

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
École Supérieure en
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
-تلمسان-

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur

Filière : Automatique
Spécialité : Automatique

Présenté par :
Samah KAHOUADJI et Ferdous Fatma TEMMOURI

Thème

**Commande de la charge organique en sortie
des bioréacteurs anaérobie :
Application au modèle AM2**

Soutenu publiquement, le . / 09 / 2020, devant le jury composé de :

M L. MERAD	Professeur	ESSA. Tlemcen	Président
Mme A. GHOUALI ep BEDJAOUI	MCB	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
Mme I. DIDI ep BEMMOUSSAT	MCB	ESSA. Tlemcen	Co- Directeur de mémoire
M B. BENYAHIA	MCA	Université de Tlemcen	Examineur
M F. ARICHI	MCB	ESSA. Tlemcen	Examineur

Année universitaire : 2019 /2020

JE dédie cet humble travail à :

Mes chers et respectueux parents.

Aucun mot ne peut exprimer toute la gratitude envers mes parents qui ont su m'épauler tout au long de cette aventure, c'est grâce à eux que je me retrouve ici aujourd'hui. Vraiment aucune dédicace ne saurait exprimer mon amour. Je vous offre ce modeste travail en témoignage de votre patience, votre amour, votre soutien et pour votre encouragement, votre sacrifices et votre prières tout au long de mes études.

Merci d'être toujours là pour moi

A ma tendre Grand-Mère maternelle. Tous les mots, toutes les expressions ne peuvent exprimer mes sentiments et mes sincères gratitudes envers elle.

Mon grand frère Mouad, merci pour ton aide et ton soutien dans les moments difficiles et aussi *merci pour le pc*.

Mon petit frère Wail, je te souhaite un avenir plein de joie et de réussite.

Sans oublier la meilleure personne, que j'ai rencontrée durant ma période universitaire, qui m'a vraiment aidé et supporté, dans mes études. Il n'a jamais cessé de m'encourager, me conseiller, m'instruire et m'orienter afin d'arriver à mon but scientifique et moral. Merci "*Mohamed*".

Samah KAHOUADJI
Tlemcen, le . septembre 2020

A la mémoire de ma Grand-Mère paternelle, aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour vous.

Aux meilleurs parents qu'un enfant pouvait espérer avoir, « Amina et Nessredinne » merci pour tout.

A mes chères sœurs et frères « Ikram, Sarra et Imed » Je vous souhaite un avenir plein de joie, de bonheur, de réussite et de sérénité. Je vous exprime à travers ce travail mes sentiments de fraternité et d'amour.

A ma tendre Grand-Mère maternelle que je chérie tellement .

A mes deux tantes « Assia et Faiza » vous avez été présentes pour moi, votre affection et votre soutien m'ont été d'un grand secours au long de ma vie professionnelle et personnelle.

A celle qui porte un très grand cœur « Yousra » qu'on a tellement partagé ensemble .

A celle qui m'a supporté dans mes moments d'angoisse et qui m'a épaulé et soutenu, a toi ma chère « Rania » .

A « Safia » , malgré la distance tu es toujours dans mon cœur .

A « Amina et Imen » que dieu réunisse nos chemins pour un long commun serein.

A tout mes amis qui ont été présent pour moi et qui se reconnaîtront, je vous dit une seule chose merci d'être entré dans ma vie.

Ferdous Fatma TEMMOURI
Tlemcen, le . septembre 2020

REMERCIEMENTS

Nous remercions tout d'abord Dieu tout puissant de nous avoir donné le courage, la force et la patience d'achever ce modeste travail.

L'enseignant inspire, aide, motive... il transmet ses connaissances. S'il y a bien une personne qui a un rôle important dans nos vies, hormis nos parents, c'est bien sur l'enseignant. Nos remerciements les plus sincères à nos enseignants et profs pendant toute notre carrière d'études.

Nous tenons à remercier notre encadrant Mme Amel GHOUALI eps BEDJAOUI, car sans elle ce travail n'aurait jamais pu être. Nous exprimons tous nos sentiments, notre profond respect et notre sincère gratitude. Elle n'a jamais cessé de nous encourager, nous conseiller, nous instruire et nous orienter afin d'arriver à notre but.

Nous tenons à remercier également notre Co-encadrant Mme Ibtissem DIDI ep BEMOUSSAT, qui nous a été de très bons conseils, nous vous sommes reconnaissantes .

