouadi, M. Bouchoucha, M. Tadjine, "Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Sliding Mode for an UAV Type-Quadrotor", Engineering Letters, 2007.
- [23] L. Derafa, T. Madani, A. Benallegue, "Dynarnic Modelling and Experirmental Identification of Four Rotors Helicopter Pararneters", IEEE 1-4244-0726-5/06, 2006,
- [24] A Tayebi et S McGilvray, "Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006.

- [25] W. Dong, G. Y. Gu, X. Zhu et H. Ding, "Modeling and control of a quadrotor UAV with aerodynamic concepts", 2013.
- [26] B. Bayle, *Commande optimale*. Ecole supérieure de physique de Strasbourg, 2008
- [27] P. E. I. Pounds, D. R. Bersak, and A. M. Dollar, "Stability of smallscale UAV helicopters and quadrotors with added payload mass under PID control", 2012.
- [28] S. Garg, "Robust integrated flight/propulsion control design for a stovl aircraft using h-infinity control design techniques", *Automatica*, 1993.
- [29] Farid Kendoul et Kenzo Nonami Zhenyu Yu, "Guidance and Nonlinear Control System for Autonomous Flight of Minirotorcraft Unmanned Aerial Vehicles", *Journal of Field Robotics*, 2010.
- [30] Jean-Marie Flaus, *La régulation industrielle régulateurs PID*, 2000.
- [31] Z. Fang and W. Gao, "Adaptive Backstepping Control of an Indoor Micro-Quadrotor", Northeastern University, China, 2012
- [32] R. SZABOLCSI, "Robust control system design for small UAV using H2-optimization", *Land forces academy review*, 2018
- [33] Abbeel, Pieter et Ng, Andrew Y, "Apprenticeship learning via inverse reinforcement learning", 2004
- [34] K. Guo, J. Jia, X. Yu, L. Guo, L. Xie, "Multiple observers based anti-disturbance control for a quadrotor UAV against payload and wind disturbances", Beihang University, 2020
- [35] Y. Zhang, Z. Chen, X. Zhang, Q. Sun et M. Sun, "A novel control scheme for quadrotor UAV based upon active disturbance rejection control". *Aerospace Science and Technology*, 2018.
- [36] K. Guo, X. Li et L. Xie, "Ultra-wideband and odometry-based cooperative relative localization with application to multi-uav formation control". *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020.
- [37] Y. Yuan, L. Cheng, Z. Wang et C. Sun, "Position tracking and attitude control for quadrotor via active disturbance rejection control method", *Science China, Information sciences*, 2019.

