

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
École Supérieure en
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
-تلمسان-

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur

Filière : Automatique
Spécialité : Automatique

Présenté par : FSIAN Abdelhamid
RAHLI Mohammed

Thème

**Mise en œuvre d'un contrôleur par mode glissant
pour un robot flexible à deux degrés de liberté.**

Soutenu publiquement, le / 07 /2020 , devant le jury composé de :

M.MERAD Lotfi	Professeur	ESSA. Tlemcen	Président
M.MALTI Abed	MCA	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
M.KERBOUA Abdelfateh	MCB	ESSA. Tlemcen	Examineur 1
Mme.DIDI Ibtissem	MCB	ESSA. Tlemcen	Examineur 2

Année universitaire : 2019/2020

Remerciements :

En premier lieu nous remercions Dieu, le tout puissant, pour nous avoir donné la patience, la volonté et la force nécessaire d'achever ce travail.

Nous adressons nos sincères remerciements à M.Abed Malti d'avoir accepté d'encadrer notre travail. Merci pour les conseils, la disponibilité, le soutien et l'humour dans les moments délicats.

En second lieu, nous remercions les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer le travail réalisé.

Nous tenons à remercier nos familles pour leurs encouragements et le soutien moral durant toute notre vie.

Enfin, nous remercions nos amis et toutes autres personnes ayant participé de près ou de loin à la réussite de ce travail.

Table des matières

1	Introduction générale	9
2	Revue de la littérature	10
2.1	Introduction	10
2.2	Généralités sur les robots manipulateur	10
2.2.1	Définition du robot	10
2.2.2	Différentes fonctions de robots	10
2.2.3	Les différentes catégories de robot	10
2.2.4	Robot manipulateur	11
2.2.5	Définition d'un manipulateur flexible	12
2.2.6	Les avantages des manipulateurs à liaisons flexibles	13
2.2.7	Les inconvénients des manipulateurs à liaisons flexibles	13
2.3	Modélisation de robot à deux liaisons flexibles	13
2.3.1	Méthode en mode supposé	14
2.3.2	Méthode par élément fini	14
2.3.3	Méthode des corps rigides avec lien élastique	14
2.4	Contrôle de robot à deux liaisons flexibles	14
2.4.1	Commande Optimale (Régulateur Linéaire Quadratique LQR)	15
2.4.2	Commande Par mode glissant d'ordre un	15
2.4.3	Commande Par mode glissant d'ordre deux	16
2.5	Robot flexible dans le domaine médical	16
2.6	Problématique et objectif	18
2.7	Conclusion	19
3	Modélisation et technique de contrôle du système	20
3.1	Introduction	20
3.2	Description du système	20
3.3	Système dynamique d'un manipulateur flexible à deux liaisons	21
3.3.1	L'énergie potentielle	22
3.3.2	L'énergie cinétique	22
3.3.3	Euler-Lagrange	22
3.3.4	Articulation N°1	22
3.3.5	Articulation N°2	25
3.4	Contrôle par mode glissant (SMC)	28
3.4.1	Contrôle par mode glissant d'ordre un	29
3.4.2	Idée de base de la commande par mode glissant d'ordre un	29
3.4.3	Conception de la commande par mode glissant d'ordre un	30

3.4.3.1	Détermination la surface de glissement optimale par LQR	32
3.4.3.2	L'inconvénient de la commande par mode glissant d'ordre 1	36
3.4.3.3	Le phénomène de broutement	36
3.4.3.4	Solution pour réduire le phénomène de broutement	37
3.4.4	Contrôle par mode glissant d'ordre deux(SOSMC)	37
3.5	Conclusion	40
4	Résultats expérimentaux sur les modèles simulés	41
4.1	Mise en marche du modèle	41
4.2	Contrôle par SMC	43
4.3	Contrôle par la commande mode glissant d'ordre deux	45
4.3.1	Application de l'algorithme de Super twisting sur notre système	46
4.4	Contrôle de la 1 ^{ère} Articulation	48
4.5	Contrôle de la 2 ^{ème} Articulation	52
4.6	Conclusion	58
5	Conclusion et travaux futurs	59

Table des figures

2.1	Manipulateurs à liaisons sérielle et parallèle [4] p.3	11
2.2	Espace de travail de maipulateur plan à deux liaisons [4] p.4	12
2.3	Schéma du manipulateur flexible à 2 articulations flexibles.	13
2.4	Un robot médical, Da Vinci, fabriqué par Intuitive Surgical.	19
3.1	Schéma du manipulateur à deux articulation flexibles (2DSFL)	21
3.2	Schéma du système 2DSFL Robot articulation 1.	23
3.3	Schéma du système 2DSFL Robot articulation 2	26
3.4	Illustration de la convergence vers la surface de glissement [1].	29
3.5	Schéma représentatif de la boucle de regulation LQR	34
3.6	Phénomène de broutement [1].	37
3.7	Convergence de l'algorithme Twisting dans le plan (s, \dot{s})	38
4.1	Les positions angulaires θ_{11}, θ_{12} de la 1 ^{ère} articulation avec SMC et SOSMC.	49
4.2	Les vitesses angulaires $\dot{\theta}_{11}, \dot{\theta}_{12}$ de la 1 ^{ère} articulation avec SMC et SOSMC	49
4.3	La commande U_1 appliquée au 1 ^{ère} articulation avec SMC et SOSMC respectivement.	50
4.4	Plan de phase $\theta_{11}(t), \dot{\theta}_{11}(t)$ avec SMC et SOSMC, respectivement	50
4.5	Plan de phase $\theta_{12}(t), \dot{\theta}_{12}(t)$ avec SMC et SOSMC, respectivement.	51
4.6	Surface de Glissement S_1 de la 1 ^{ème} articulation, avec SMC et SOSMC, respectivement.	51
4.7	Les variables d'état θ_{21} et θ_{22} de la 2 ^{ème} articulation avec SMC	52
4.8	Les paramètres d'état $\dot{\theta}_{21}$ et $\dot{\theta}_{22}$ de la 2 ^{ème} Articulation avec SOSMC.	53
4.9	La commande U_2 appliquée à la 2 ^{ème} Articulation avec SMC et SOSMC respectivement	53
4.10	Plan de phase $\theta_{21}(t), \dot{\theta}_{21}(t)$ avec SMC et SOSMC, respectivement.	54
4.11	Plan de phase $\theta_{22}(t), \dot{\theta}_{22}(t)$ avec SMC et SOSMC respectivement.	54
4.12	Surface de Glissement S_2 de la 2 ^{ère} articulation, avec SOSMC et SMC, respectivement	55

Liste des tableaux

4.1	Paramètres du système [14]	41
4.2	Gains des contrôleurs	42
4.3	Limites des retards pour le système.	56
4.4	Expérimentation sur le retard et son impact sur le système pour 1 ^{ère} Articulation	56
4.5	Expérimentation sur le retard et son impact sur le système pour la 2 ^{ème} articulation	57
4.6	Expérimentation sur K_{s1} et son impact sur le système pour la 1 ^{ème} articulation	57
4.7	Expérimentation sur K_{s2} et son impact sur le système pour la 2 ^{ème} articulation	57

Listes des notations

s_i : La surface de glissement de i ème liaison
 I_{m1} : Courant de la première armature du moteur (épaule) (A)
 K_{t1} : Constant de premier couple d'entraînement (épaule) (N.m/A)
 T_1 : Couple produit par l'entraînement 1, à l'arbre de charge (N.m)
 θ_{11} : Première position angulaire absolue de l'arbre d'entraînement (épaule) (rad)
 $\dot{\theta}_{11}$: Vitesse angulaire absolue du premier arbre d'entraînement (épaule) (rad/s)
 θ_{12} : Première position angulaire relative de l'effecteur final du liaison flexible (rad)
 $\dot{\theta}_{12}$: Vitesse angulaire relative de l'effecteur final de la première liaison flexible (rad/s)
 J_{11} : Premier moment d'inertie équivalent ($kg.m^2$)
 B_{11} : Coefficient d'amortissement visqueux équivalent du premier joint ($N.m.s/rad$)
 J_{12} : Premier effet de fin de liaison flexible Moment d'inertie équivalent (composé par le système de phase 2) ($kg.m^2$)
 B_{12} : Coefficient d'amortissement visqueux équivalent de l'effet d'extrémité du premier raccord flexible (composé avec le système de phase 2) (N.m.s/rad)
 K_{s1} : Première constante de rigidité en torsion à maillon flexible (N.m/rad)
 I_{m2} : Courant d'armature du deuxième moteur (coude) (A)
 K_{t2} : Seconde constante de couple d'entraînement (coude) (N.m/A)
 T_2 : Couple produit par l'entraînement 2, à l'arbre de charge (N.m)
 θ_{21} : Deuxième position angulaire (coude) de l'arbre d'entraînement par rapport à la liaison 1 (rad)
 $\dot{\theta}_{21}$: Vitesse angulaire du deuxième arbre d'entraînement (coude) par rapport à la liaison 1 (rad/s)
 θ_{22} : Position angulaire de l'effecteur de fin de deuxième liaison flexible par rapport à la liaison 1 (rad)
 $\dot{\theta}_{22}$: Vitesse angulaire de l'effecteur de fin de deuxième liaison flexible par rapport à la liaison 1 (rad/s)
 J_{21} : Deuxième moment d'inertie équivalent ($kg.m^2$)
 B_{21} : Coefficient d'amortissement visqueux équivalent du deuxième joint ($N.m.s/rad$)

- J_{22} : Deuxième effet de fin de liaison flexible Moment d'inertie équivalent ($kg.m^2$)
 B_{22} : Coefficient d'amortissement visqueux équivalent de l'effet d'extrémité du deuxième raccord flexible ($N.m.s/rad$)
 K_{s2} : Seconde constante de rigidité en torsion du bras flexible ($N.m/rad$)
 q : coordonnée généralisée
 E_{pi} : Énergie potentiel de i éme liaison
 E_{ci} : Énergie cinétique de i éme liaison
 L_i : le lagrangien de i éme liaison
 Q_j : Forces non-conservatifs
 m_i : La masse de i éme liaison (kg)
 l_i : Le longueur de i éme liaison (m)
 g : Accélération due à la pesanteur (m/s^2)
 X_i : Le vecteur d'état de i éme liaison
 U_i : L'entrée du système de i éme liaison
 A_i, B_i : Les matrices d'états de i éme liaison
 d_i : La perturbation de i éme liaison
 X_0 : État initial
 X_f : État final
 C : Matrice de commandabilité
 det : Le déterminant d'une matrice
 n : L'ordre de système
 G_i : Paramètre de la surface de glissement de i éme liaison
 T_r : Une matrice orthogonale
 Z_i, z_{i1}, z_{i2} : Les nouvelles coordonnées de i éme liaison
 $\hat{A}_i, \hat{B}_i, \hat{C}_i$: les matrices d'espace d'état transformé pour la variable d'état Z_i pour i éme liaison
 M_i : Le gain optimale de la surface de glissement pour i éme liaison
 Q, R : Les matrices de pondérations sont définies positives et symétriques
 H : Le Hamiltonien
 λ_i^T : Le multiplicateur de Lagrange est appelé état-adjoint ou co-état
 P_i : Une matrice semi définie positive
 V_i : La fonction de Lyapunov
 $\delta_i, s_{i0}, C_{i0}, K_{im}$ et K_{iM} : Des constants positives
 L_i : Un gain de perturbation cumulative
 $Sign$: La fonction signe

Liste des abréviations

LQR : Linear-Quadratic Regulator

PI : Proportionnel Intégrale

2DSFL : Two-Degree-Of-Freedom Serial Flexible Link

SMC : Sliding Mode Control

SOSMC : Second Order Sliding Mode Control

Résumé

L'utilisation progressive des manipulateurs robotiques dans diverses applications durant ces dernières années, a été motivée par les exigences de l'automatisation industrielle. Ces manipulateurs peuvent être classés en deux types : rigide et flexible mais notre attention porte sur les manipulateurs flexibles. Cela est dû aux divers avantages que ces manipulateurs offrent par rapport à leurs homologues rigides, par exemple leurs poids légers, leurs grandes vitesses ainsi que leurs précisions. Au contraire des manipulateurs rigides, la connaissance de l'angle du moteur permet de savoir la position de l'extrémité du bras. La flexibilité de la membrure provoque des oscillations lors de la rotation de la base ce qui rend le contrôle de son extrémité plus difficile que celui des robots rigides. D'où l'importance de développer une loi de commande qui permet à l'extrémité du bras d'atteindre son angle désiré tout en réduisant les oscillations. Ceci constitue l'objectif global de notre travail. Pour atteindre notre objectif, il faut commencer tout d'abord par modéliser le système du manipulateur flexible qui est constitué d'un bras flexible alimenté par un moteur à courant continu. Ensuite il s'agit de développer des lois de contrôle qui permettent de contrôler l'extrémité du bras en minimisant sa déformation. Enfin, ces lois de contrôle sont testées sur le montage physique.

Chapitre 1

Introduction générale

Les robots manipulateurs sont actuellement très largement utilisés dans les applications industrielles, spatiales et aussi dans le domaine de la médecine robotisée. Ils sont d'une importance majeure, surtout dans les travaux dangereux, fastidieux et monotones.

Parmi les différents types de manipulateurs rigides et flexibles, l'attention est particulièrement portée sur les robots manipulateurs flexibles. Car ces derniers présentent de multiples avantages par rapport aux robots à éléments rigides. En fait, les manipulateurs flexibles nécessitent moins de matière et un poids plus léger, donc leur vitesse de manipulation est plus grande. Ils ont besoin d'un moteur d'une puissance inférieure et d'un petit actionneur. De plus, ce type de manipulateur est plus facile à manipuler et à transporter que le poids du robot lui-même, à un coût réduit et peut supporter de lourdes charges. Cependant, le contrôle efficace de ces manipulateurs flexibles est d'assurer la précision de leur positionnement.

L'objectif principal de cette recherche est l'élaboration d'une commande robuste, rapide et précise pour un robot flexible à deux degrés de liberté. On montre expérimentalement que la commande par mode glissant d'ordre deux est plus adaptée que celle d'ordre un.

Nous avons organisé et réparti notre travail en quatre chapitres :

Le premier chapitre présente une revue générale des principales méthodologies dans le cadre de la modélisation, la simulation et le contrôle des manipulateurs flexibles ainsi que la problématique.

Le deuxième chapitre donne une élaboration de la modélisation dynamique des robots à liaisons flexibles de deux degrés de liberté à l'aide de la formule d'Euler-Lagrange. Ce chapitre présente de même la notion de commandabilité. On complète ce chapitre par les techniques de contrôle, parmi lesquelles on a étudié et appliqué la commande par mode glissant classique (d'ordre un) et la commande par mode glissant d'ordre deux.

Le troisième chapitre englobe les résultats de simulations correspondantes aux différentes lois de commandes.

Finalement, ce travail est finalisé par une conclusion générale qui résume les résultats obtenus par simulation et présente les performances des commandes effectuées. Les travaux de simulation réalisés dans ce projet sont effectués à l'aide du logiciel MATLAB.

Chapitre 2

Revue de la littérature

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous avons deux parties, une pour les généralités et les définitions et l'autre partie pour une revue de littérature basée sur les principaux thèmes mentionnés au cours de ce travail. Tout d'abord, une revue sur modélisation de robot flexible à deux degrés de liberté. Ensuite, une revue sur le contrôle de ce système en utilisant les méthodes suivantes : la commande optimale et la commande par mode de glissement.

D'abord, commençons par quelques généralités concernant le domaine de la robotique.

2.2 Généralités sur les robots manipulateur

2.2.1 Définition du robot

Le robot est un système mécanique multiarticulé entraîné par un ou des actionneurs et contrôlé par un ordinateur ou calculateur. Il est conçu pour effectuer une grande variété de tâches [4].

2.2.2 Différentes fonctions de robots

Les robots ont plusieurs fonctions :

- Robots industriels (robots de peintures ou de soudure ...).
- Robots médicaux (robot chirurgical ou robot pharmaceutique ...).
- Robots domestiques (aide au domicile comme la tondeuse à gazon ...).
- Robots militaires (par exemple drone ...).
- Robots explorateurs (sous-marins et aussi une centrale nucléaire ...).
- Robots anthropomorphiques (robots ressemblant à l'être humain).

2.2.3 Les différentes catégories de robot

- Les robots manipulateurs.
- Les robots mobiles à roues.
- Les robots sous-marins.

- Les robots volants.
- Les robots humanoïdes.

Le robot étudié dans ce travail, est un robot flexible à deux degré de liberté et il est classé dans la catégorie des robots manipulateurs. C'est la raison pour laquelle on s'est intéressé seulement aux robots manipulateurs.

2.2.4 Robot manipulateur

Un robot manipulateur se compose de plusieurs liaisons connectées par des articulations pour former un bras. On peut trouver deux classes de manipulateurs : une classe sérielle et une autre classe parallèle [1].

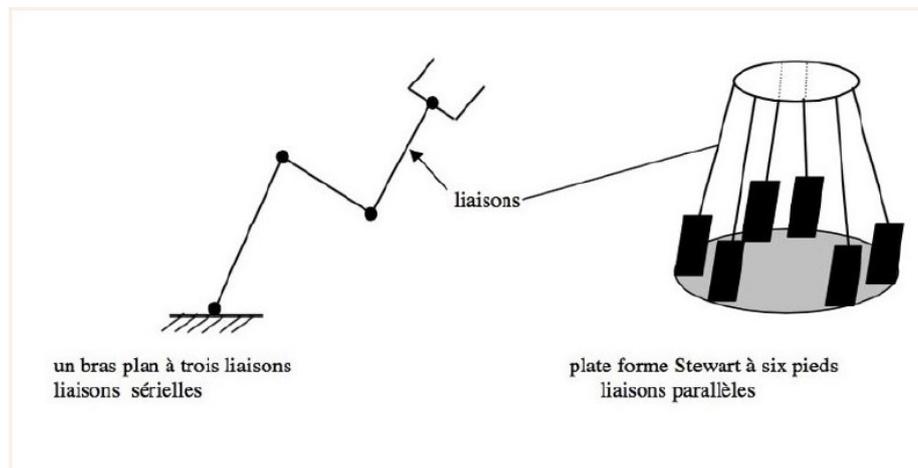


FIGURE 2.1 – Manipulateurs à liaisons sérielle et parallèle [4] p.3 .