Nos remerciements s'adressent également à Monsieur le président du jury Mr Lotfi Merad, Professeur et chef de département du second cycle à l'ESSA de Tlemcen et à nos examinateurs Mr Fayçal Arichi, Maitre de conférence « B » et responsable de la filière « Automatique » à l'ESSA de Tlemcen et Mr Boumediene Benyahia, Maitre de conférence « A » à l'université de Tlemcen qui nous ont fait l'honneur d'évaluer notre travail.

Ferdous Fatma TEMMOURI Samah KAHOUADJI
Tlemcen, le . septembre 2020

TABLE DES MATIÈRES

Introduction générale	3
I Etat de l'art sur la digestion anaérobie	4
I.1 La pollution des eaux	4
I.1.1 Source de pollution des eaux	4
I.1.2 Éléments de la pollution	5
I.2 Qu'est-ce qu'un bioréacteur de digestion anaérobie ?	6
I.3 Étapes de la digestion anaérobie	6
I.4 Les paramètres physico-chimiques influençant la digestion anaérobie	8
I.5 Modes de fonctionnement des bioréacteurs	8
I.6 Les procédés biologiques du point de vue de l'automatique	10
I.7 Conclusion	10
II Modélisation des procédés de la digestion anaérobie	11
II.1 Modélisation de la digestion anaérobie	11
II.1.1 Modèles existants de bioréacteurs	12
II.1.2 Choix du modèle	13
II.2 Le modèle mathématique du AM2	13
II.2.1 Variables d'état du AM2	13
II.2.2 Equilibres du modèle AM2	16
II.2.3 Stabilité des points d'équilibre	17
II.3 Résultats de simulation	19
II.4 Conclusion	21
III Commande de la digestion anaérobie	22
III.1 Principe de régulation	23
III.2 Généralités sur la théorie du contrôle	23
III.2.1 Notion d'un système contrôlé	23
III.2.2 Approximation linéaire d'un système de contrôle	24
III.2.3 Notion de contrôlabilité	24
III.2.4 Notion de stabilisabilité	25
III.3 Commande de la digestion anaérobie	26

III.3.1	Objectif de la commande PI appliquée au modèle AM2	26
III.3.2	Synthèse de la commande PI	27
III.3.3	Résultat de simulation	27
III.3.4	Commande non linéaire basée sur le modèle	30
III.3.5	Résultats de simulations	33
III.4	Conclusion	37
	Bibliographie	40

TABLE DES FIGURES

I.1	Les étapes de la digestion anaérobie [24]	7
I.2	Biréacteur en mode batch [18]	9
I.3	Bioreacteur en mode semi-continu [18]	9
I.4	Bioreacteur en mode continu [18]	9
II.1	Schéma réactionnelle du modèle AM2	13
II.2	Les cinétiques de croissance de Monod et Haldane	14
II.3	Le portrait de phase du système	18
II.4	Évolution temporelle du taux de dilution	19
II.5	Modèle Simulink de la simulation en BO	20
II.6	Évolution temporelle du substrat carboné et des bactéries acidogènes	20
II.7	Évolution temporelle des acides gras volatils et des bactéries méthanogène	21
II.8	Évolution temporelle du débit biogaz et la quantité totale de substrat organique dans le digesteur $s_t = s_1 + \frac{k_1}{k_2}s_2$	21
III.1	Schéma d'une chaîne de régulation [30]	23
III.2	Bloc Simulink du modèle AM2 avec contrôleur PI	28
III.3	Convergence de s_t vers la consigne s_t^* après une régulation PI	28
III.4	Évolution temporelle du substrat s_1 et des bactéries acidogènes x_1 après correction PI	28
III.5	Évolution temporelle des AGV s_2 et des bactéries méthanogène x_2 après correction PI	29
III.6	Évolution temporelle du débit de biogaz après correction PI	29
III.7	Évolution de s_t avec le contrôleur PI en présence d'un bruit blanc de niveau (10%)	30
III.8	Évolution temporelle de s_t pour les deux consigne 30 et 20 g/l	34
III.9	Simulation du système bouclé	34
III.10	Évolution de s_t suite à une variation de m_1 :a gauche pour $m_1 = 0.6$, a droite pour $m_1 = 1.6$	35
III.11	Évolution de s_t suite à une variation de K_1 :a gauche pour $K_1 = 1$, a droite pour $K_1=18$	35

III.12	Évolution de s_t suite à une variation de m_2 :à gauche pour $m_2 = 0.4$, à droite pour $m_2 = 1$	35
III.13	Évolution de s_t suite à une variation de K_2 :à gauche pour $K_2 = 1$, à droite pour $K_2 = 18$	36
III.14	Évolution de s_t avec la commande robuste stabilisante en présence du bruit blanc de haut niveau (40%)	36
III.15	Divergence de s_t suite aux variations de k_1 et k_2 :a gauche pour $k_1 = 30$, a droite pour $k_2 = 90$	36
16	Schéma bloc <i>simulink</i> du système en BO	43
17	Schéma bloc <i>simulink</i> du système corrigé avec PI	44
18	Schéma bloc <i>simulink</i> du système corrigé avec commande nonlinéaire	45

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'eau est une ressource essentielle pour l'être humain. Longtemps considérée comme abondante, elle est aujourd'hui perçue comme un bien limité et sa qualité est menacée. L'activité humaine entraîne le rejet dans les milieux récepteurs de quantités très importantes d'éléments chimiques, comme les phosphates et les nitrates... En outre, les ressources en eau diminuent de plus en plus face à une augmentation de la population mondiale (9,1 milliards en 2050, dont 2,4 milliards en Afrique subsaharienne). Ce qui mène la plupart des pays du monde à mettre en place des stations d'épuration dans le cadre de la politique publique de préservation des milieux récepteurs, ainsi que la réutilisation des eaux traitées dans l'industrie et dans l'agriculture tout en préservant la santé humaine et l'environnement.

A titre indicatif, nous pouvons présenter quelques agrégats relatifs à la situation des ressources en eaux dans le monde. Dans son rapport publié à la faveur de la journée mondiale de l'eau (le 22 mars 2020) l'ONU souligne que la planète devrait faire face à un déficit global en eau de 40% d'ici 2030 [2].

Pour toutes ces raisons, la préservation des ressources en eau doit impérativement être un objectif à part entière dans les futurs objectifs de développement durable à l'horizon de 2030.

En revanche, l'assainissement reste un gigantesque chantier à peine entamé. Il est à noter que 748 millions de personnes dans le monde n'ont accès à aucune source d'eau potable et plus de 2 milliards n'ont droit qu'à un service individuel ou collectif de piètre qualité ou limité. Selon le dernier rapport de l'ONU-EAU, 2,5 milliards d'humains vivent sans raccordement à un système de collecte. Dans les pays en voie de développement, au moins 90% des eaux usées sont rejetées dans l'environnement, générant des maladies hydriques et pollutions.

En ce qui concerne l'Algérie, la demande en eau est continuellement en augmentation. Des pénuries d'eau conjoncturelles ou structurelles sont constatées. Nous comptons actuellement 81 barrages d'une capacité de mobilisation globale est de huit milliards de m^3 d'eau dont le taux de remplissage à l'échelle nationale est estimé à 65%.

Durant l'année 2019, un volume de 12.325.269 m^3 d'eaux épurées ont servi à l'irrigation de 11.045 hectares de terres agricoles, soit un taux de la réutilisation des eaux usées épurées en agriculture de 31% du volume épuré. Le potentiel de la réutilisation des eaux usées épurées à des fins agricoles évoluera d'une manière significative durant l'année 2020 [1].

Ces différentes actions entreprises et les opérations futures à engager notamment pour l'utilisation des eaux traitées au profit de l'agriculture, montrent l'intérêt accordé à ce secteur.

Les stations d'épuration sont de deux types : aérobie (présence d'oxygène) majoritairement mise en oeuvre dans les stations d'épuration et anaérobie qui est une méthode efficace pour traiter les effluents chargés en matière organique. La digestion anaérobie fait intervenir des bactéries qui vivent en absence d'oxygène et qui transforment les polluants organiques en biogaz. Leur capacité à transformer les polluants en biogaz tel que le méthane offre de plus un intérêt écologique et énergétique non négligeable puisqu'ils s'inscrivent aujourd'hui dans les sources d'énergie renouvelables.

Cependant, à cause de sa sensibilité aux conditions opératoires, la digestion anaérobie a été un peu écartée par les industriels. En effet, ce procédé est facilement déstabilisable et sa remise en route demande de longs délais (plus d'un mois), ce qui n'est pas convenable ni du point de vue pratique ni du point de vue économique. Pour cette raison, la communauté scientifique de l'automatique s'intéressant aux bioprocédés, étudie la digestion anaérobie en terme de modélisation, d'observation et de contrôle afin de prendre en charge les différentes préoccupations citées plus haut.