Actuellement, les robots ayant des liaisons connectées sériellement sont les plus utilisés. La forme de base d'un manipulateur sérielle est une chaîne cinématique ouverte, constituée de liaisons rigides ou flexibles reliées par des articulations. Ces robots peuvent se déplacer dans l'espace grâce au mouvement généré par les articulations contrôlées par l'actionneur [1].

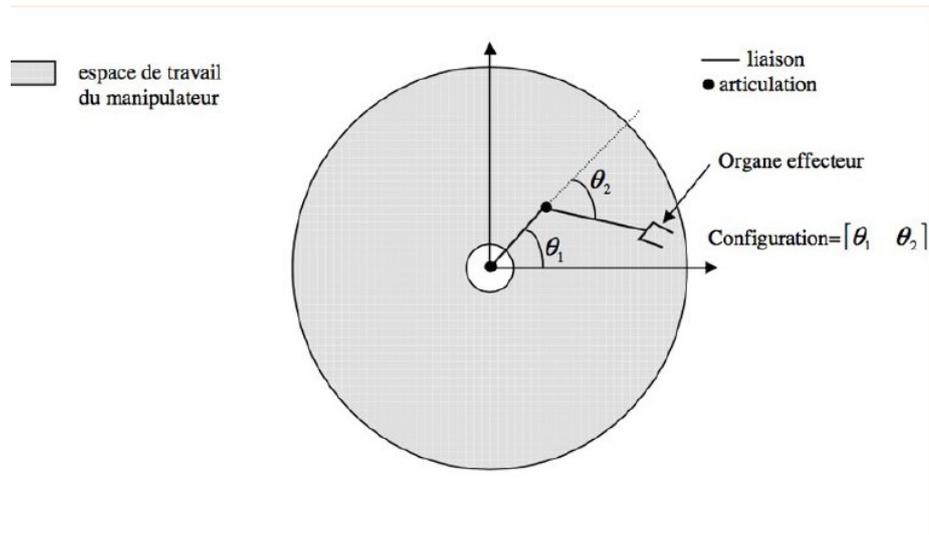


FIGURE 2.2 – Espace de travail de maipulateur plan à deux liaisons [4] p.4 .

étant donné que notre robot contient deux liaisons flexibles nous nous base-rons sur ce type de robot

2.2.5 Définition d'un manipulateur flexible

Les robots manipulateurs à liaisons flexibles sont constitués d'une série de bras flexibles reliés par des articulations pour former un mécanisme spatial. Dans la plupart des cas, la flexibilité structurelle n'est pas une caractéristique de conception prévue du système de manipulation. La flexibilité peut être le résultat de manipulateurs faits de matériaux légers, et ces matériaux eux-mêmes peuvent être dus à des limitations de l'inertie du mécanisme ou de la vitesse de manipulation. Cependant, la flexibilité structurelle peut être introduite intentionnellement dans la conception du manipulateur pour rendre le système robotique plus conforme à son environnement [2].

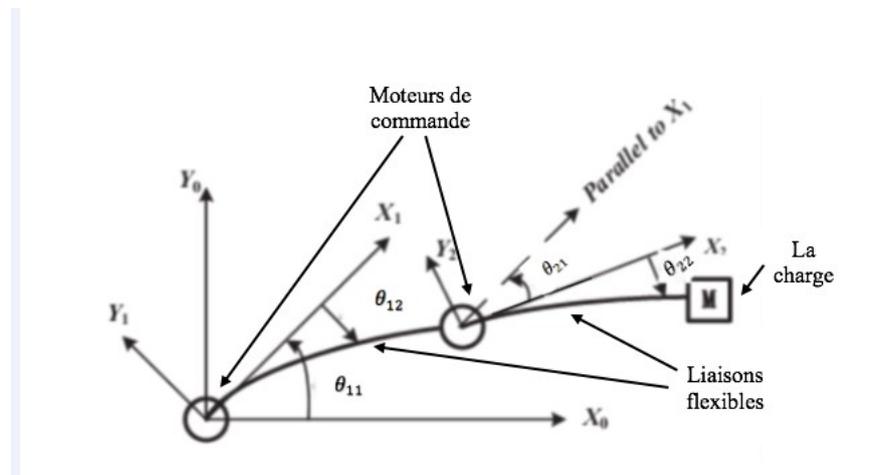


FIGURE 2.3 – Schéma du manipulateur flexible à 2 articulations flexibles.

2.2.6 Les avantages des manipulateurs à liaisons flexibles

- Réduire la consommation d'énergie.
- Les robots flexibles ne nécessitent pas beaucoup de matériaux de fabrications (d'où la faiblesse du coût).
- Ils se déplacent rapidement car les liaisons flexibles supportent bien une grande accélération.
- Le manipulateur flexible a une faible inertie, ce qui améliore la sécurité du travail pendant le fonctionnement [3].

2.2.7 Les inconvénients des manipulateurs à liaisons flexibles

Ils sont présentés comme suit :

- Les effets non très forts à cause des frottements au niveau de l'articulation.
- Les intersections non-linéaires et les couplages, avec la flexibilité des liaisons.
- La diminution de la performance des manipulateurs en termes de précision, vibrations et/ou l'interaction avec l'environnement du travail [3].

Dans cette section, une revue de littérature des principaux thèmes impliqués dans ce projet, sa été réalisée.

2.3 Modélisation de robot à deux liaisons flexibles

Afin de développer des lois de contrôle efficace et d'atteindre la précision désirée, nous devons commencer par établir un modèle mathématique précis.

Les manipulateurs à liaisons flexibles sont intéressants car ils évitent les graves problèmes de contrôle associés aux grandes forces d'inertie générées lorsque les liaisons rigides de grande masse dans les robots conventionnels se déplacent à grande vitesse. Dans les paragraphes suivants, la modélisation du manipulateur flexible à deux liaisons sera vérifier conformément à l'ordre d'application de la

méthode en mode supposé, de la méthode par élément fini et la méthode des corps rigides avec lien élastique.

2.3.1 Méthode en mode supposé

Cette méthode consiste à multiplier la série finie de fonctions supposées par des coefficients indéterminés afin d'approximer la déformation.

Divers chercheurs ont utilisé la méthode en mode supposé. D'après ces études, la déformation est indiquée par une somme pondérée des fonctions de forme. En d'autres termes, la méthode consiste à approximer la solution d'un problème aux valeurs propres à travers une série de fonction (qui doit être multipliée par des coefficients incertains). [18] a proposé l'étude de deux fonctions de forme : la fonction polynomiale et la fonction propre de poutre. Cependant n'a proposé que l'équation de fonction propre d'une poutre encastree sans charge. ont utilisés la méthode Euler-Bernouli pour établir les équations dynamiques du système flexible à un bras.

2.3.2 Méthode par élément fini

Une autre méthode de discrétisation consiste à définir une fonction de forme par morceaux. Divisez le bras en plusieurs intervalles et utilisez des polynômes de degré réduit pour chaque intervalle. C'est le cas de la méthode par élément fini.

Les chercheurs menés ont impliqué deux types de fonctions d'interpolation : les splines cubiques et les B-splines cubiques. D'autres études sont liés que les splines cubiques, par exemple. Les polynômes d'Hermite sont généralement utilisés comme fonctions d'interpolation dans la méthode par élément fini, comme proposé par .

ont mené une étude qui proposait une comparaison entre la méthode en mode supposé et la méthode par élément fini utilisant des splines cubiques et son effet sur le modèle obtenu. De même [14] ont comparé les manipulateurs à plusieurs bras flexibles.

2.3.3 Méthode des corps rigides avec lien élastique

En utilisant une autre méthode de modélisation, la base rotative est considérée comme un corps rigide et le bras flexible est considéré comme un ressort (Quanser).

[11] a modélisé le système en utilisant une base rotative comme corps rigide et un bras flexible comme corps élastique. et a mené une étude plus détaillée de diverses méthodes de modélisation.

2.4 Contrôle de robot à deux liaisons flexibles

Afin d'atteindre et de maintenir avec précision la position souhaitée, le contrôle du manipulateur flexible est un défi. Si les paramètres sont considérés comme fixes et connus, il existe de nombreuses méthodes de contrôle avec lesquelles un bon contrôleur peut être conçu. Cependant, la variation des paramètres du système dû aux changements des conditions du travail sollicite les contrôleurs utilisant des gains variables.

Les différentes études menées dans ce domaine concernent diverses méthodes de contrôle, telles que les techniques de contrôle : régulateur linéaire quadratique (LQR), le contrôle par mode de glissant d'ordre un et d'ordre deux. En fait, dans tous ces cas, des modèles mathématiques précis et efficaces doivent être développés.

2.4.1 Commande Optimale (Régulateur Linéaire Quadratique LQR)

Le régulateur linéaire quadratique réside dans la recherche de la loi de commande optimale en boucle fermée, qui peut assurer les performance requise. Le contrôle optimal représente une technique de contrôle classique largement utilisée par divers chercheurs. [12] et [17] ont étudié et introduit en détail la commande linéaire quadratique.

[3] a discuté la contrôlabilité et de l'observabilité du système, et a étudié le contrôle optimal d'un robot manipulateur à deux bras flexible.

En fait, pour un système dynamique donné et ses équations, le problème de commande optimale est trouvé le contrôle qui minimise un critère donné. Sous cette forme, la séquence optimale a été étudiée en calculant des variables du le XIXème siècle. Cependant, veuillez noter que les difficultés causées par ce problème sont loin d'être complètement résolues. La commande optimale reste donc un sujet de recherche d'actualité.

2.4.2 Commande Par mode glissant d'ordre un

Ce contrôleur est l'un des contrôles robustes d'entrée et de sortie pour les systèmes non linéaires et flexibles. La commande de mode de glissant classique [23], ou la conception du contrôleur de mode de glissant d'ordre un, la variable glissante est sélectionnée de telle sorte qu'elle a le degré relatif un par rapport à la commande. La commande agit sur la première dérivée (par rapport au temps) de la variable glissante (\dot{s}) pour maintenir les trajectoires du système dans l'ensemble glissant $s=0$. Essentiellement, le signal de commande discontinu agit sur la première dérivée de s .

Pour la loi de commande proposée dans [5], nous n'avons pas besoin de calculer la dérivée (accélération) du signal de vitesse ni d'inverser la matrice d'inertie de masse. De même, il n'est pas nécessaire de mesurer l'accélération et les dérivées plus élevées. De plus, grâce à cette méthode de contrôle, vous pouvez assurer la position et la vitesse du membre, assurant ainsi la stabilité asymptotique globale. La commutation du signal de commande peut exciter la fréquence propre des éléments flexibles du système [5].

D'après [20], il existe une étude basée sur la technique de mode de glissant et la méthode de linéarisation entrée/sortie pour un manipulateur à deux bras flexibles. Les résultats obtenus par simulation montrent que même en modifiant le gain de contrôleur, l'erreur en régime permanent est faible. Cela permet à l'auteur de déduire la robustesse du contrôleur. [4] a proposé d'autres recherches basées sur la technologie du mode de glissant, le but étant d'éliminer le mode résonance et de s'assurer que le mode glissant converge près de point d'équilibre. Et réduisez l'erreur en régime permanent. Les résultats de la simulation confirment l'efficacité et la robustesse de ce contrôleur.

2.4.3 Commande Par mode glissant d'ordre deux

[21] ont introduit les modes glissants d'ordre supérieur et d'ordre deux. L'inconvénient principal de la commande en mode glissant d'ordre deux réside dans le besoin de connaître les variables d'état et leurs dérivées. Il en résulte alors que pour la synthèse d'un contrôleur en modes glissants d'ordre n , les fonctions $(s, \dot{s}, \dots, s^{(n-1)})$ sont nécessaires.

Différents types d'algorithmes qui conduisent au comportement souhaité peuvent être trouvés dans la littérature. Nous introduisons ici un algorithme généré un régime glissant d'ordre 2 et qui sera utilisé par la suite.

Algorithme de Super-Twisting : L'un des algorithmes plus couramment utilisés de mode de glissant d'ordre deux est l'algorithme Super-Twisting [16]. Cet algorithme ne s'applique qu'aux systèmes ayant un degré relatif 1. Le Super-Twisting n'utilise pas d'informations sur \dot{s} ceci peut être vu comme un avantage.

[5] ont divisé la commande en élément algébriques (non dynamique) et éléments intégral et il a considéré cet algorithme comme une généralisation non linéaire d'un PI.

Selon [16], cet algorithme nécessite uniquement sur s sont nécessaire et entraîne l'annulation de s en un temps fini.

2.5 Robot flexible dans le domaine médical

Les robots flexibles dans le domaine médical sont utilisés comme télé-échographie ou comme des robots esclaves intégrés par d'autres robots (maîtres) ... etc. L'objectif principale des robots « médico-chirurgicaux » d'après l'expression de [3] est de développer "une collaboration entre les humains (les chirurgiens) et les machines (les robots) pour tenter d'exploiter les capacités des deux pour accomplir le travail préférable que ce que pourrait faire l'un des deux tout seul"

Par conséquent, la technologie doit permettre aux au chirurgiens d'améliorer leur capacité à percevoir, à prendre des décisions et à agir, par exemple en utilisant des systèmes de vision, des capteurs et/ou d'actionneurs spécifiques . On peut aussi défini les objectifs médicaux des robots flexibles de la façon suivante [15] :

1. Améliorer la prise en charge médicale des pathologies qui requièrent la réalisation de l'examen échographique.
2. Permettre à un échographiste d'abolir les distances, et de réaliser l'échographie dans des conditions de qualité comparables à celles qui prévau-draient s'il était au contact de son patient.

Lors d'une opération chirurgicale, il n'y a pas droit à l'erreur. Le chirurgien a sur les épaules beaucoup de pression. C'est sans appel. Mais ce qui lui cause de la pression c'est le fait d'avoir potentiellement une vie humaine entre les mains, et une seule mauvaise manipulation peut être fatal pour le patient. Ajouter à cela la fatigue, des problèmes familiaux ou un simple coup de nerf, l'on pourrai les coïncider dans la bulle du sentimentalisme qui peut causer ne serait-ce qu'un petit mouvement vers la gauche ou la droite, et c'est la fin.

Aux Etats-Unis Les erreurs médicales sont la troisième cause de décès après les maladies cardiovasculaires et le cancer, avec environ 250.000 morts par an,

selon les calculs de deux experts publiés dans la revue « *British Medical Journal* ». Ce chiffre est stratosphérique, mais peut-on blâmer les médecins ? Pour notre part on pense que cette question est mal posée, la bonne question serait : Comment éviter que le stress, la fatigue, l'épuisement ne déteignent pas sur la chirurgie ?

Les principaux domaines d'applications de la robotique médicale sont à ce jour :

1. La chirurgie de la tête et du cou (neurochirurgie, chirurgie dentaire, chirurgie maxillo-faciale . . .).
2. La chirurgie orthopédique.
3. La chirurgie mini-invasive du thorax et de l'abdomen (cardiaque, urologie, gynécologique, etc).
4. La radiologie interventionnelle et les procédures percutanées.
5. La télé-échographie.
6. La radiothérapie et la radiologie de diagnostic.

La robotique médicale se distingue principalement de la robotique classique par un cahier des charges spécifique que nous pouvons résumer par la prise en compte de trois contraintes principales [20] :

- La sécurité : Les problèmes de sécurité sont cruciaux dans les robots médicaux. Cela n'est pas seulement lié à la sécurité des patients, mais aussi à la sécurité du personnel médical qui va mettre en place et utiliser le système robotique, en se trouvant bien souvent à proximité. En effet, en robotique médicale le système robotique est en contact avec le patient ou le personnel médical à la grande différence de la robotique industrielle. De plus, dans le domaine de la santé, tout accident aura un impact négatif énorme sur les praticiens. Les ingénieurs ont ici une responsabilité envers le médecin qui va piloter le système robotique. Par conséquent, en termes de sécurité, plusieurs principaux généraux sont essentiels pour la robotique médicale :

Des interfaces homme-machine intuitives, ergonomiques et sans ambiguïtés.

1. Une limitation de l'espace de travail, de la vitesse et des efforts.
2. Des procédures de débrayage et de reprise en main manuelle de l'intervention.
3. Une redondance de capteurs.

- Stérilité ou l'asepsie : une autre contrainte particulière rencontrée en robotique médicales est la contrainte d'asepsie, en particulier dans les procédures chirurgicales. Ainsi, les composants qui doivent être complètement stérilisés, qui sont en contact direct avec le patient ou manipulés par le chirurgien et les instrumentistes, seront emballés dans un emballage stérile. Pour les robots chirurgicaux, les limitations courantes pouvant être rencontrées en stérilités sont les suivantes.

1. Les parties non jetables qui ne peuvent passer à l'autoclave seront recouvertes d'un emballage stérile en suivant un protocole très précis de manière à ne pas le souiller.
2. Le personnel du bloc devra être formé.

- Salle d'opération : Contrairement à la robotique industrielle où le système robotique fonctionne dans une cage protectrice conçue spécialement à ce effet, les robots médicaux doivent s'adapter à l'environnement spécifique de la salle d'opération. En plus des aspects de certification en tant que matériel médical, les contraintes spécifiques à la salle d'opération sont principalement dimensionnelles, ergonomiques et de disponibilité. En particulier il est souhaitable de :

Réduire l'encombrement au maximum.