Notre travail se situe dans le cadre de la commande du procédé de digestion anaérobie pour le traitement des eaux usées domestiques dédiées à l'agriculture. Les objectifs assignés à ce travail sont :

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, le procédé de digestion anaérobie est présenté. L'état de l'art sur la digestion anaérobie, les différents types de bioréacteurs liés à ce processus nous a permis de comprendre la digestion anaérobie ainsi que les conditions physico-chimiques de son fonctionnement.

Le deuxième chapitre est dédié à la modélisation du processus de digestion anaérobie. Après avoir présenté une revue bibliographique sur les modèles existants dans la littérature, nous avons opté pour le modèle AM2 car ce dernier présente quelques avantages intéressants pour faire du contrôle ou de l'optimisation. La compréhension ainsi que l'analyse mathématique du modèle AM2 est au coeur de ce chapitre.

A partir du modèle choisi à la suite de la synthèse bibliographique, nous avons consacré le troisième chapitre au contrôle de ce procédé biologique : il y a lieu de mettre l'accent sur les stratégies adoptées. Nous supposons que toutes les mesures nécessaires à la mise en oeuvre d'une loi de commande sont accessibles à la mesure. Afin de se familiariser davantage avec les procédés anaérobie, deux types de commande ont été

mise en oeuvre : une loi de commande classique type PID et non linéaire stabilisante. L'objectif de ces deux lois de commande est de contrôler le niveau de pollution organique DCO (Demande Chimique en Oxygène) à la sortie du bioréacteur et de le maintenir en dessous d'une certaine consigne (ou valeur) généralement, fixée par des normes environnementales

Enfin, ce mémoire sera achevé par une conclusion générale sur les résultats obtenus ainsi que quelques perspectives.

CHAPITRE I

ETAT DE L'ART SUR LA DIGESTION ANAÉROBIE

LE traitement de l'eau est nécessaire avant son rejet dans l'environnement. C'est pourquoi les eaux usées sont de plus en plus souvent prises en charge au niveau de stations de traitement qui effectuent des opérations de filtrage et de séparation et surtout, qui exploitent et intensifient ces mêmes réactions biologiques. Depuis les simples lagunes, recréant dans un espace clos les conditions naturelles aptes au retraitement, les procédés biologiques ont évolué au point de devenir des procédés industriels complexes. A ce titre, ils représentent un champ d'applications de l'automatique.

L'objectif du premier chapitre du manuscrit est de se familiariser avec un moyen de dépollution des eaux usées sous la forme d'un réacteur biologique à fonctionnement anaérobie. L'état de l'art sur le bioprocédé va nous permettre de comprendre la digestion anaérobie ainsi que les conditions physico-chimiques de son fonctionnement.

I.1 La pollution des eaux

Si on s'en réfère au langage commun, les différentes définitions de la notion de pollution reviennent à décrire la pollution d'un milieu comme un phénomène, généralement d'origine humaine, qui entraîne des modifications propres à nuire à l'intégrité et aux fonctions communes de ce milieu. Ces modifications peuvent consister en l'apparition de composés toxiques, le changement radical de la concentration de composés naturellement présents, ou encore la modification de propriétés physiques du milieu telle que sa température.

I.1.1 Source de pollution des eaux

Les sources de pollutions des eaux sont variées et leurs effets dépendent de leurs origines :

- **Les eaux usées domestiques** : il s'agit des eaux de vannes (toilettes) et des eaux ménagères (eaux de lavage), ce sont généralement des effluents peu concen-

trés, collectés par un système d'égout et traités par une station d'épuration.

- **Les eaux usées agricoles** : il s'agit des effluents des activités de culture et d'élevage collectés au niveau de l'exploitation. Ils peuvent être traités au sein de celle-ci et valorisés comme amendement organique.
- **Les effluents industriels** : ces effluents varient beaucoup d'une industrie à l'autre, ces effluents sont de plus en plus souvent traités sur le lieu de production.
- **Les eaux pluviales et de ruissellement** : certains phénomènes naturels peuvent également contribuer à la pollution (contact de l'eau avec des gisements minéraux).

Comme cet inventaire le montre, les sources de pollutions sont très diverses par leur origine. Elles diffèrent également par leur forme et leurs effets.

I.1.2 Éléments de la pollution

Matière en suspension

C'est historiquement un des premiers paramètres de description de la pollution des eaux. D'une part la pollution particulaire inerte modifie la turbidité de l'eau, atteignant le développement des organismes photosynthétiques, d'autre part elle peut provoquer des phénomènes de colmatage par précipitation et floculation. La mesure des matières en suspension comprend aussi les micro-organismes présents dans l'eau : ceux-ci peuvent être nuisibles si par suite de pollutions, il s'agit de micro-organismes tels que les pathogènes fécaux rencontrés couramment dans les eaux urbaines.

Pollution organique

La matière organique carbonée contenue dans les eaux usées, provoque le développement de micro-organismes conduisant à l'augmentation de leur turbidité et la diminution de l'oxygène dissous. La pollution organique est généralement mesurée par sa Demande Chimique en Oxygène (*DCO*) qui représente la quantité massique d'oxygène nécessaire pour oxyder totalement le carbone organique ou par sa Demande Biologique en Oxygène (*DBO₅*) qui correspond à la quantité d'oxygène consommé par l'oxydation biologique de l'effluent en 5 jours.

Éléments nutritifs

Les effluents agricoles contiennent des quantités importantes d'azote (le plus souvent sous forme de nitrates) et de phosphore. Lorsqu'ils sont présents en grande quantité dans l'eau, ils peuvent conduire à des maladies et provoquer les phénomènes d'eutrophisation des eaux et de marée verte.

Éléments toxiques

Il s'agit de polluants dont les effets sont forts même à faibles concentrations. Ces polluants peuvent être peu ou pas biodégradables (métaux lourds, hydrocarbures, dioxine)

et s'accumulent alors au fil de la chaîne trophique et au cours de la vie d'un individu. De plus, ces polluants sont souvent peu détectables et leurs effets peuvent n'être perçus que sur le long terme (intoxication lente).

Notre étude s'est focalisée sur une catégorie particulière de procédés biologiques de dépollution, ceux de la digestion anaérobie.

I.2 Qu'est-ce qu'un bioréacteur de digestion anaérobie ?

Un bioréacteur anaérobie est un contenant dans lequel un substrat, généralement des déchets organiques solubilisés dans l'eau, sont réduits puis digérés par des microorganismes vivants (bactéries). Le fermenteur anaérobie permet de dépolluer différents types de déchets, tels que les eaux usées (domestiques, industrielles,...). A la sortie du bioréacteur on obtient une eau plus au moins dépolluée selon le choix des conditions opératoires, et du biogaz (méthane(CH_4), dioxyde de carbone(CO_2)) issu de la décomposition organique qui peut être récupéré et utilisé à des fins énergétiques pour produire de l'électricité par exemple.

Par rapport aux techniques classiques de dépollution (dégradation biologique aérobie (présence d'oxygène), la digestion anaérobie présente plusieurs avantages [22] :

- la dégradation d'effluents à forte concentration en matière organique.
- une faible production de boues (5 à 10 fois moins qu'un réacteur aérobie).
- la valorisation énergétique du biogaz et une faible demande énergétique (pas d'aération).

Cependant, la croissance lente des micro-organismes impose des phases de démarrage lentes (de 2 à 9 mois) avant d'atteindre le fonctionnement nominal [15]. De plus, en cas de surcharge du procédé, celui-ci cesse de fonctionner et perd ses capacités épuratoires. Il faut alors plusieurs semaines à plusieurs mois pour retrouver des conditions nominales de fonctionnement.

I.3 Étapes de la digestion anaérobie

L'instabilité du processus de digestion anaérobie s'explique par le fait que i) certaines étapes sont plus rapides que d'autres et que ii) dans ces étapes plus lentes, des substances toxiques et/ou inhibitrices peuvent s'accumuler. Les étapes auxquelles nous faisons allusion sont :

- **Hydrolyse**

L'étape d'hydrolyse est assurée par des enzymes extracellulaires qui assurent la transformation du substrat en monomères (acides gras, glycérol, acides aminés, sucres simples).

- **Acidogénèse**

L'acidogénèse métabolise les monomères en acides organiques qui sont à leur tour

métabolisés sous forme d'Acides Gras Volatils (AGV) par les bactéries acétogènes.

— **Acétogénèse**

C'est l'étape où les AGV et les substances de petite taille moléculaire (quelques alcools) sont transformés en acétate par des bactéries acétogènes, en produisant de l'hydrogène H_2 et du CO_2 .

— **Méthanogénèse**

Au cours de cette étape, les populations méthanogènes vont consommer les acides gras et l'hydrogène et libérer les produits ultimes sous forme de CO_2 et de CH_4 . Les microorganismes méthanogènes sont des bactéries, dont la vitesse de croissance est beaucoup plus faible que celle des acétogènes. De plus, elles sont inhibées par leur propre substrat, bien avant que les acides inhibent la première étape. C'est donc l'accumulation des AGV qui provoque la déstabilisation des réacteurs anaérobies.