1. Pouvoir déplacer facilement le système robotique et son contrôleur.
2. Assurer une maintenance préventive.
3. Prévoir une gestion efficace des pannes.

De ce fait, pour répondre aux exigences de ce domaine, il nous faut un système qui soit rapide, précis et robuste. D'où le choix de la commande par mode glissant, et afin de parfaire les lacunes de cette commande nous l'avons poussé au second ordre ; plus précisément Le Super Twisting Algorithme, un algorithme qui emmène le plus rapidement possible le système au point d'équilibre.

2.6 Problématique et objectif

L'objectif de ce travail est l'étude d'un dispositif de loi de commande robuste précise et rapide. D'où l'implémentation de la loi commande par mode glissant d'ordre un ; par la suite afin de booster les performances de notre système, de ce fait nous avons introduit la commande par mode glissant d'ordre deux, précisément le Super Twisting Algorithm qui emmène le système plus rapidement que le SMC au point d'équilibre, et cela tout en atténuant considérablement le phénomène de broutement. Dans ce travail nous avons implémenté 2 types de commandes robuste, qui sont SMC SOSMC, et nous les avons comparé selon 3 principaux critères qui sont la précision, le temps d'établissement et le dépassement. Pour avoir beaucoup plus d'informations et de matière à discuter sur notre système, nous avons étudié et analysé :

- Retard issue du calcul et envoi de la commande
- Variation du paramètre de rigidité pour les deux articulations flexible.

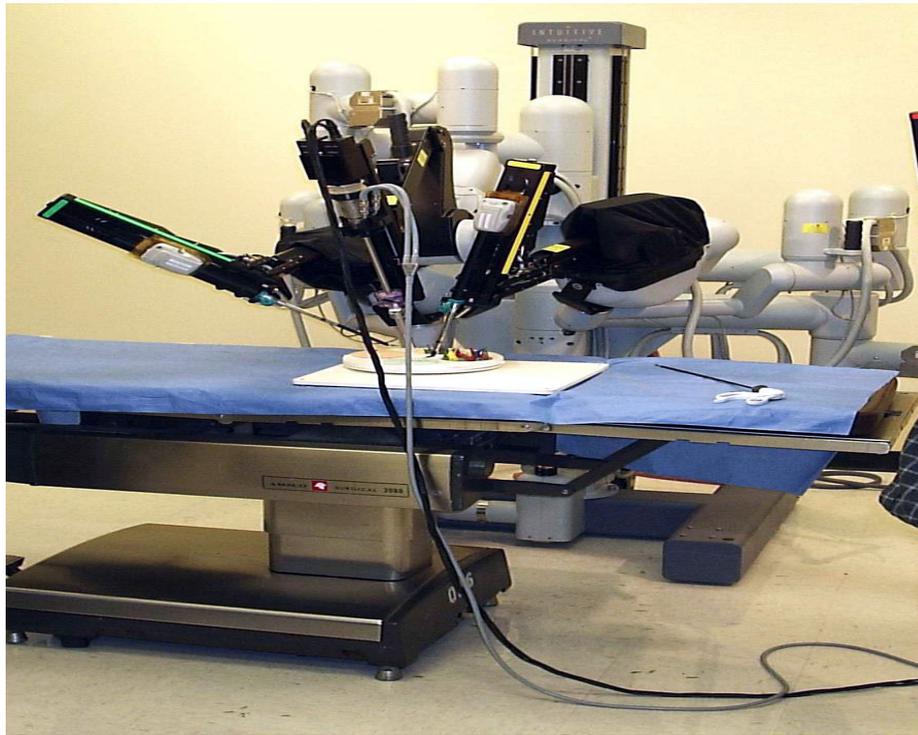


FIGURE 2.4 – Un robot médical, Da Vinci, fabriqué par Intuitive Surgical.

2.7 Conclusion

Ce chapitre présente les définitions de la robotique et une revue de la littérature concernant les principales méthodes de modélisation et de contrôle des manipulateurs flexibles. Sur la base de tout ce qui précède, nous concluons qu'il est très important d'avoir un modèle puissant et efficace pour la simulation. Pour cela, la première étape de notre projet consiste à modéliser le système qui consiste en un manipulateur à deux articulations flexibles qui peut être utilisé pour la recherche expérimentale. L'étude d'une méthode de modélisation d'un modèle dynamique pouvant représenter le système le plus exactement possible ainsi son contrôle seront le sujet du chapitre suivant.

Chapitre 3

Modélisation et technique de contrôle du système

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va étudier une technique de modélisation. Une méthode de discrétisation est appliquée dans le but d'approximer la solution des équations aux dérivées partielles caractérisant le modèle du système. Ces équations sont obtenues par application de la méthode d'Euler-Lagrange à un bras robotique flexible à 2 degrés de liberté.

La méthode de modélisation abordée dans ce travail sera détaillée. Il s'agit donc de la méthode considérant le bras flexible comme étant un ressort à rigidité constante et la base en rotation comme étant un corps rigide.

Ensuite, une technique de contrôle est étudiée, la commande par mode de glissant. Avant de commencer, il est très important de faire une description du notre montage physique sur lequel va être réalisé les applications expérimentales.

3.2 Description du système

Le système se compose de deux moteurs à courant continu qui fonctionnent via des boîtes de vitesses harmoniques, une liaison série à deux barres, des encodeurs rotatifs, une carte de raccordement et un amplificateur de courant linéaire. Les deux liens sont flexibles et instrumentés avec des jauges de déformation. La liaison primaire est solidement fixée avec le premier entraînement et a le deuxième entraînement harmonique à l'extrémité à laquelle un autre lien flexible est attaché. Chaque lien flexible est équipé d'un capteur de jauge de déformation situé à l'extrémité du lien [14]; comme le montre la Figure 2.1 ci-dessous.

3.3 Système dynamique d'un manipulateur flexible à deux liaisons

Un schéma du système deux degrés de liberté en série lien Flexible (2DSFL) est représenté à la Figure 2.1. Il représente les deux joints flexibles connectés en série et chacun actionné par son propre système d'entraînement [14].

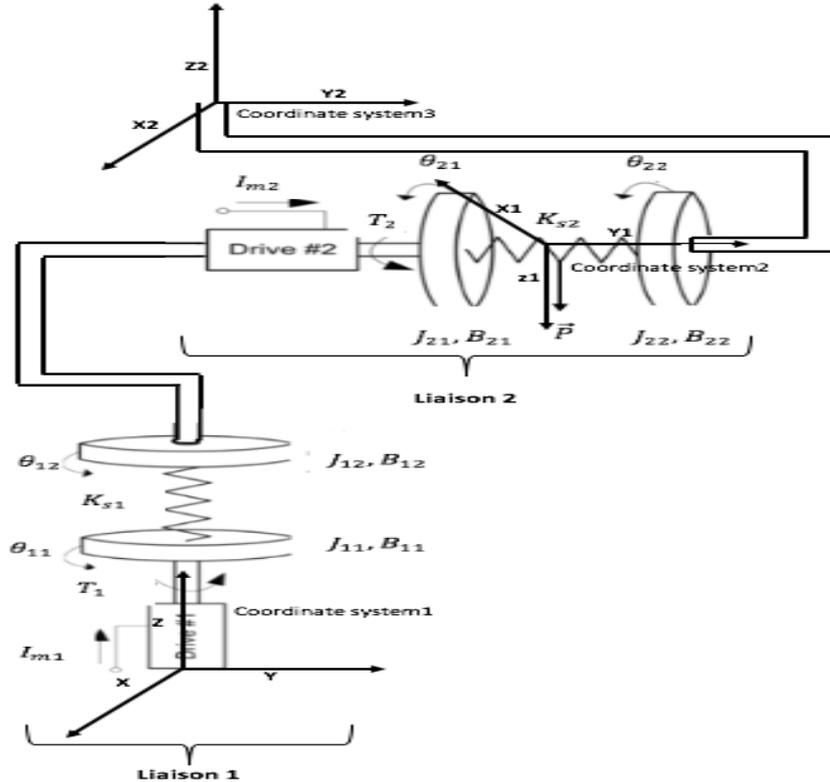


FIGURE 3.1 – Schéma du manipulateur à deux articulation flexibles (2DSFL) .

Le système 2 DSFL est considéré comme découplé et divisé en deux liaisons distinctes et indépendantes (en deux sous système) : liaison 1 et liaison 2, comme indique la Figure 2.2 [14].

La dynamique du système est obtenue à l'aide de la formulation Euler-Lagrange. Tout d'abord, on définit les coordonnées généralisées du système [2] :

$$q = [\theta_{11} \quad \theta_{12} \quad \theta_{21} \quad \theta_{22}]^T \quad (3.1)$$

Dans le but de calculer le Lagrangien, on commence par calculer les énergies potentielle et cinétique.

Par la suite nous allons étudier chaque système séparément.

Le fait que le système soit découplé, et a deux moteur (un pour chaque articulation) et surtout grâce a [21] nous pouvons dire que notre système est commandable

3.3.1 L'énergie potentielle

L'énergie potentielle totale du sous système est due à l'élasticité et de la force de pesanteur du bras flexible [2] :

$$Ep_1 = \frac{1}{2} K_{s1} \theta_{12}^2 \quad (3.2)$$

$$Ep_2 = \frac{1}{2} K_{s2} \theta_{22}^2 + m_2 g l_2 (1 - \cos(\theta_{21} + \theta_{22})) \quad (3.3)$$

3.3.2 L'énergie cinétique

L'énergie cinétique est due, à la fois, à la rotation de la base rotationnel tournant d'un angle dans le plan horizontal, et au mouvement de la membrure flexible et sa déformation angulaire [2]. Cette énergie est exprimée ainsi :

$$E_{ci} = \frac{1}{2} J_{i1} \dot{\theta}_{i1}^2 + \frac{1}{2} J_{i2} (\dot{\theta}_{i1} + \dot{\theta}_{i2})^2 \quad (3.4)$$

avec $i = [1, 2]$ le numéro de la liaison.

3.3.3 Euler-Lagrange

La formulation d'Euler-Lagrange écrit sous la forme [2] :

$$L_i = E_{ci} - E_{pi} \quad (3.5)$$

Par la suite, on applique les équations de Lagrange de la façon suivante [6] :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_i}{\partial \dot{\theta}_j} \right) - \frac{\partial L_i}{\partial \theta_j} = Q_j \quad (3.6)$$

pour $j = [i1, i2]$

Dans ce cas, les forces non-conservatives correspondant aux coordonnées généralisées sont considérées comme étant le couple moteur T_i et les forces internes d'amortissement. On définit alors [2] :

$$Q_{i1} = T_i - B_{i1} \dot{\theta}_{i1} \quad (3.7)$$

$$Q_{i2} = -B_{i2} \dot{\theta}_{i2} \quad (3.8)$$

3.3.4 Articulation N°1

Considérons d'abord le sous système N°1. Son schéma est représenté à la Figure (2.3) :

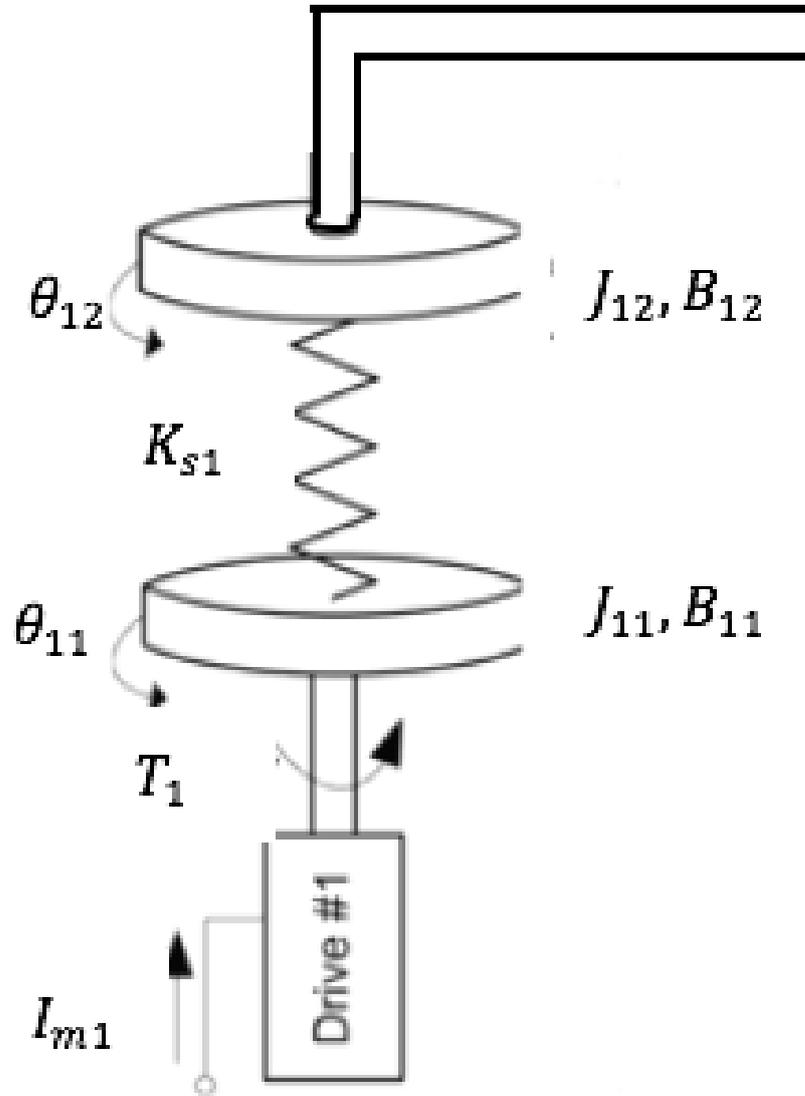


FIGURE 3.2 – Schéma du système 2DSFL Robot articulation 1.

Liaison N°1 $\Rightarrow i=1$

$$E_{c1} = \frac{1}{2} J_{11} \dot{\theta}_{11}^2 + \frac{1}{2} J_{12} (\dot{\theta}_{11} + \dot{\theta}_{12})^2 \quad (3.9)$$

$$E_{c1} = \left(\frac{1}{2} J_{11} + \frac{1}{2} J_{12} \right) \dot{\theta}_{11}^2 + \frac{1}{2} J_{12} \dot{\theta}_{12}^2 + J_{12} \dot{\theta}_{11} \dot{\theta}_{12} \quad (3.10)$$

$$L_1 = E_{c1} - E_{p1} \quad (3.11)$$

$$L_1 = \left(\frac{1}{2}J_{11} + \frac{1}{2}J_{12}\right)\dot{\theta}_{11}^2 + \frac{1}{2}J_{12}\dot{\theta}_{12}^2 + J_{12}\dot{\theta}_{11}\dot{\theta}_{12} - \frac{1}{2}K_{s1}\theta_{12}^2(t) \quad (3.12)$$

Pour la coordonnée θ_{11} :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}_{11}} \right) - \frac{\partial L_1}{\partial \theta_{11}} = Q_{11} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}_{11}} = (J_{11} + J_{12})\dot{\theta}_{11} + J_{12}\dot{\theta}_{12} \quad (3.14)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}_{11}} \right) = (J_{11} + J_{12})\ddot{\theta}_{11} + J_{12}\ddot{\theta}_{12} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial \theta_{11}} = 0 \quad (3.16)$$

$$(J_{11} + J_{12})\ddot{\theta}_{11} + J_{12}\ddot{\theta}_{12} = T_1 - B_{11}\dot{\theta}_{11} \quad (3.17)$$

avec $T_1 = K_{t1}I_{m1}$

$$(J_{11} + J_{12})\ddot{\theta}_{11} + J_{12}\ddot{\theta}_{12} = -B_{11}\dot{\theta}_{11} + K_{t1}I_{m1} \quad (3.18)$$

• D'après l'équation (3.18) :

$$\ddot{\theta}_{11} = -\frac{B_{11}}{(J_{11} + J_{12})}\dot{\theta}_{11} - \frac{J_{12}}{(J_{11} + J_{12})}\ddot{\theta}_{12} + \frac{k_{t1}}{(J_{11} + J_{12})}I_{m1} \quad (3.19)$$

pour la coordonnée θ_{12} :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}_{12}} \right) - \frac{\partial L_1}{\partial \theta_{12}} = Q_{12} \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}_{12}} = J_{12}\dot{\theta}_{12} + J_{12}\dot{\theta}_{11} \quad (3.21)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}_{12}} \right) = J_{12}\ddot{\theta}_{11} + J_{12}\ddot{\theta}_{12} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial \theta_{12}} = -K_{s1}\theta_{12} \quad (3.23)$$

$$J_{12}\ddot{\theta}_{12} + J_{12}\ddot{\theta}_{11} + K_{s1}\theta_{12} = -B_{12}\dot{\theta}_{12} \quad (3.24)$$

• D'après l'équation (3.24) :

$$\ddot{\theta}_{12} = -\ddot{\theta}_{11} - \frac{K_{s1}}{J_{12}}\theta_{12} - \frac{B_{12}}{J_{12}}\dot{\theta}_{12} \quad (3.25)$$

• On remplace (3.25) dans (3.19), on trouve :

$$\ddot{\theta}_{11} = \frac{K_{s1}}{J_{11}}\theta_{12} - \frac{B_{11}}{J_{11}}\dot{\theta}_{11} + \frac{B_{12}}{J_{11}}\dot{\theta}_{12} + \frac{K_{t1}}{J_{11}}I_{m1} \quad (3.26)$$

• On remplace (3.19) dans (3.25), on trouve :

$$\ddot{\theta}_{12} = -\frac{(J_{11} + J_{12})}{J_{11}J_{12}}K_{s1}\theta_{12} + \frac{B_{11}}{J_{11}}\dot{\theta}_{11} - \frac{(J_{11} + J_{12})}{J_{11}J_{11}}B_{12}\dot{\theta}_{11} - \frac{K_{t1}}{J_{11}}I_{m1} \quad (3.27)$$