Le diagramme réactionnel de la digestion anaérobie est résumé dans la figure (I.1) [6].

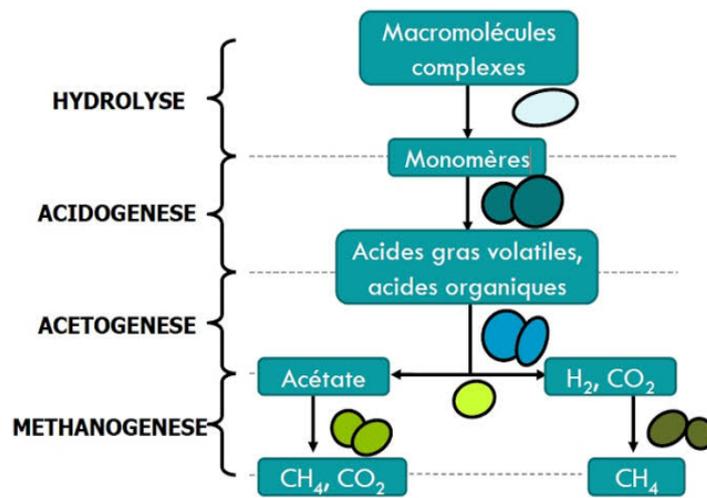


FIGURE I.1 – Les étapes de la digestion anaérobie [24]

Cette description, est une description simpliste des réactions complexes mises en oeuvre par la digestion anaérobie mais elle suffit à faire apparaître un point fondamental : le réacteur ne dépolluera efficacement que si les conditions permettent aux deux catégories de micro-organismes de travailler en accord [19].

I.4 Les paramètres physico-chimiques influençant la digestion anaérobie

Comme tout micro-organisme, les bactéries constituant le consortium méthanogène exige des conditions particulières pour sa croissance. Les principaux facteurs physico-chimiques qui affectent le procédé de digestion anaérobie sont le pH, la température et le potentiel d'oxydoréduction [22].

Le pH

Le pH optimum de la digestion anaérobie se situe autour de la neutralité. Il est le résultat du pH optimum de chaque population bactérienne : celui des bactéries acidifiantes se situe entre 5.5 et 6, les acétogènes préfèrent un pH proche de la neutralité, tandis que les méthanogènes ont une activité maximale dans une gamme de pH comprise entre 6 et 8. Toutefois, la méthanisation peut se produire dans des milieux légèrement acides ou alcalins [4].

température

Pour le bon déroulement des opérations, la température doit être stable et comprise pour les bactéries mésophiles entre 35 et 40°C. En dessous de 35°C, les micro-organismes sont inactifs et au-delà de 40, ils risquent des dommages irréversibles [21].

Potentiel d'oxydoréduction

Ce paramètre représente l'état de réduction du système, il affecte l'activité des bactéries méthanogènes. Ces bactéries exigent en effet, outre l'absence d'oxygène, un potentiel d'oxydoréduction inférieur à 330 mV pour initier leur croissance [21].

I.5 Modes de fonctionnement des bioréacteurs

Un bioréacteur est un écosystème miniature, fermé, contrôlé qui contient des organismes vivants avec des flux de matière contrôlés à l'entrée et la sortie. De façon générale, un bioréacteur est un récipient de volume V dans lequel se développent des micro-organismes. Ce récipient est rempli par un milieu de renouvellement avec un débit d'entrée F_{in} et est vidé avec un débit de sortie F_{out} . Ces deux débits sont soit choisis par l'expérimentateur ou soit sont le résultat d'un calcul d'une loi de commande.

Trois modes de fonctionnement sont possibles dans un bioréacteur :

Le mode discontinu (ou batch) : le mode de fonctionnement discontinu est très simple puisque le digesteur est rempli avec la matière organique à traiter qui est laissée dans le réacteur jusqu'à l'épuisement du substrat à dégrader. Le temps de digestion est fonction de divers paramètres à savoir la température ou le type de substrat. Une fois la digestion effectuée, le digesteur est vidé et un nouveau cycle peut commencer. Cependant, cette technique présente l'avantage d'être simple et robuste lorsque l'objectif est la production de biomasse, la biomasse initiale est choisie faible. Le temps-mort nécessaire à l'initiation de la réaction après la vidange et le remplissage de la cuve, est un inconvénient de ce type de procédé [13].