Le vecteur d'état du sous système N°1 X_1 est défini comme indiqué ci-dessous [5] :

$$X_1 = \begin{bmatrix} \theta_{11}(t) \\ \theta_{12}(t) \\ \dot{\theta}_{11}(t) \\ \dot{\theta}_{12}(t) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Et sa dérivé :

$$\dot{X}_1 = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{11}(t) \\ \dot{\theta}_{12}(t) \\ \ddot{\theta}_{11}(t) \\ \ddot{\theta}_{12}(t) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

L'entrée du système U_1 est le courant du premier moteur [5], c'est-à-dire :

$$U_1 = I_{m1} \quad (3.30)$$

Les matrices d'état A_1 et B_1 sont définies pour donner une représentation dynamique du système 2DSFL lien 1, de sorte que :

$$\dot{X}_1(t) = A_1 X_1(t) + B_1 U_1(t) \quad (3.31)$$

À partir des deux équations de mouvement du système (3.24) et (3.25), les matrices A_1 et B_1 sont déterminées comme suit [5] :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{K_{s1}}{J_{11}} & -\frac{B_{11}}{J_{11}} & \frac{B_{12}}{J_{11}} \\ 0 & -\frac{(J_{11}+J_{12})}{J_{11}J_{12}}K_{s1} & \frac{B_{11}}{J_{11}} & -\frac{(J_{11}+J_{12})}{J_{11}J_{12}}B_{12} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{t1}}{J_{11}} \\ -\frac{K_{t1}}{J_{11}} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

3.3.5 Articulation N°2

La figure ci-dessous représente schéma du système 2DSFL Robot lien 2 [5] :

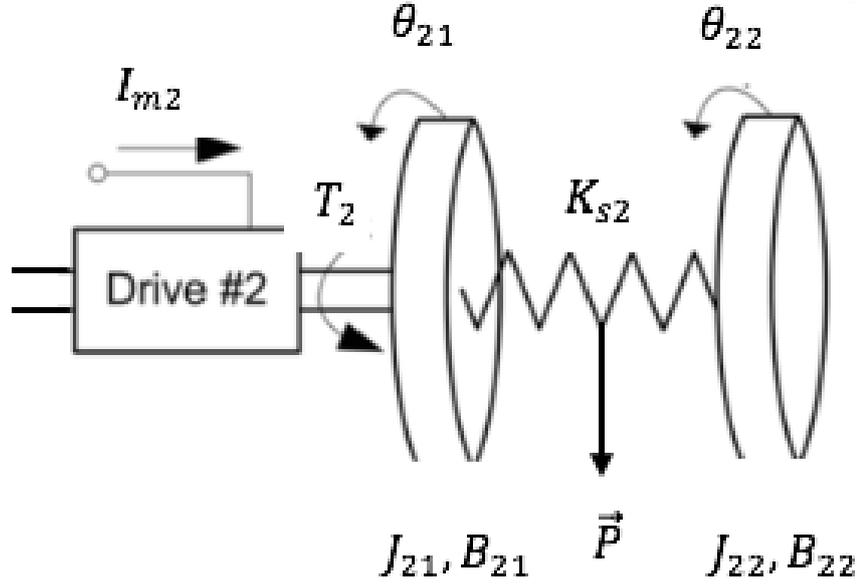


FIGURE 3.3 – Schéma du système 2DSFL Robot articulation 2 .

Liaison N°2 \Rightarrow i=2

$$E_{c2} = \frac{1}{2}J_{21}\dot{\theta}_{21}^2 + \frac{1}{2}J_{22}(\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{22})^2 \quad (3.34)$$

$$E_{c2} = \left(\frac{1}{2}J_{21} + \frac{1}{2}J_{22}\right)\dot{\theta}_{21}^2 + \frac{1}{2}J_{22}\dot{\theta}_{22}^2 + J_{22}\dot{\theta}_{21}\dot{\theta}_{22} \quad (3.35)$$

$$L_2 = E_{c2} - E_{p2} \quad (3.36)$$

$$L_2 = \left(\frac{1}{2}J_{21} + \frac{1}{2}J_{22}\right)\dot{\theta}_{21}^2 + \frac{1}{2}J_{22}\dot{\theta}_{22}^2 + J_{22}\dot{\theta}_{21}\dot{\theta}_{22} - \frac{1}{2}K_{s2}\theta_{22}^2 - m_2gl_2(1 - \cos(\theta_{21} + \theta_{22})) \quad (3.37)$$

Pour la coordonnée θ_{21} :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_2}{\partial \dot{\theta}_{21}} \right) - \frac{\partial L_2}{\partial \theta_{21}} = Q_{21} \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial \dot{\theta}_{21}} = (J_{21} + J_{22})\dot{\theta}_{21} + J_{22}\dot{\theta}_{22} \quad (3.39)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_2}{\partial \dot{\theta}_{21}} \right) = (J_{21} + J_{22})\ddot{\theta}_{21} + J_{22}\ddot{\theta}_{22} \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial \theta_{21}} = -m_2gl_2 \sin(\theta_{21} + \theta_{22}) \quad (3.41)$$

$$(J_{21} + J_{22})\ddot{\theta}_{21} + J_{22}\ddot{\theta}_{22} + m_2gl_2\sin(\theta_{21} + \theta_{22}) = T_2 - B_{21}\dot{\theta}_{21} \quad (3.42)$$

avec $T_2 = K_{t2}I_{m2}$

$$(J_{21} + J_{22})\ddot{\theta}_{21} + J_{22}\ddot{\theta}_{22} + m_2gl_2\sin(\theta_{21} + \theta_{22}) = -B_{21}\dot{\theta}_{21} + K_{t2}I_{m2} \quad (3.43)$$

• D'après l'équation (3.43) :

$$\ddot{\theta}_{21} = -\frac{B_{21}}{(J_{21} + J_{22})}\dot{\theta}_{21} - \frac{J_{22}}{(J_{21} + J_{22})}\ddot{\theta}_{22} + \frac{K_{t2}}{(J_{21} + J_{22})}I_{m2} - m_2gl_2\sin(\theta_{21} + \theta_{22}) \quad (3.44)$$

Pour la coordonnée θ_{22} :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_2}{\partial \dot{\theta}_{22}} \right) - \frac{\partial L_2}{\partial \theta_{22}} = Q_{22} \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}_{22}} = J_{22}\dot{\theta}_{22} + J_{22}\dot{\theta}_{21} \quad (3.46)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_2}{\partial \dot{\theta}_{22}} \right) = J_{22}\ddot{\theta}_{21} + J_{22}\ddot{\theta}_{22} \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial \theta_{22}} = -K_{s2}\theta_{22} - m_2gl_2\sin(\theta_{21} + \theta_{22}) \quad (3.48)$$

on aura donc :

$$J_{22}\ddot{\theta}_{22} + J_{22}\ddot{\theta}_{21} + K_{s2}\theta_{22} + m_2gl_2\sin(\theta_{21} + \theta_{21}) = -B_{22}\dot{\theta}_{22} \quad (3.49)$$

D'après l'équation (3.44) :

$$\ddot{\theta}_{22} = -\ddot{\theta}_{21} - \frac{K_{s2}}{J_{22}}\theta_{22} - \frac{B_{22}}{J_{22}}\dot{\theta}_{22} - \frac{(m_2gl_2)}{J_{22}}\sin(\theta_{21} + \theta_{22}) \quad (3.50)$$

• On soustrait (3.42) de (3.49), on trouve :

$$\ddot{\theta}_{21} = +\frac{K_{s2}}{J_{21}}\theta_{22} - \frac{B_{21}}{J_{21}}\dot{\theta}_{21} + \frac{B_{22}}{J_{21}}\dot{\theta}_{22} + \frac{K_{t2}}{J_{21}}I_{m2} \quad (3.51)$$

• On remplace (3.51) dans (3.50), on trouve :

$$\ddot{\theta}_{22} = +\frac{J_{21} + J_{22}}{(J_{21}J_{22})}K_{s2}\theta_{22} + \frac{B_{21}}{J_{21}}\dot{\theta}_{21} - \frac{J_{21} + J_{22}}{J_{21}J_{22}}B_{22}\dot{\theta}_{22} - \frac{K_{t2}}{J_{21}}I_{m2} - \frac{mgl_2}{J_{22}}\sin(\theta_{21} + \theta_{22}) \quad (3.52)$$

Le vecteur d'état du sous système N°2 X_2 est défini comme indiqué ci-dessous [5] :

$$X_2 = \begin{bmatrix} \theta_{21}(t) \\ \theta_{22}(t) \\ \dot{\theta}_{21}(t) \\ \dot{\theta}_{22}(t) \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

ainsi que sa dérivé :

$$\dot{X}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{21}(t) \\ \dot{\theta}_{22}(t) \\ \ddot{\theta}_{21}(t) \\ \ddot{\theta}_{22}(t) \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

L'entrée du système U_2 est le courant du premier moteur [5], c'est-à-dire :

$$U_2 = I_{m2} \quad (3.55)$$

Les matrices d'état A_2 et B_2 sont définies pour donner une représentation dynamique du système 2DSFL lien 2 [5], de sorte que :

$$\dot{X}_2(t) = A_2 X_2(t) + B_2 U_2(t) + d_2 \quad (3.56)$$

À partir des deux équations de mouvement du système, les matrices A_2 et B_2 sont déterminées comme suit [5]

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{K_{s2}}{J_{21}} & -\frac{B_{21}}{J_{21}} & \frac{B_{22}}{J_{21}} \\ 0 & +\frac{(J_{21}+J_{22})}{J_{21}J_{22}}K_{s2} & \frac{B_{21}}{J_{21}} & -\frac{(J_{21}+J_{22})}{J_{21}J_{22}}B_{22} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{t2}}{J_{21}} \\ -\frac{K_{t2}}{J_{21}} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$d_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J_{22}}m_2gl_2\sin(\theta_{22} + \theta_{21}) \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Afin de se débarrasser du terme sinusoïdale qui persiste dans (3.56), l'on introduit un terme V tel que

$$V = U - \sin(\theta_{22} + \theta_{21}) \quad (3.60)$$

3.4 Contrôle par mode glissant (SMC)

La technologie des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement. Cependant il est cruciale voir indispensable que le système soit commandable en ce référant à [19].

3.4.1 Contrôle par mode glissant d'ordre un

La commande par mode glissant parmi les techniques de commande les plus connues, efficaces et robustes en automatique. Elle fait partie des commandes dites à structure variable. Elle s'applique à la fois aux systèmes linéaires et aux systèmes non linéaires. Elle est Robuste par rapport aux perturbations externes et aussi par rapport aux incertitudes/variations des paramètres [6].

On utilise la commande par mode glissant dans différentes applications comme la régulation, poursuite de trajectoires, poursuite de modèle, observateurs... etc [7]

3.4.2 Idée de base de la commande par mode glissant d'ordre un

L'idée de base de la commande consiste en deux étapes [5] :

- 1) Amener le système sur un hyperplan de commutation stable (surface de glissement).
- 2) Converger sur la surface de glissement vers le point d'équilibre désiré.

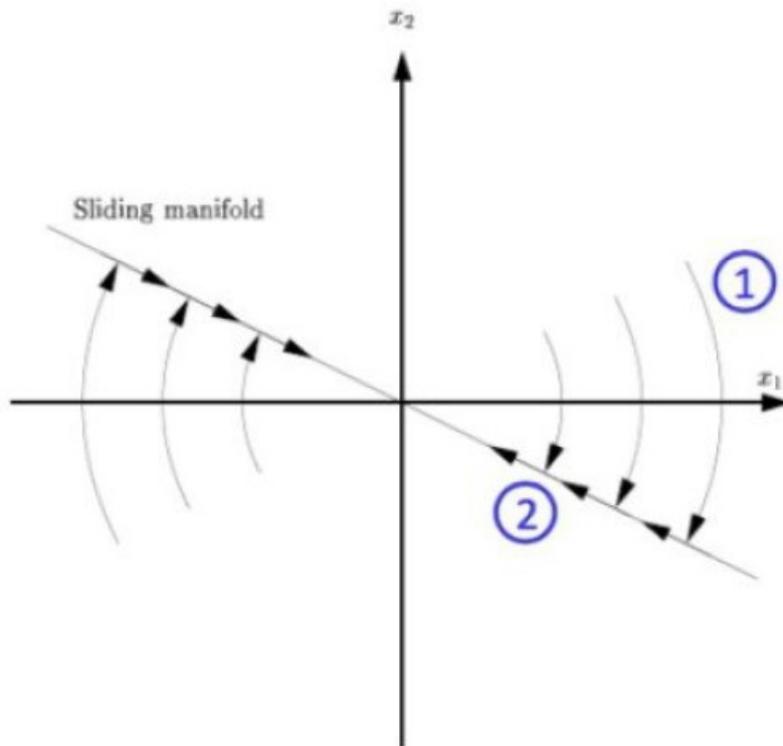


FIGURE 3.4 – Illustration de la convergence vers la surface de glissement [1].

3.4.3 Conception de la commande par mode glissant d'ordre un

Il y a plusieurs approches de conception, tout en tenant compte que nous travaillons sur un système linéaire . L'une des approches est dite régulière de sorte que son développement est essentiellement reproduit par suite. Elle s'est révélée donner une interprétation pratique de la dynamique du mode glissant à ordre réduit. La mise en œuvre de cette commande peut être effectuée en trois étapes [13] :

- 1) Le choix de la surface de glissement.
- 2) Conditions d'existence d'une surface de glissement.
- 3) Détermination de la loi de commande

1) Choix de la surface de glissement Pour un système d'ordre n est défini par l'équation :

$$\dot{X}_i = A_i X_i + B_i V_i + d_i \quad (3.61)$$

ou $i = [1, 2]$ qui désigne la première ou la seconde Articulation avec $d_1 = 0$

On définit la fonction de glissement de cette forme [15] :

$$s_i(t) = G_i X_i(t) \quad (3.62)$$

Où la matrice G_i est la matrice des paramètres de surface ;

Afin d'obtenir une surface de glissement optimal pour la dynamique du système ; la représentation d'état doit être transformé en représentation régulière selon [19] tel que :

$$\begin{cases} \dot{z}_{i1} = A_{i11} z_{i1} + A_{i12} z_{i2} \\ \dot{z}_{i2} = A_{i21} z_{i1} + A_{i22} z_{i2} + B_{i2} u_i \end{cases} \quad (3.63)$$

Ce système peut être transformé en forme régulière par un changement de coordonnées défini par une matrice orthogonale T_r . Cette matrice est la même pour les deux liaison [13] telle que :

$$Z_i(t) = T_r X_i(t) \quad (3.64)$$

qui nous amène à :

$$\begin{cases} T_r^{-1} Z_i = A_i T_r^{-1} z_i + B_i u_i \\ y = C_i T_r^{-1} z_i \end{cases} \quad (3.65)$$

ou T_r est calculé par la méthode de décomposition QR [10] ,la contrainte imposé par [10] lors de la conception de cette matrice est d'obtenir la forme régulière sus-mentionnée, c'est-à-dire :

a l'aide du code matlab, et ayant la matrice B. nous pouvons avoir la matrice de décomposition T_r ainsi que la matrice B_2

$$T_r B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

l'équation (3.66) ce traduit en langage matlab par :

$$[TrB2] = qr(B) \quad (3.67)$$

Ou $B_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ et est non-singulière. Cette matrice peut être trouvé si besoin, l'élimination Gaussien, ce qui réduit la Matrice B a une un seule ligne.

ou 0 est une matrice nulle de dimension appropriée, l'autre condition étant l'orthogonalité.

Ensuite, on définit [19] :

$$T_r A_i T_r^T = \begin{bmatrix} A_{i11} & A_{i12} \\ A_{i21} & A_{i22} \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

Et par [5] on a :

$$G_i T_r^T = [g_{i1} \quad g_{i2}] \quad (3.69)$$

Si les États sont divisés de telle sorte que [19] :

$$Z_i = \begin{bmatrix} z_{i1} \\ z_{i2} \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Le système peut être exprimé sous la forme régulière comme indiqué ci-dessous [5] :

$$\dot{z}_{i1}(t) = A_{i11}z_{i1}(t) + A_{i12}z_{i2}(t) \quad (3.71)$$

$$\dot{z}_{i2}(t) = A_{i21}z_{i1}(t) + A_{i22}z_{i2}(t) + B_{i2}U_i(t) \quad (3.72)$$

ainsi $z_{i1} \in \mathbb{R}^{n-m}, z_{i2} \in \mathbb{R}^m$ et :

$$s_i(t) = g_{i1}z_{i1}(t) + g_{i2}z_{i2}(t) \quad (3.73)$$

ou encore :

$$s = [g_{i1} \quad g_{i2}] Z_i \quad (3.74)$$

Maintenant, les matrices d'espace d'état transformé pour la variable d'état z ont été définies comme :

$$\hat{A}_i = T_r A_i T_r^T \quad (3.75)$$

$$\hat{B}_i = T_r B_i \quad (3.76)$$

$$\hat{C}_i = C_i T_r^T \quad (3.77)$$

Sur la surface de glissement :

$$s_i = 0 \quad (3.78)$$

$$g_{i1}z_{i1}(t) + g_{i2}z_{i2}(t) = 0 \quad (3.79)$$

$$z_{i2}(t) = -g_{i2}^{-1} g_{i1} z_{i1}(t) \quad (3.80)$$

$$z_{i2}(t) = -M_i z_{i1}(t) \quad (3.81)$$

Avec $M_i \in \mathbb{R}^{(m \times (n-m))}$ est défini comme [5] :

$$M_i = g_{i2}^{-1} g_{i1} \quad (3.82)$$

La méthode LQR est utilisée pour obtenir un gain M_i optimal selon [19]. a

Ou z_{i1} joue le rôle d'un signal de contrôle par retour d'état linéaire complet

. Le mode glissant est alors régi par les équations suivantes [19] :

$$\dot{z}_{i1}(t) = A_{i11} z_{i1}(t) + A_{i12} z_{i2}(t) \quad (3.83)$$

$$z_{i2}(t) = -M_i z_{i1}(t) \quad (3.84)$$

On remplace l'équation (3.83) dans (3.84) [19] :

$$\dot{z}_{i1}(t) = (A_{i11} - A_{i12} M_i) z_{i1}(t) \quad (3.85)$$

Proposition La paire (A_{i11}, A_{i12}) est contrôlable si et seulement si la paire (A, B) est contrôlable [5].

3.4.3.1 Détermination la surface de glissement optimale par LQR

Ce régulateur est appelé aussi "Gain de Kalman". La commande optimale est un retour d'état sous la forme [17] :

$$U_i(t) = -M_i z_{i1} \quad (3.86)$$

Le but de cette commande est de minimiser l'indice de performance. Cet indice est défini selon l'expression suivante [8] :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (z_{i1}^T Q z_{i1} + U_i^T R U_i) dt \quad (3.87)$$

R et Q Sont des matrices de pondérations. Ces matrices sont définies positives et symétriques.

$z_{i1}^T Q z_{i1}$: Énergie de sortie

$U_i^T R U_i$: Énergie de commande

Choix des matrices de pondérations Q et R Il n'existe pas une méthode exacte pour calculer les matrices de pondérations mais il y a une approche pour faciliter les choix des matrices de pondérations Q et R. Pour simplifier la détermination de ces matrices il est préféré de les choisir diagonales. Cette approche consiste à :

- 1) On choisit les matrices Q et R de type identité.
- 2) Pour accélérer où décélérer le système en multipliant la matrice Q par un scalaire (>1 pour accélération et <1 pour décélération) afin d'obtenir la dynamique adaptée.
- 3) Modifier la matrice R [11].

Recherche de gain de retour K Afin de minimiser la fonction de cout quadratique, on définit le Hamiltonien sous la forme :

$$H = \frac{1}{2} (z_{i1}^T Q z_{i1} + U_i^T R U_i) + \lambda_i^T (A_{i11} z_{i1}(t) + A_{i12} U_i(t)) \quad (3.88)$$

λ^T est choisi de tel façon que [10] :

$$\dot{\lambda}_i = -\frac{\partial H_i}{\partial z_{i1}} \quad (3.89)$$

Les conditions d'optimalité sont [1] :

1) La première condition nécessaire d'optimalité redonne les équations d'états du système :

$$\dot{z}_{i1} = \frac{\partial H_i}{\partial \lambda_i} = A_{i11} z_{i1}(t) + A_{i12} U_i(t) \quad (3.90)$$

2) La deuxième condition donne le système adjoint :

$$\dot{\lambda}_i = -\frac{\partial H_i}{\partial z_{i1}} = -Q z_{i1} - A_{i11}^T \lambda_i \quad (3.91)$$

3) La troisième condition appelée la condition de stationnarité, est donnée par :

$$0 = \frac{\partial H_i}{\partial U_i} = R U_i + A_{i12}^T \lambda_i \quad (3.92)$$

D'où l'expression de U_i [1] :

$$U_i(t) = -R^{-1} A_{i12}^T \lambda_i \quad (3.93)$$

A l'instant t, on peut écrire [1] :

$$\lambda_i(t) = P_i(t) z_{i1}(t) \quad (3.94)$$

Avec P_i une matrice semi définie positive [1].

En dérivant l'équation (3.94)

$$\dot{\lambda}_i = \dot{P}_i z_{i1} + P_i \dot{z}_{i1} \quad (3.95)$$

En remplaçant l'équation (3.90) et (3.91) dans (3.95) :

$$-Q z_{i1} - A_{i11}^T \lambda_i = \dot{P}_i z_{i1} + P_i (A_{i11} z_{i1} + A_{i12} U_i) \quad (3.96)$$

Par soustraction de z , on trouve l'équation de Lyapunov :

$$-\dot{P}_i = A_{i11}^T P_i + P_i A_{i11} - P_i A_{i12} R^{-1} A_{i12}^T P_i + Q \quad (3.97)$$

En régime permanent, l'équation de Lyapunov devient :

$$A_{i11}^T P_i + P_i A_{i11} - P_i A_{i12} R^{-1} A_{i12}^T P_i + Q = 0 \quad (3.98)$$

A partir de l'équation (3.97) on peut calculer la matrice P [1].

Par identification de l'équation (3.93) avec (3.86) :

$$-M_i z_{i1} = -R^{-1} A_{i12}^T \lambda \quad (3.99)$$

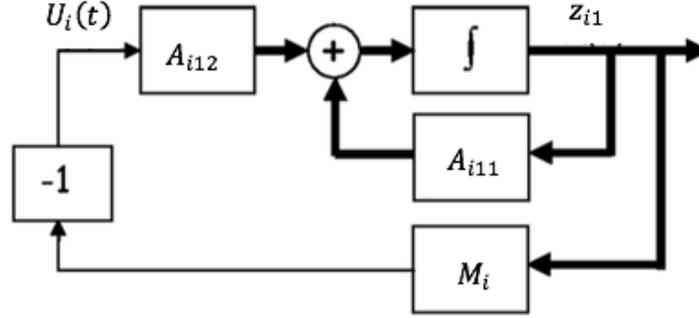


FIGURE 3.5 – Schéma représentatif de la boucle de régulation LQR

En remplaçant l'équation (3.94) dans (3.99) on trouve l'expression de gain de retour M_i :

$$M_i = R^{-1} A_{i12}^T P_i \quad (3.100)$$

2) Conditions d'existence d'une surface de glissement Tout d'abord, il faut que la surface de glissement choisie doit être attractive. Pour que la condition soit satisfaite, on cherche une fonction appelée Lyapunov V laquelle est définie positive et sa dérivée définie négative [3].

La fonction de Lyapunov donnée par la relation suivante [19] :

$$V_i = \frac{1}{2} s_i^2 \quad (3.101)$$

Sa dérivée s'écrit sous la forme :

$$\dot{V}_i = s_i \dot{s}_i \quad (3.102)$$

La condition suffisante pour garantir l'existence du régime glissant est d'assurer la négativité de la dérivée de fonction de Lyapunov V [3], autrement dit :

$$\dot{V}_i < 0 \quad (3.103)$$

d'après [5] P.59

$$\dot{s} s \leq -\delta_i |s| \quad (3.104)$$

avec $\delta_i > 0$ et petit, et en réarrangeant l'équation (3.104) :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\delta |s| \quad (3.105)$$

en intégrant de 0 à t_s , on trouve :

$$|s(t_s)| - |s(0)| \leq -\delta_i t_s \quad (3.106)$$

le temps correspondant à $s = 0$, représenté par t_s , satisfait :

$$t_s \leq \frac{|s(0)|}{\delta_i} \quad (3.107)$$

Ceci est connu dans la littérature comme la η - *reachability* . un loi de commande classique atteints ses objectifs ($s = 0$). Cependant dans cette η - *reachability*, chaque fois que surface de glissement est atteinte une autre meilleur prends place, et de ce fait il n'y a plus de franchissement de la surface de glissement .

$$\dot{V}_i < -\delta_i \sqrt{V_i} \quad (3.108)$$

Alors la condition est vérifier (3.103).

3) Détermination de la loi de commande Maintenant, on va déterminer une loi de commande par mode glissant de telle l'état de système converge vers la surface de glissement.

On a choisi la fonction de Lyapunov de cette façon [19] :

$$V_i = \frac{1}{2} s_i^2 \quad (3.109)$$

La dérivée de cette fonction est donnée par [19] :

$$\dot{V}_i < -\delta_i \sqrt{V_i} \quad (3.110)$$

avec $\dot{V}_i = s_i \dot{s}_i$ et $\delta_i > 0$

La fonction de Lyapunov est toujours limitée par δ_i pour assurer une convergence temporelle finis.

et Afin de satisfaire l'équation (3.108), on trouve l'équation suivante [19] :

$$\dot{V}_i = - \left(L_i + \frac{\delta_i}{\sqrt{2}} \right) |s_i| \quad (3.111)$$

Avec L_i un gain positif non nul ,exprimé tel un gain de perturbation cumulative. son rôle est d'assurer l'égalité de l'équation (3.111)

$$s_i \dot{s}_i = - \left(L_i + \frac{\delta_i}{\sqrt{2}} \right) |s_i| \quad (3.112)$$

On sait que

$$|s_i| = \text{sign}(s_i) s_i \quad (3.113)$$

Et on a aussi [20] :

$$\text{sign}(s_i) = \begin{cases} +1 & s_i > 0 \\ -1 & s_i < 0 \end{cases} \quad (3.114)$$

alors :

$$\dot{s}_i = - \left(L_i + \frac{\delta_i}{\sqrt{2}} \right) \text{sign}(s_i) \quad (3.115)$$

de l'équation (3.62) :

$$G_i \dot{X}_i = - \left(L_i + \frac{\delta_i}{\sqrt{2}} \right) \text{sign}(s_i) \quad (3.116)$$

$$G_i (A_i X_i + B_i U_i) = - \left(L_i + \frac{\delta_i}{\sqrt{2}} \right) \text{sign}(s_i) \quad (3.117)$$

$$G_i B_i U_i = - \left(G_i A_i X_i + \left(L_i + \frac{\delta_i}{\sqrt{2}} \right) \text{sign}(s_i) \right) \quad (3.118)$$

$$U_i = - (G_i B_i)^{-1} \left(G_i A_i X_i + \left(L_i + \frac{\delta_i}{\sqrt{2}} \right) \text{sign}(s_i) \right) \quad (3.119)$$

Donc, on trouve [18] :

$$U_i = - (G_i B_i)^{-1} (G_i A_i X_i + k_i \text{sign}(s_i)) \quad (3.120)$$

Avec

$$k_i = L_i + \frac{\delta_i}{\sqrt{2}} \quad (3.121)$$

Où la matrice G_i est la matrice des paramètres de surface de glissement [18].

$$G_i = \begin{bmatrix} g_{i1} & g_{i2} \end{bmatrix} T_r \quad (3.122)$$

Le terme $-(G_i B_i)^{-1} (G_i A_i X_i)$: contrôle équivalent

Le terme $-(G_i B_i)^{-1} (k_i \text{sign}(s_i))$: contrôle discontinu

3.4.3.2 L'inconvénient de la commande par mode glissant d'ordre 1

Un des principaux inconvénients résidant dans la commande par mode glissant appliqué oscille avec une fréquence de commutation qui tend vers l'infini (broutement "chattering en anglais ") qui peut être inacceptable si le signal de commande à une signification physique comme la force[12].

3.4.3.3 Le phénomène de broutement

Dans les applications pratiques du contrôle en mode glissant, les ingénieurs peuvent connaître un phénomène indésirable d'oscillations ayant une fréquence et une amplitude finies, ce qu'on appelle le « broutement ».

Deux causes principales qui peuvent mener au broutement [10] :

- La première raison du broutement est la dynamique rapide dans la boucle de contrôle qui ont été négligé dans le modèle de système, sont souvent excités par la commutation rapide des contrôleurs de mode glissant.

- La deuxième raison du broutement est l'utilisation de contrôleurs numériques avec un taux d'échantillonnage limité, ce qui cause ce qu'on appelle le broutement de discrétisation.

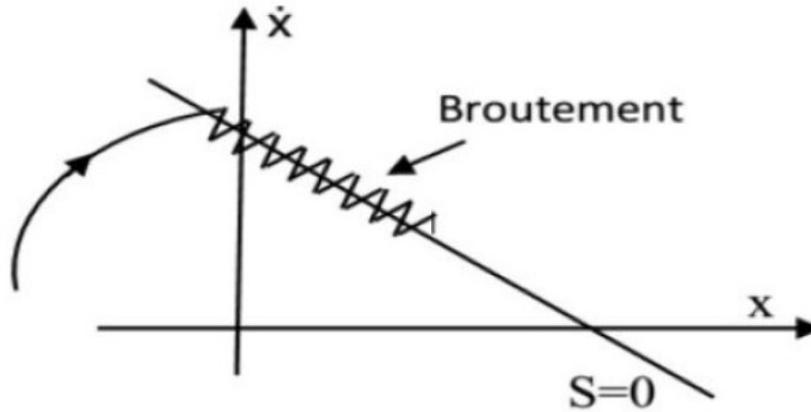


FIGURE 3.6 – Phénomène de broutement [1].

3.4.3.4 Solution pour réduire le phénomène de broutement

Il existe plusieurs méthodes pour réduire ou éliminer le phénomène de broutement (réticence), parmi ces méthodes utilisées la commande par mode glissant d'ordre deux.

3.4.4 Contrôle par mode glissant d'ordre deux(SOSMC)

Les modes glissants d'ordre supérieur ont été introduits pour pallier au problème du chattering tout en gardant les propriétés de convergence en temps fini et de robustesse des commandes par modes glissants classiques. Dans cette approche, le terme discontinu n'apparaît plus directement dans l'expression de la commande synthétisée mais dans une de ses dérivées supérieures ce qui a le mérite de réduire le Chattering.

Dans cette commande, on a utilisé l'algorithme de super torsion (super twisting algorithme)

L'algorithme de super-twisting L'algorithme du Super-Twisting, à l'instar des autres algorithmes de la même catégorie, nécessite uniquement l'information sur s et entraîne l'annulation de celle-ci et s' en un temps fini. Il permet aussi de construire un dérivateur appelé généralement différenciateur exact. il ressemble a un Proportionel-Integral

La loi de commande du Super-twisting est formée de deux parties. La première est définie par sa dérivée par rapport au temps, tandis que la deuxième est continue et en fonction de la variable de glissement.

En plus de la commutation du signe de la commande, on commute son amplitude entre deux valeurs en fonction du quadrant dans lequel se trouve l'état du système. La trajectoire du système dans le plan de phase tourne autour de l'origine en s'en rapprochant à la manière d'une spirale, comme indiqué dans la figure ci-dessous :

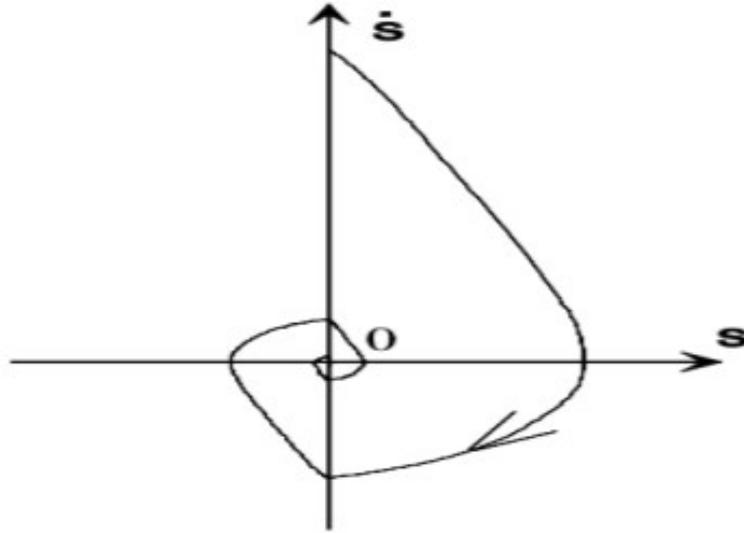


FIGURE 3.7 – Convergence de l'algorithme Twisting dans le plan (s, \dot{s})

Application sur la commande de bras flexible à deux degré de liberté

Considérons un système non linéaire décrit par :

$$\ddot{x} = f(x, t) + g(x, t)u \quad (3.123)$$

L'objectif est d'établir un régime glissant d'ordre deux par rapport à s , en imposant aux trajectoires d'état du système à évoluer au bout d'un temps fini sur l'ensemble S_2 et à ne plus le quitter ensuite :

$$S_2 = \{s = \dot{s} = 0\} \quad (3.124)$$

De manière générale, peut s'écrire \dot{s}_i sous la forme [15][15] :

$$\dot{s}_i = \varphi_i(x, t) + \phi_i(x, t)U_i \quad (3.125)$$

$$\frac{\partial \dot{s}_i}{\partial U_i} \neq 0 \quad (3.126)$$

Pour le réaliser il faut que selon [19] :

1. les fonctions $\varphi(x, t)$ et $\phi(x, t)$ sont appelées des fonctions incertaines. sontt bornés
2. il existe quatre constante positives S_o, C_o, K_m, K_M telles que :

$$|s_i(x, t)| < S_{i0} \quad (3.127)$$

$$|\varphi_i(x, t)| < C_{i0} \quad (3.128)$$

$$0 < K_m \leq \phi_i(x, t) \leq K_M \quad (3.129)$$

Afin de réaliser des algorithmes par modes glissants d'ordre deux, il est nécessaire de vérifier l'hypothèse de travail suivante pour valider l'atteignabilité de la surface de glissement et la bornitude de la variable \dot{s} [16]

selon [19]

Le Super-twisting n'utilise pas d'informations sur \dot{s} ceci peut être vu comme un avantage. Il est composé de deux parties, une partie discontinue u_2 et une partie continue u_1 :

$$U = u_1 + u_2 \quad (3.130)$$

$$u_1 = \begin{cases} -u & si |u| > U \\ -k_{i1} sign(s) & sinon \end{cases} \quad (3.131)$$

$$u_2 = \begin{cases} -k_{i2} |s_0|^p sign(s) & si |u| > s_0 \\ -k_{i2} |s|^p sign(s) & sinon \end{cases} \quad (3.132)$$

Si $k_{i2}k_{i1}$ et p vérifient ces inégalités :

$$k_{i1} > \frac{C_0}{K_M} \quad (3.133)$$

$$k_{i2}^2 \geq \frac{4C_0K_M(k_{i1} + C_0)}{K_m^2K_m(k_{i1} - C_0)} \quad (3.134)$$

Le problème est de trouver une fonction discontinue U qui causera l'apparition d'un mode glissant qui attire notre système en un temps fini. Pour cela notre nouveau contrôleur doit généraliser la précédente loi de commande $u = -K_i sign(s)$. pour cela nous aurons besoins de constantes K_m , K_M et C toutes positives, sus-mentionnées [16] :

avec $i = 1, 2$;

Ceci peut être réaliser par une commande qui agit sur la dérivée seconde de la variable de glissement, qui peut généralement être écrite sous la forme suivantes [16] :

Enfin, on trouve la commande par mode glissant d'ordre deux en appliquant l'algorithme de Super Twisting :

$$\dot{s}_i = -k_{i1} |s_i|^{\frac{1}{2}} sign(s_i) + v_i \quad (3.135)$$

$$U_i = -(G_i B_i)^{-1} \left(G_i A_i X_i - k_{i1} |s|^{\frac{1}{2}} sign(s_i) + v_i \right) \quad (3.136)$$

$$\dot{v}_i = -k_{i2} sign(s_i) \quad (3.137)$$

$$v_i = - \int_0^{\infty} k_{i2} sign(s_i) dt \quad (3.138)$$

Afin d'atténuer le phénomène de broutement on ajoute un terme discontinue, dans notre cas on a choisit un intégrateur, illustré par une intégrale dans l'Équation ci-dessous; le fait d'avoir un intégrateur dans la loi de commande ce qui va éliminer l'effet de broutement sur notre système. en gardant le même

terme de contrôle équivalent ; et alors l'équation de la surface de glissement est augmenté à :

$$\dot{s}_i = -k_{i1} \text{sign}(s) - k_{i2} \int \text{sign}(s) \quad (3.139)$$

$$U_i = (G_i B_i)^{-1} \left(-G_i A_i X_i - k_{i1} |s_i|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_i) - \int_0^{\infty} k_{i2} \text{sign}(s_i) dt \right) \quad (3.140)$$

3.5 Conclusion

Ce chapitre présente le modèle dynamique qui décrit le mouvement du système à un robot flexible à deux degrés de liberté. Une méthode de modélisation a été étudiée moyennant les équations de Lagrange. Cette méthode a été développée dans cette partie c'est la méthode qui tend à simplifier l'effet de la flexibilité du bras flexible en traitant la base en rotation comme étant un corps rigide et en considérant le bras comme étant un ressort.