FIGURE I.2 – Bioreacteur en mode batch [18]

Le mode semi-continu (ou feedbatch) : Dans ce mode de fonctionnement, les espèces, les nutriments et les précurseurs nécessaires sont introduits dans le bioréacteur. La culture est alimentée avec un volume initial V_0 jusqu'à ce qu'elle atteigne son volume final V_f à un instant final t_f . C'est-à-dire, un taux de dilution est utilisé mais avec un volume variable, le débit en sortie est nul $F_{out} = 0$. Ce type d'alimentation est utilisé lorsque l'objectif est le contrôle de la population. [13].

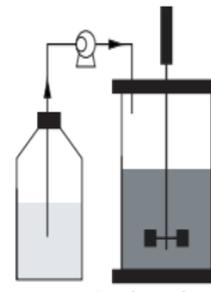


FIGURE I.3 – Bioreacteur en mode semi-continu [18]

Le mode continu : Dans un réacteur fonctionnant en continu la cuve est alimentée avec un débit constant ($V = cst$), le débit de la sortie est égal au débit d'entrée ($F_{in} = F_{out}$) et le digestat est évacué par une action mécanique. Cette technologie est idéale pour les installations de grandes tailles. Les réacteurs utilisés peuvent être disposés aussi bien verticalement qu'horizontalement. Ce mode de fonctionnement est le plus utilisé dans le domaine du traitement des eaux usées [13].

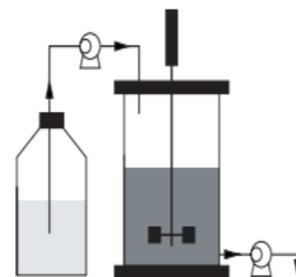


FIGURE I.4 – Bioreacteur en mode continu [18]

I.6 Les procédés biologiques du point de vue de l'automatique

Un procédé biologique maîtrise dans le temps et dans l'espace un ensemble de réactions biochimiques. Il facilite la croissance de micro-organismes d'intérêt (bactéries, levures, champignons) en offrant des conditions environnementales favorables en termes de pH, de température, d'agitation ou d'aération. Selon sa vocation, la mise en oeuvre de la réaction vise à l'élimination du substrat (dépollution des eaux) ou à la maximisation de la quantité de produits (procédés agro-alimentaires ou de l'industrie pharmaceutique).

La mise en oeuvre de procédés biologiques fait appel à plusieurs disciplines, à savoir :

la microbiologie : vise à sélectionner et à développer des micro-organismes d'intérêt, ainsi qu'à déterminer leur comportement en fonction des conditions du milieu, elle fournit un catalogue de fonctions métaboliques.

le génie des procédés : détermine les technologies de procédés et les modes de fonctionnement facilitant et garantissant la réalisation de ces fonctions métaboliques.

l'automatique : permet de maintenir et d'augmenter le niveau de performances par l'optimisation en temps réel des procédés et le rejet des perturbations.

Cependant, l'application des outils classiques de l'automatique s'avère difficile du fait de la complexité des procédés biologiques. Les propriétés des micro-organismes sont d'une part difficiles à définir et à caractériser, d'autre part extrêmement variables. Cet obstacle est exacerbé quand il s'agit de procédés de dépollution car ceux-ci abritent des écosystèmes complexes très éloignés de la culture en souche pure où un nombre limité de micro-organismes connus intervient (cas des fermentations lactiques de l'industrie fromagère ou des procédés à vocation pharmaceutique...). Cette caractéristique rend l'expérimentation ardue et peu reproductible, les mesures peu fiables et leur signification limitée. Dans ce contexte, la structure du modèle, son identifiabilité structurelle et pratique sont douteuses. Enfin la stabilité de ce modèle est sujette à caution, l'écosystème n'étant pas figé mais en équilibre dynamique [14].

I.7 Conclusion

A partir de toutes ces connaissances sur le fonctionnement biochimique et physicochimique du bioréacteur, il est maintenant possible de mettre au point des modèles mathématiques qui décrivent le processus de digestion anaérobie.

CHAPITRE II

MODÉLISATION DES PROCÈDES DE LA DIGESTION ANAÉROBIE

LE deuxième objectif de notre travail est de procéder à un état de l'art en ce qui concerne la modélisation des réacteurs biologiques anaérobies qui sont, comme nous l'avons expliqué dans le chapitre précédent, utilisés pour la dépollution des eaux usées et qui produisent du biogaz, principalement du méthane.

Le travail consiste à étudier l'essentiel des travaux réalisés sur le sujet dans le but de rédiger une synthèse bibliographique, afin de choisir le type de modèle à utiliser pour la suite de notre étude.