Dans ce chapitre, nous avons brièvement rappelé les aspects théoriques des commandes par modes glissants. Les éléments théoriques nécessaires à la compréhension du mode glissement sont introduits. Tout d'abord, nous avons présenté une méthode de synthèse de commande par mode glissant d'ordre simple. Le principal inconvénient de cette méthode est le phénomène de broutement. Afin d'éliminer ou de réduire ce phénomène, la solution adaptée est basée sur la commande par mode glissant d'ordre deux en utilisant l'algorithme de super twisting. Cette commande semble être un outil efficace pour contrôler des systèmes soumis à des incertitudes tout en obtenant une meilleure précision de convergence par rapport au mode glissant d'ordre un.

Chapitre 4

Résultats expérimentaux sur les modèles simulés

4.1 Mise en marche du modèle

On applique ces paramètres pour notre système :

Nombre	Symbole	Valeur	unité
1	J_{11}	0.0109	$kg.m^2$
2	K_{s1}	50	$N.m/rad$
3	B_{11}	4	$N.m.s/rad$
4	K_{t1}	0.119	$N.m/A$
5	J_{12}	0.17043	$kg.m^2$
6	B_{12}	0	$N.m.s/rad$
7	J_{21}	0.0090	$kg.m^2$
8	K_{s2}	70	$N.m/rad$
9	B_{21}	1.5	$N.m.s/rad$
10	K_{t2}	0.085608	$N.m/A$
11	J_{22}	0.0064	$kg.m^2$
12	B_{22}	22.4×10^{-4}	$N.m.s/rad$
13	I_1	0.944	A
14	I_2	1.21	A
15	l_1	0.202	m
16	m_1	1.578	kg
17	l_2	0.2018	m
18	m_2	0.157	kg
19	g	9.8	m/s^2

TABLE 4.1 – Paramètres du système [14]

Ce chapitre présente l'exploitation des résultats de simulation effectués sur un robot flexible de deux degrés de liberté.

Mode de contrôle	Gain	Valeur
SMC	K_1	30.43
SMC	K_2	30.74
SOSMC	K_{11}	14.5
SOSMC	K_{12}	3.32
SOSMC	K_{21}	55.5
SOSMC	K_{22}	60.42

TABLE 4.2 – Gains des contrôleurs

En substituant les valeurs constantes mentionnées dans [18], on obtient les matrices d'espace d'état suivantes :

Pour la liaison N°1

$$\dot{X}_1(t) = A_1 X_1(t) + B_1 U_1(t + \Delta_1) \quad (4.1)$$

Avec Δ_1 un retard afin de tester la robustesse et l'efficacité du contrôle par mode glissant

Les matrices $A_1 B_1$ ont toutes été tirées des équations (3.32) et (3.33) respectivement

La Matrice C_1 est une matrice 4×4 pour avoir de la concordance au niveau du système.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 628.88 & -62.95 & 0 \\ 0 & 628.88 & -62.95 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 140.47 \\ -147.47 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Pour la liaison N°2

$$\dot{X}_2(t) = A_2 X_2(t) + B_2 U_2(t + \Delta_2) \quad (4.5)$$

Avec Δ_2 un retard afin de tester la robustesse et l'efficacité du contrôle par mode glissant

Les matrices $A_2 B_2$ ont toutes été tirées des équations (3.56) et (3.57) respectivement

La Matrice C_2 est une matrice 4×4 pour avoir de la concordance au niveau du système.

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2271.1 & -496.76 & 28.25 \\ 0 & -3336.19 & 496.76 & -41.64 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 288.12 \\ -288.12 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$d_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sin(x_2 + x_1) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Les résultats de simulation sont illustrés pour les conditions initiales :

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Dans ce qui suit, on va voir l'effet des lois de commande du mode glissant (d'ordre un et d'ordre deux) sur les positions et les vitesses des deux articulations du bras flexible (2DDL) étudié dans ce mémoire.

Toutes les simulations ont été faites à l'aide du logiciel de programmation MATLAB qui reste un outil de calcul très puissant.

4.2 Contrôle par SMC

Dans notre cas, cette loi de commande nécessite deux paramètres de réglage k_{1i} pour $i=1,2$.

Après des différentes simulations nous avons procédé à un choix des paramètres du contrôleur mode glissant classique qui a donné des meilleures performances, les valeurs de ces paramètres sont et selon (3.120) :

Calcul de k_1 On pose $L_1 = 25.0$ et $\delta_1 = 8.28$ tout en ayant :

$$k_1 = L_1 + \frac{\delta_1}{\sqrt{2}} = 30.5 \quad (4.12)$$

mais le fait de poser $\delta_1 = 28.28$, il faut que l'équation (3.102) soit vérifié; en trotte :

$$t_{s1} \leq \frac{|s_1(0)|}{\delta_1} = \frac{6.8}{8.28} = 0.64 \quad (4.13)$$

ce que la figure (4.6)le démontre .

Calcul de k_2 On pose $L_1 = 28$ et $\delta_1 = 2.25$ donc :

$$k_2 = L_2 + \frac{\delta_2}{\sqrt{2}} = 29.78 \quad (4.14)$$

mais le fait de poser $\delta_1 = 27.25$, il faut que l'équation (2.105) soit vérifié; en trotte :

$$t_{s2} \leq \frac{|s_2(0)|}{\delta_2} \frac{16.5}{2.25} = 7.19 \quad (4.15)$$

ce que la figure (4.12)le démontre .

Tout d'abord, on a calculé la matrice orthogonale T_r , elle est la même pour les deux liaison c'est à dire :

$$T_{r1} = T_{r2} = T_r \quad (4.16)$$

Cette matrice a été calculé par la méthode de décomposition QR de la matrice de distribution d'entrée B_i en utilisant la fonction « qr ».

La fonction « qr » permet de décomposer la matrice B_i et nous donne T_r et B_{i2} .

$$T_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.7071 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.7071 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & -0.7071 & 0.7071 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Maintenant, on peut calculer les matrices d'espace d'état transformé pour la variable d'état Z qui sont été définies par :

$$\hat{A}_i = T_r A_i T_r^T \quad (4.18)$$

$$\hat{B}_i = T_r B_i \quad (4.19)$$

$$\hat{C}_i = C_i T_r^T \quad (4.20)$$

D'après le chapitre précédent, on a :

$$z_{i2}(t) = -M_i z_{i1}(t) \quad (4.21)$$

avec $M_i \in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}$ est défini comme :

$$M_i = g_{i2}^{-1} g_{i1} \quad (4.22)$$

Ou z_{i1} a le rôle de contrôleur par retour d'état linéaire.

Alors on peut calculer la matrice M_i par la méthode LQR. On a choisi les matrices Q et R par la méthode LQR comme suit pour les deux liaisons :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$R = [1] \quad (4.24)$$

Et on trouve :

$$M_1 = [14.5047 \quad -0.3342 \quad 1.0800] \quad (4.25)$$

$$M_2 = [19.5226 \quad 0.3960 \quad -1.0182] \quad (4.26)$$

4.3 Contrôle par la commande mode glissant d'ordre deux

Les gains de la commande par mode glissant d'ordre deux k_{i1} : D'après l'algorithme de super torsion [21] :

Il existe quatre constantes positives s_{i0}, C_{i0}, K_{im} et K_{iM} . Il existe quatre constantes positives $|s_i| < s_0$, les inégalités suivantes soient vérifiées [16] :

$$\begin{cases} \varphi_i < C_{i0} \\ 0 \leq K_{im} \leq \phi_i \leq K_{iM} \end{cases} \quad (4.27)$$

L'expression de la surface de glissement d'après le théorème de super torsion est donnée par [19] :

Nous poserons $p = \frac{1}{2}$

Tel que

$$\dot{v}_i = -k_{i1} \text{sign}(s_i) \quad (4.28)$$

$$v_i = - \int_0^{\infty} k_{i2} \text{sign}(s_i) dt \quad (4.29)$$

Où [16] :

$$k_{i2} > \frac{C_{i0}}{K_{im}} \quad (4.30)$$

$$k_{i1}^2 \geq \frac{4C_{i0}}{K_{im}^2} \frac{K_{iM}(k_{i2} + C_{i0})}{K_{im}(|k_{i2} - C_{i0}|)} \quad (4.31)$$

Maintenant, on remplace l'expression de la surface de glissement de l'algorithme de super torsion par l'expression de surface de glissement de la commande par mode glissant classique on trouve :

$$u_i = -(G_i B_i)^{-1} \left(G_i A_i X_i - k_{i1} |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_i) + v_i \right) \quad (4.32)$$

$$u_i = (G_i B_i)^{-1} \left(-G_i A_i X_i - k_{i1} |s_i|^{\frac{2}{2}} \text{sign}(s_i) - \int_0^{\infty} k_{i2} \text{sign}(s_i) dt \right) \quad (4.33)$$

4.3.1 Application de l'algorithme de Super twisting sur notre système

Articulation 1 : Nous avons :

$$s_1 = x_1 + 14.5047x_2 - 0.3342x_3 + 1.08x_4 \quad (4.34)$$

donc :

$$\dot{s}_1 = \dot{x}_1 + 14.5047\dot{x}_2 - 0.3342\dot{x}_3 + 1.08\dot{x}_4 \quad (4.35)$$

de ce fait et des équations (3.141) (3.142) (3.143) nous pouvons développer :

$$\dot{s}_1 = x_3 + 14.5047x_4 - 0.3342(628.88x_2 - 62.95x_3 + 140.47U) + 1.08(6288.88x_2 - 62.95x_3 - 140.47U) \quad (4.36)$$

donc :

$$\dot{s}_1 = 469.02x_2 + 90.01x_3 + 14.50x_4 - 198.64U \quad (4.37)$$

Nous avons :

Nous imposons à notre système des contraintes tel que :

$$|x_1| < \pi (rd) \quad (4.38)$$

$$|x_2| < \pi (rd) \quad (4.39)$$

$$|x_3| < 6 (rd/s) \quad (4.40)$$

$$|x_4| < 6 (rd/s) \quad (4.41)$$

donc en remplaçant avec ces valeurs :

$$|s_1(x, t)| < S_{01} = 2100.52 - 198.64U_1 \quad (4.42)$$

Selon [16] ces fonctions sont bornées de façons :

$$\varphi_1(x, t) = 469.02x_2 + 90.01x_3 + 14.50x_4 \quad (4.43)$$

$$\phi_1(x, t) = -198.64U \quad (4.44)$$

$$|\varphi_1(x, t)| < C_{10} \quad (4.45)$$

donc On pose :

$$C_{10} = 2200 \quad (4.46)$$

$$0 < K_{1m} \leq 198.64 \leq K_{1M} \quad (4.47)$$

On posera :

$$K_{1m} = 190; K_{1M} = 650 \quad (4.48)$$

Selon l'Équation (3.128)et (3.129)respectivement

$$k_{12} \geq 11.57 \quad (4.49)$$

$$k_{11} \geq 0.84 \quad (4.50)$$

Articulation 2 De même pour s_2 on trouve :

$$s_2 = -1.00x_1 + 19.5226x_2 - 1.0182x_3 + 0.3960x_4 \quad (4.51)$$

donc :

$$\dot{s}_2 = -1.00\dot{x}_1 + 19.5226\dot{x}_2 - 1.0182\dot{x}_3 + 0.3960\dot{x}_4 \quad (4.52)$$

$$\dot{s}_2 = -1.00x_3 + 19.5226x_4 - 1.0182(2271.1x_2 - 496.76x_3 + 28.51x_4 + 288.12U) \dots \quad (4.53)$$

$$\dots + 0.3960(-3336.19x_2 + 496.76x_3 - 41.64x_4 - 288.12U)$$

Nous avons :

$$\dot{s}_2 = 701.51x_3 - 25.98x_4 - 3633.48x_2 - 407.69U_1 \quad (4.54)$$

Nous imposons à notre système des contraintes tel que :

$$|x_1| < \pi (rd) \quad (4.55)$$

$$|x_2| < \pi (rd) \quad (4.56)$$

$$|x_3| < 6 (rd/s) \quad (4.57)$$

$$|x_4| < 6 (rd/s) \quad (4.58)$$

donc en remplaçant avec ces valeurs :

$$|s_2(x, t)| < S_{02} = -7377.21 - 407.69U_2 \quad (4.59)$$

Selon [16] ces fonctions sont bornées de façons :

$$\varphi_2(x, t) = 701.51x_3 - 25.98x_4 - 3633.48x_2 \quad (4.60)$$

$$\phi_2(x, t) = -407.69U_1 \quad (4.61)$$

Selon [16]

$$|\varphi_2(x, t)| < C_{20} \quad (4.62)$$

donc On pose :

$$C_{20} = 9000 \quad (4.63)$$

selon dit mentionné précédemment

$$0 < K_{2m} \leq 407.69 \leq K_{2M} \quad (4.64)$$

On posera :

$$K_{2m} = 200; K_{2M} = 1000$$

Selon l'Équation (4.128)et (4.129)respectivement

$$k_{21} \geq 4.9 \quad (4.65)$$

$$k_{22} \geq 45 \quad (4.66)$$

Les paramètres $k_{11} = 14.5$, $k_{12} = 15.32$, $k_{21} = 55.5$ et $k_{22} = 60.42$ dans (3.170) sont déterminés de telle manière à satisfaire les conditions de convergence en temps fini sur l'ensemble de glissement $\{s_1 = \dot{s}_1 = s_2 = \dot{s}_2 = 0\}$. L'application de la commande permet la convergence en un temps fini de sorties vers ses valeurs désirées en évitant le phénomène de réticence.

4.4 Contrôle de la 1^{ère} Articulation

Les résultats de simulation sont montrés sur les figures :

CHAPITRE 4. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX SUR LES MODÈLES SIMULÉS 49

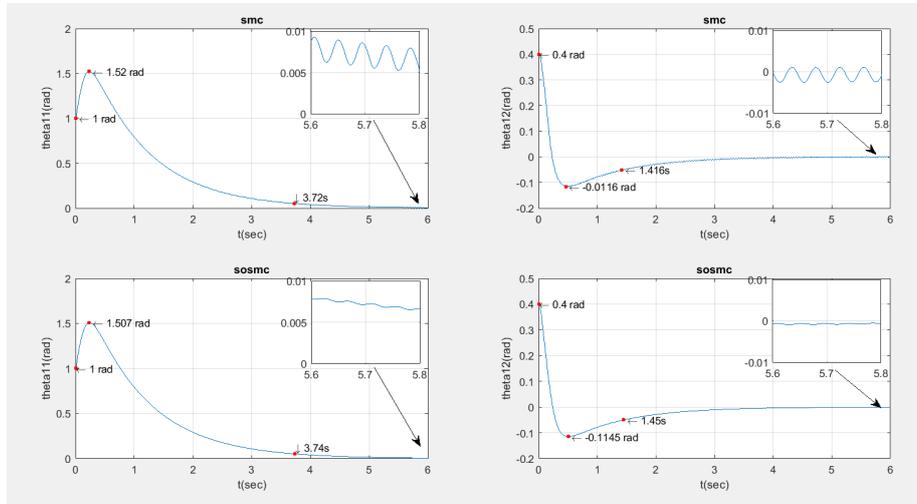


FIGURE 4.1 – Les positions angulaires θ_{11}, θ_{12} de la 1^{ère} articulation avec SMC et SOSMC.

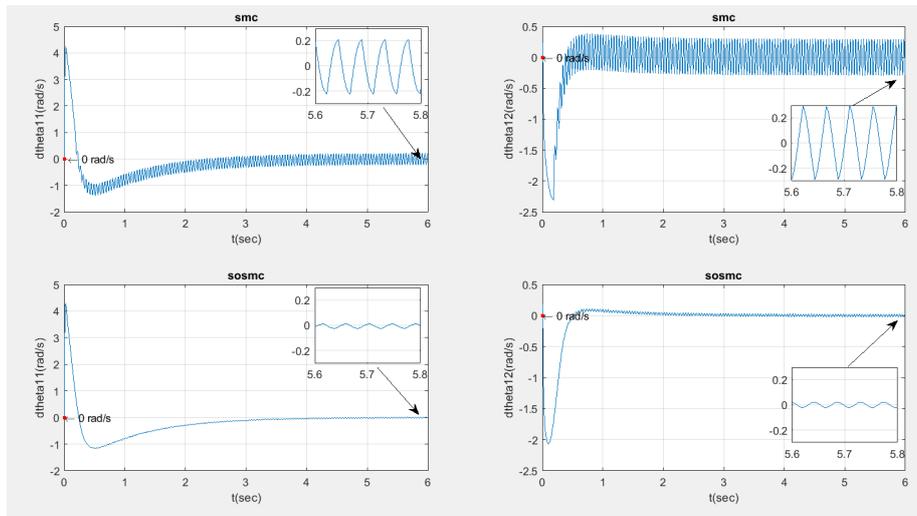


FIGURE 4.2 – Les vitesses angulaires $\dot{\theta}_{11}, \dot{\theta}_{12}$ de la 1^{ère} articulation avec SMC et SOSMC.

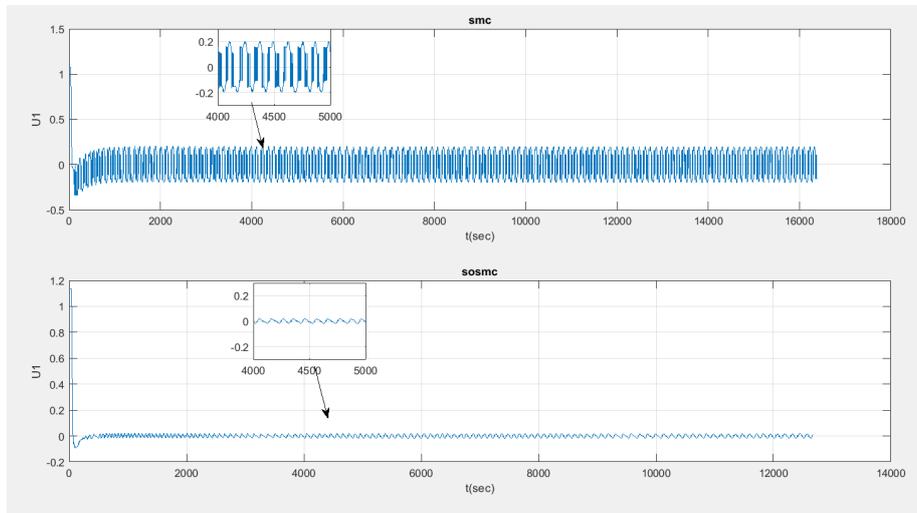


FIGURE 4.3 – La commande U_1 appliquée au 1^{ère} articulation avec SMC et SOSMC respectivement.

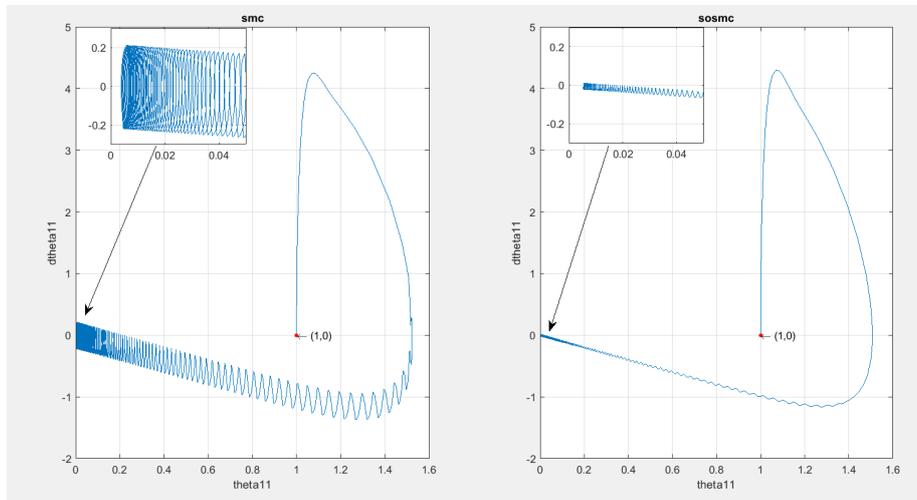


FIGURE 4.4 – Plan de phase $\theta_{11}(t), \dot{\theta}_{11}(t)$ avec SMC et SOSMC, respectivement

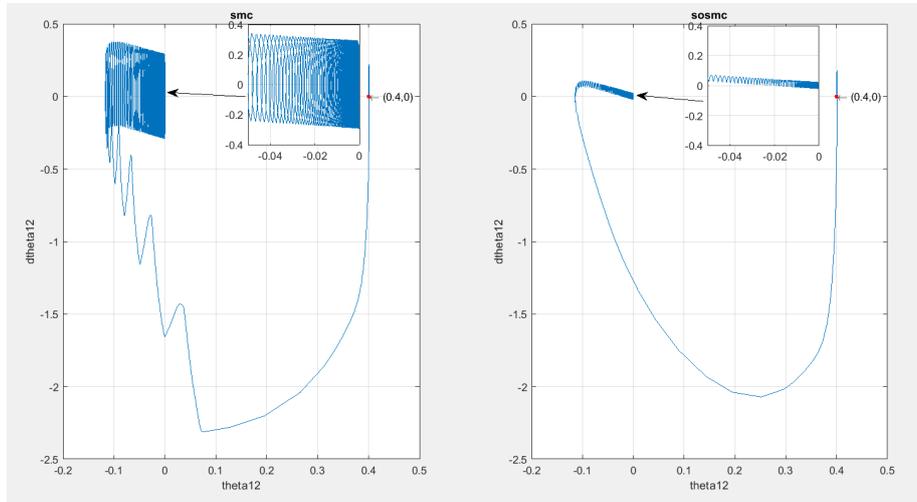


FIGURE 4.5 – Plan de phase $\theta_{12}(t), \dot{\theta}_{12}(t)$ avec SMC et SOSMC, respectivement.

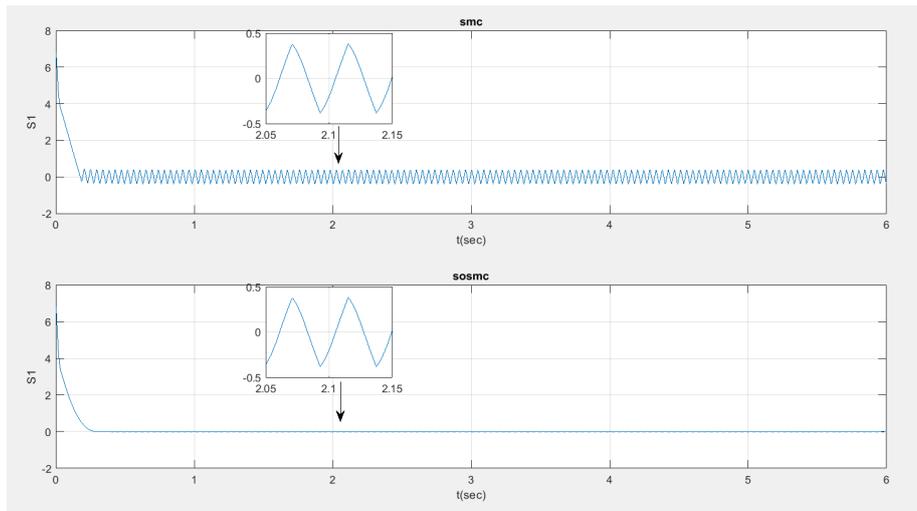


FIGURE 4.6 – Surface de Glissement S_1 de la 1^{ème} articulation, avec SMC et SOSMC, respectivement.

Interprétation On remarque dans la figure (4.1) θ_{11} et θ_{12} on moins de chattering, les oscillations étant déjà faibles et minimes dans le SMC, et étant donné le système suffisamment rapide, le SOSMC n'a pas eu grand effet sur ces dernières. En ce qui concerne $\dot{\theta}_{11}$ et $\dot{\theta}_{12}$, le système avec le SOSMC n'a quasiment plus de chattering, ce qui prouve l'efficacité de ce mode de contrôle.

La figure (4.3) illustre la commande U_1 appliqué à la première articulation, elle montre la différence entre le SMC et SOSMC, ou on voit clairement la l'atténuation du chattering.

Les figures (4.4) et (4.5) illustrent les portraits de phases des deux angles θ_{11} et θ_{12} . On distingue la clairement l'atténuation du chattering en comparant le SMC avec le SOSMC.

La figure (4.6) représente la surface de glissement S_1 de la 1^{ère} articulation, on remarque comme dans les autres figures l'atténuation du chattering dans le SOSMC

Pour éviter cela nous avons tester expérimentalement les limites du système, en augmentant à chaque fois notre retard. Le tableau (4.1) illustre nos propos.

4.5 Contrôle de la 2^{ème} Articulation

Afin de minimiser voir atténuer les ondulation du au termes sinusoïdales , nous avons introduit un retour linéarisant dans les commandes de La SOSMC ainsi que le SMC représenté dans la figure(4.12) :

$$V = U - 48.51\sin(\theta_{21} + \theta_{22}) \quad (4.67)$$

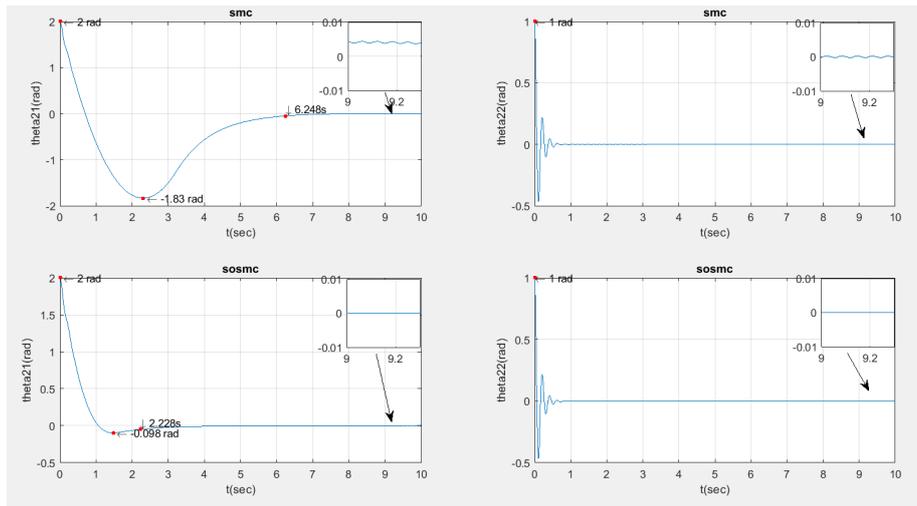


FIGURE 4.7 – Les variables d'état θ_{21} et θ_{22} de la 2^{ème} articulation avec SMC

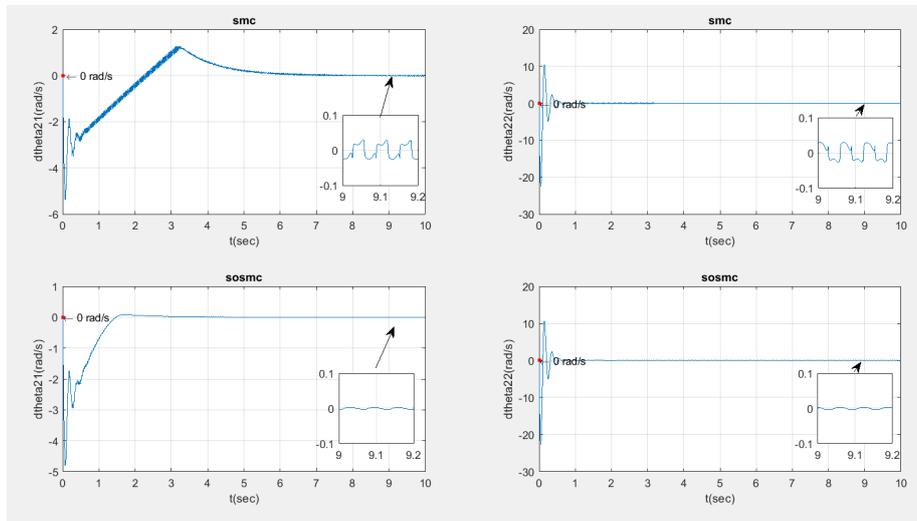


FIGURE 4.8 – Les paramètres d'état $\dot{\theta}_{21}$ et $\dot{\theta}_{22}$ de la 2^{ème} Articulation avec SOSMC.

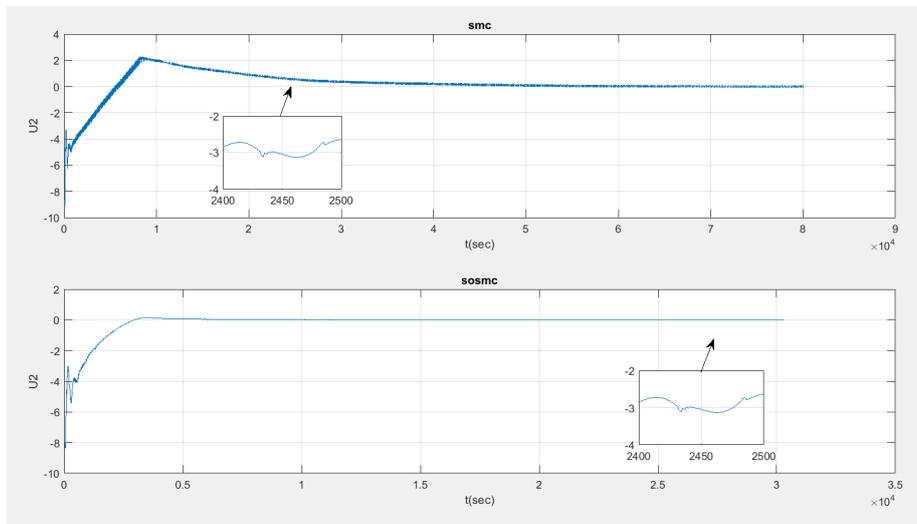


FIGURE 4.9 – La commande U_2 appliquée à la 2^{ème} Articulation avec SMC et SOSMC respectivement .

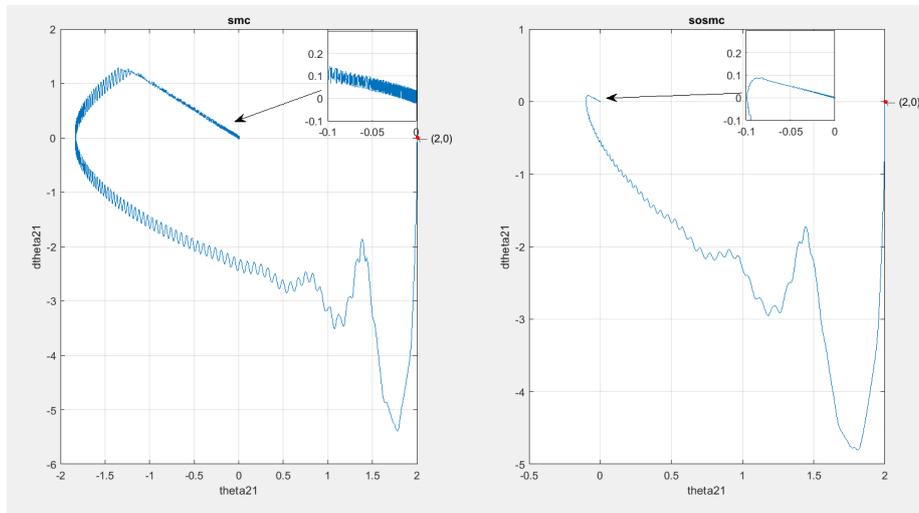


FIGURE 4.10 – Plan de phase $\theta_{21}(t), \dot{\theta}_{21}(t)$ avec SMC et SOSMC, respectivement.

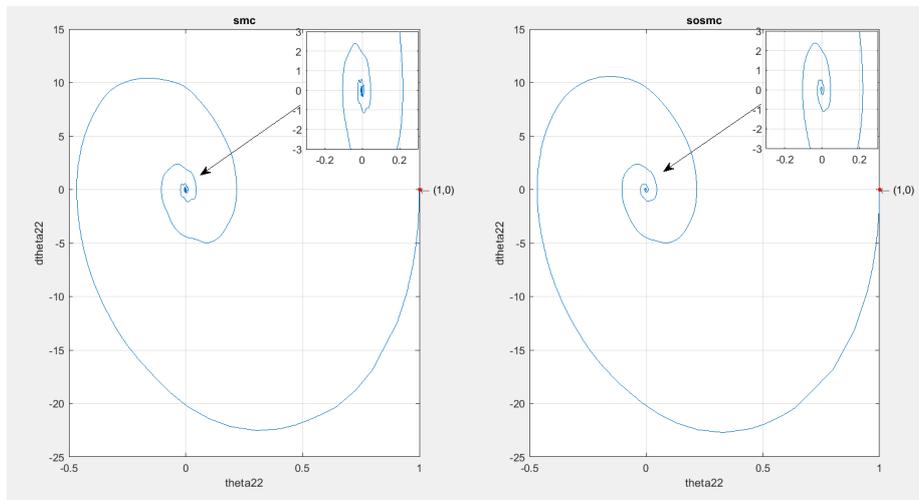


FIGURE 4.11 – Plan de phase $\theta_{22}(t), \dot{\theta}_{22}(t)$ avec SMC et SOSMC respectivement.

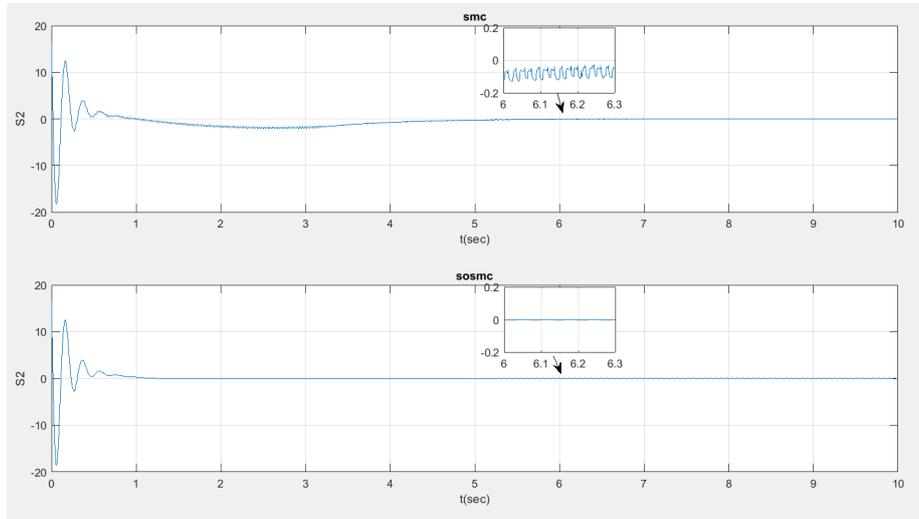


FIGURE 4.12 – Surface de Glissement S_2 de la 2^{ème} articulation, avec SOSMC et SMC, respectivement

Interprétations On remarque d’après le Figure (4.7) que les états de système convergent bien rapidement vers les points d’équilibre. On voit bien que les vitesses accélèrent pour ramener le bras à sa position d’équilibre puis stabilisent à 0, avec moins de fluctuation en faisant la comparaison avec le système d’ordre 1 mentionner précédement.

Nous pouvons dire que le SOSMC est un meilleur contrôleur, au vu de la rapidité et le l’atténuation du chattering.

On remarque aussi, que la vitesse angulaire à tendance à avoir de plus grande valeurs, afin que le système soit selon nos attentes.

Les représentations des plans de phase :

$$\dot{\theta}_{11} = f(\theta_{11}) \quad (4.68)$$

$$\dot{\theta}_{12} = f(\theta_{12}) \quad (4.69)$$

$$\dot{\theta}_{21} = f(\theta_{21}) \quad (4.70)$$

$$\dot{\theta}_{22} = f(\theta_{22}) \quad (4.71)$$

sont à l’origine dans le régime permanent comme nous montrent les figures (4.11), (4.10).

Retards Afin de tester la robustesse de notre système nous avons introduit différents retards et essayer de pousser le système dans ses limites ; de ce fait nous avons pu voir quelles sont approximativement les valeurs des retards acceptables. Nous remarquons que le SOSMC peut aller plus loin en terme de retard que le SMC.

Nous noterons aussi le fait que le La 1^{ère} articulation accepte de plus grand retard que la 2^{ème} articulation ; parce que la 2^{ème} articulation contient un terme sinusödales du au fait de sa translation sur l’axe Z.

Articulation \ Contrevaleurs	SMC	SOSMC
Articulation 1	[0.05]	[0.2]
Articulation 2	[0.02]	[0.03]

TABLE 4.3 – Limites des retards pour le système.

- Nous Avons aussi fait varier les retards, afin d’avoir une idée d’ensemble de comment le système se comporte, et par cela voir les dépassement, les gains adéquats ainsi que le temps d’établissement. comme indiqué ci-dessous :

a noter que les dépassement et les temps d’établissements sont décrit comme suit :

Retards	K_1	K_{11}	K_{12}	Dépassement SMC et SOSMC respectivement (rad)
[0.001; 0.001]	30.43	14.5	3.32	$[\theta_{11} = 0.68; \theta_{12} = 0.12]$ et $[\theta_{11} = 0.5; \theta_{12} = 0.05]$
[0.004; 0.004]	30.43	14.5	3.32	$[\theta_{11} = 0.75; \theta_{12} = 0.23]$ et $[\theta_{11} = 0.68; \theta_{12} = 0.1]$
[0.01; 0.01]	34.43	15.5	5.32	$[\theta_{11} = 0.56; \theta_{12} = 0.08]$ et $[\theta_{11} = 0.25; \theta_{12} = 0.08]$
[0.04; 0.04]	34.43	15.5	5.32	$[\theta_{11} = 0.82; \theta_{12} = 0.3]$ et $[\theta_{11} = 0; \theta_{12} = 0.1]$
Retards	K_1	K_{11}	K_{12}	Temps d’établissement SMC et SOSMC respectivement (sec)
[0.001; 0.001]	30.43	14.5	3.32	$[\theta_{11} = 3.4; \theta_{12} = 3.18]$ et $[\theta_{11} = 3.2; \theta_{12} = 1.41]$
[0.004; 0.004]	30.43	14.5	3.32	$[\theta_{11} = 4.3; \theta_{12} = 3.43]$ et $[\theta_{11} = 4; \theta_{12} = 1.5]$
[0.01; 0.01]	34.43	15.5	5.32	$[\theta_{11} = 3.5; \theta_{12} = 3]$ et $[\theta_{11} = 3; \theta_{12} = 1.31]$
[0.04; 0.04]	34.43	15.5	5.32	$[\theta_{11} = 4.1; \theta_{12} = 3.8]$ et $[\theta_{11} = 3.5; \theta_{12} = 2.1]$

TABLE 4.4 – Expérimentation sur le retard et son impact sur le système pour 1^{ère} Articulation

Interprétations

- Nous remarquons clairement, la robustesse de cet Articulation, de ce fait en augmentant le retard avec augmentation des gains, le système est assez similaire à la précédente mesure (Ligne 1 avec Ligne 2); cependant en augmentant le retard (tout en se rapprochant de sa limite [0.5; 0.5]) sans augmenter le gain, le système a de moins bonnes performances que le précédant (Ligne 1 et 2 ou Ligne 3 avec 4) sans pour autant s’éloigner vraiment de cette dernière..

Retards	K_2	K_{21}	K_{22}	Dépassement SMC et SOSMC respectivement (rad)
[0.001, 0.001]	30.74	55.5	60.42	$[\theta_{21} = 0; \theta_{22} = 0.3]$ et $[\theta_{21} = 0; \theta_{22} = 0.1]$
[0.004, 0.004]	30.74	55.5	60.42	$[\theta_{21} = 2.1; \theta_{22} = 0.6]$ et $[\theta_{21} = 0.8; \theta_{22} = 0.42]$
[0.005, 0.005]	32.74	57.5	62.42	$[\theta_{21} = 3.01; \theta_{22} = 0.75]$ et $[\theta_{21} = 0.9; \theta_{22} = 0.6]$
[0.009, 0.009]	32.74	57.5	63.42	$[\theta_{21} = 2.34; \theta_{22} = 0.62]$ et $[\theta_{21} = 0.4; \theta_{22} = 0.55]$
Retards	K_2	K_{21}	K_{22}	Temps d'établissement (sec) SMC et SOSMC respectivement
[0.001; 0.001]	30.74	55.5	60.42	$[\theta_{21} = 3.34; \theta_{22} = 0.8]$ et $[\theta_{21} = 2.19; \theta_{22} = 0.5]$
[0.004; 0.004]	30.74	55.5	60.42	$[\theta_{21} = 6; \theta_{22} = 1.2]$ et $[\theta_{21} = 4.42; \theta_{22} = 0.8]$
[0.005; 0.005]	32.74	57.5	62.42	$[\theta_{21} = 6; \theta_{22} = 1.8]$ et $[\theta_{21} = 5; \theta_{22} = 1.1]$
[0.009; 0.009]	32.74	57.5	63.42	$[\theta_{21} = 5.5; \theta_{22} = 1.9]$ et $[\theta_{21} = 4.5; \theta_{22} = 1.3]$

 TABLE 4.5 – Expérimentation sur le retard et son impact sur le système pour la 2^{ème} articulation

Interprétations

- On remarque tout d'abord que cet articulation est robuste que le précédente vu l'amplitude du retard tester dans cette dernière.
- On remarque dans le Tableau(4.4) que le fait d'augmenter le retard sans augmenter les gains, affecte grandement les performances de cette articulation (Ligne 1 et 2) ; cependant si le retard augmente les gains doivent impérativement être ajustés afin d'avoir de bonnes voir de meilleurs performances.

Variations du paramètres de rigidité 1^{ère} articulation Nous allons varier le paramètre de rigidité K_{s1} et K_{s2} du système afin de voir son influence sur les performances du système et cela pour des gain différents :

paramètre de rigidité	K_1	K_{11}	K_{12}	Dépassement SMC et SOSMC respectivement (rad)
$K_{s1} = 5$	25.473	14.5	3.32	$[\theta_{11} = 1.082; \theta_{12} = -0.37]$ et $[\theta_{11} = 1.109; \theta_{12} = -0.38]$
$K_{s1} = 60$	29.473	19.5	4.32	$[\theta_{11} = 1.5; \theta_{12} = -0.1]$ et $[\theta_{11} = 1.45; \theta_{12} = -0.0097]$
paramètre de rigidité	K_1	K_{11}	K_{12}	Temps d'établissement SMC et SOSMC respectivement (sec)
$K_{s1} = 5$	25.473	14.5	3.32	$[\theta_{11} = 5.38; \theta_{12} = 5.9]$ et $[\theta_{11} = 4.94; \theta_{12} = 5.26]$
$K_{s1} = 60$	29.473	19.5	4.32	$[\theta_{11} = 3.79; \theta_{12} = 1.5]$ et $[\theta_{11} = 3.75; \theta_{12} = 1.2]$

 TABLE 4.6 – Expérimentation sur K_{s1} et son impact sur le système pour la 1^{ère} articulation

paramètre de rigidité	K_2	K_{21}	K_{22}	Dépassement SMC et SOSMC respectivement (rad)
$K_{s2} = 7$	25.473	14.5	3.32	$[\theta_{21} = 2.95; \theta_{22} = -0.39]$ et $[\theta_{21} = 2.27; \theta_{22} = -0.29]$
$K_{s2} = 84$	29.473	19.5	4.32	$[\theta_{21} = -4.01; \theta_{22} = -0.47]$ et $[\theta_{21} = -0.56; \theta_{22} = -0.43]$
paramètre de rigidité	K_2	K_{21}	K_{22}	Temps d'établissement SMC et SOSMC respectivement (sec)
$K_{s2} = 7$	25.473	14.5	3.32	$[\theta_{21} = 5.86; \theta_{22} = 0.477]$ et $[\theta_{21} = 4.23; \theta_{22} = 0.472]$
$K_{s2} = 84$	29.473	19.5	4.32	$[\theta_{21} = 8.02; \theta_{22} = 0.23]$ et $[\theta_{21} = 3.82; \theta_{22} = 0.2]$

 TABLE 4.7 – Expérimentation sur K_{s2} et son impact sur le système pour la 2^{ème} articulation

Variations du paramètres de rigidité 2^{ème} articulation**Interprétations**

- Nous avons posé deux paramètre de rigidité l'un plus petit que celui utilisé dans notre étude et l'autre plus grand. Nous remarquons clairement que le fait d'avoir un gain petit, nous confère moins de dépassement qu'un gain plus grand cela est logique au vu de la forte rigidité du bras dans la seconde expérimentation par rapport à la première, qui en résulte un mouvement beaucoup plus brusque dans la seconde expérimentation.
- Nous pouvons aussi dire le gain élevé a un temps d'établissement inférieur a celui avec un gain faible, cela est du à la forte rigidité du premier, qui en résulte un mouvement beaucoup plus brusque que la première expérimentation.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous proposons des solutions pour rendre le système plus rapide et aussi pour réduire le phénomène de broutement (chattering) dans le système. Toutes ces solutions sont basées sur un contrôle en mode glissant d'ordre deux (super twisting algorithm) ainsi que d'ordre un. Les résultats de la simulation montrent la robustesse et la convergence de cet algorithme en un temps limité, par rapport au mode glissement d'ordre un. Ou l'on a vu l'effet du retard sur un système, et montrer l'apport du super twisting Algorithme.

Enfin, nous avons montrer l'importance d'avoir un bon gain de rigidité, qui soit grand nous donne un mouvement trop brusque avec un dépassement supérieur qu'avec un petit gain. ou un système lent si l'on a un gain trop petit.

Chapitre 5

Conclusion et travaux futurs

Le robot étudié fait partie d'un travail de recherche dans le domaine de la modélisation et de la commande active de robots, des robots flexibles. En fait, l'analyse dynamique et le contrôle des manipulateurs à bras flexibles est un domaine de recherche émergent dans les domaines de la fabrication, de l'automatisation et de la robotique compte tenu de la large application des robots médicaux allant de simples opérations (échographie) ou des complexes opérations comme la chirurgie.

Dans ce projet, nous nous efforçons d'assurer le positionnement de l'extrémité du bras flexible avec la plus grande précision et une oscillation minimale. Cela se fait en deux étapes : la modélisation du robot flexible, puis la conception de contrôle.

Pour réaliser une commande performante d'un robot flexible à deux degrés de liberté, nous avons présenté une technique de commande par mode glissant classique (d'ordre un). Cette dernière est très connue par sa robustesse, stabilité, et simplicité et temps de réponse très faible vis-à-vis l'insensibilité à la variation des paramètres internes et externes.

Le principal inconvénient de cette technique est le phénomène de broutement. Ce phénomène est caractérisé par des oscillations indésirables et nuisibles pour les actionneurs. Pour éviter un broutement excessif de la commande, nous avons utilisé l'algorithme de super twisting qui permet de réaliser une mode glissant d'ordre deux sans avoir besoin de des informations sur la dérivée de la surface de glissement.

Les résultats de simulations sont présentés au cours de ce mémoire, et ils montrent que les performances obtenues sont de bonne qualité.

Comme Étude Futur nous essaierons de tester la commande adaptative second ordre mode glissant et suivi de la trajectoire

Bibliographie

- [1] M. Baroudi. *Contrôle d'un bras robotique flexible*. PhD thesis, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue ; Université du Québec à Chicoutimi], 2010.
- [2] M. Baroudi, M. Saad, W. Ghie, A. Kaddouri, and H. Ziade. Vibration controllability and observability of a single-link flexible manipulator. In *2010 7th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices*, pages 1–6. IEEE, 2010.
- [3] I. Deghboudj. *Commande des systemes non lineaires par mode glissant d'ordre superieur*. 2013.
- [4] A. S. Deo. *Inverse kinematics and dynamic control methods for robotic systems*. PhD thesis, 1995.
- [5] C. Edwards and S. Spurgeon. *Sliding mode control : theory and applications*. Crc Press, 1998.
- [6] M. Ö. Efe, C. Ünsal, O. Kaynak, and X. Yu. Variable structure control of a class of uncertain systems. *Automatica*, 40(1) :59–64, 2004.
- [7] T. Floquet. *Contributions à la commande par modes glissants d'ordre supérieur*. PhD thesis, Lille 1, 2000.
- [8] Y. Granjon. *Automatique- : Systèmes linéaires, non linéaires, à temps continu, à temps discret, représentation d'états...* Dunod, 2015.
- [9] F. GUERIN, E. LECLERCQ, A. FAURE, and M. GORKA. Commande d'un robot mobile par vision artificielle stéréoscopique. *Journal européen des systèmes automatisés*, 39(5-6) :687–712, 2005.
- [10] J. Guldner and V. Utkin. The chattering problem in sliding mode systems. In *Fourteenth International Symposium of Mathematical Theory of Networks and systems, MTNS2000*, 2000.
- [11] N. HAMLAOUI. *Commande Optimale d'un Bras Manipulateur*. PhD thesis, Université de Batna 2, 2015.
- [12] B. Hani. *Commande Robuste des Systèmes Non Linéaires Multivariables : Application à un système hydraulique*. PhD thesis, UNIVERSITE DE MOHAMED BOUDIAF M'SILA FACULTE DE TECHNOLOGIE, 2016.
- [13] J. Y. Hung, W. Gao, and J. C. Hung. Variable structure control : A survey. *IEEE transactions on industrial electronics*, 40(1) :2–22, 1993.
- [14] Q. Inc. *User manual 2 dof flexible link manipulator*. 2012.
- [15] M. K. Khan, K. B. Goh, and S. K. Spurgeon. Second order sliding mode control of a diesel engine. *Asian Journal of Control*, 5(4) :614–619, 2003.

- [16] A. Levant. Universal single-input-single-output (siso) sliding-mode controllers with finite-time convergence. *IEEE transactions on Automatic Control*, 46(9) :1447–1451, 2001.
- [17] A. Mehta and B. Bandyopadhyay. *Frequency-shaped and observer-based discrete-time sliding mode control*. Springer, 2015.
- [18] M. Moallem, R. V. Patel, and K. Khorasani. *Flexible-link robot manipulators*. 2000.
- [19] A. Mujumdar, S. Kurode, and B. Tamhane. Control of two link flexible manipulator using higher order sliding modes and disturbance estimation. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(1) :95–102, 2014.
- [20] K. Ogata and Y. Yang. *Modern control engineering*, volume 5. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2010.
- [21] S. Sharma, D. Srivastava, K. Patel, and A. Mehta. Design and implementation of second order sliding mode controller for 2-dof flexible robotic link. In *2018 2nd International Conference on Power, Energy and Environment : Towards Smart Technology (ICEPE)*, pages 1–6. IEEE, 2018.
- [22] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman, and A. Levant. *Sliding mode control and observation*. Springer, 2014.
- [23] J.-J. E. Slotine, W. Li, et al. *Applied nonlinear control*, volume 199. Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.