II.1 Modélisation de la digestion anaérobie

Avant de recenser les différents modèles existants de la digestion anaérobie, rappelons d'abord la notion de Modèle.

Un modèle évoque une représentation simplifiée d'un concept ou d'un processus, la formulation mathématique de cette représentation par des équations conduit à la notion de modèle mathématique.

Un modèle peut être développé pour des fins très diverses. Il peut servir pour reproduire ou expliquer un phénomène observé, pour prédire un comportement, contrôler un système,... Un modèle n'est cependant utile que s'il permet de répondre aux questions que nous nous posons à propos du processus étudié : que modélise-t-on ? Comment ? et pourquoi ce modèle est satisfaisant ? Ceci explique pourquoi, parmi un ensemble donné de modèles, tel modèle est préféré aux autres, car il apportera des réponses aux questions posées [19].

Dans le domaine de la biologie, la modélisation est une tâche délicate, car il n'existe pas des lois ou des modèles universelles caractérisant l'évolution des micro-organismes et de ce fait la modélisation de la digestion anaérobie représente un champ de recherche très actif ces dernières années [20].

II.1.1 Modèles existants de bioréacteurs

Monod formula en 1950, le principe selon lequel la vitesse de croissance d'une population bactérienne pourrait être représentée comme étant le produit de la biomasse et le taux de croissance. Par la suite il développa le premier modèle de "chémostat" représenté par deux variables, à savoir, la concentration de la biomasse et le substrat limitant, dans un bioréacteur fonctionnant en continu. Les équations du modèle du chémostat sont repris en détail dans [17].

Depuis, de nombreux modèles ont été proposés, certains de plus en plus complexes, afin de représenter au mieux les réactions concernées mais au prix de l'augmentation du nombre de paramètres et de variables d'état. Ces modèles partagent une même structure basée sur la représentation du bilan de matière (et parfois d'énergie). Cette structure de modèle formalise simplement le principe de Lavoisier "*Rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme*".

AM2 est un modèle de tendance beaucoup plus simple à utiliser que le modèle ADM1, pour faire du contrôle ou de l'optimisation. Ce modèle a été développé à partir des résultats expérimentaux obtenus sur le réacteur à lit fixe de l'INRA de Narbonne. La suite décrit de manière détaillée ce modèle de bioréacteur.

Le modèle de référence de l'IWA (International Water Association) [5]. Ce dernier, est un modèle complet basé au plus près du modèle phénoménologique, permettant de simuler au mieux les réacteurs anaérobies. ADM1 est donc un modèle descriptif très complexe, utilisé pour simuler le comportement des réacteurs anaérobies. Il décrit 19 processus biochimiques, 7 populations bactériennes, 26 variables d'état dont une grande partie n'est pas accessible à la mesure et 86 paramètres à identifier. Ce modèle peut servir de base à un procédé virtuel pour la mise en place d'unités de dépollution, que pour tester dans un cadre plus réaliste avant de valider expérimentalement des stratégies de contrôle basées sur d'autres modèles plus simples. A cause de sa grande dimension, l'utilisation de l'ADM1 pour l'estimation, la commande et la supervision des digesteurs anaérobies n'est pas appropriée : fortement non-linéaire, difficile à appréhender [20].

De ce fait, des modèles plus synthétiques et plus adaptés pour faire du contrôle ont apparu. Il s'agit du modèle AM2 (Acidogénèse- Méthanogénèse- 2 étapes). Il décrit deux étapes mettant en oeuvre que deux populations bactériennes : les acidogènes et les méthanogènes. Sa structure simple (en comparaison avec le modèle ADM1) se prête plus aisément à des procédures de calibration et permet le développement de capteurs logiciels et de stratégies de contrôle [27]. Ce modèle néglige l'étape d'hydrolyse, il n'est donc pas adapté au traitement d'effluent fortement chargé en matière en suspension ou aux déchets solides.

Une analyse mathématique très rigoureuse et complète des équilibres du modèle et de leur stabilité, a été faite par Benyahia et al. [6] [10] et [7]. Les équations du modèle AM2 ainsi que l'étude des équilibres du modèle seront repris dans la section suivante. D'autres travaux plus récents ont porté sur le développement d'un nouveau modèle dynamique pour un bioréacteur membranaire anaérobie, basé sur la modification du modèle AM2 et l'intégration d'une nouvelle variable SMP (Produits Microbiens Solubles) [7].

Le modèle AMH1 est issu des travaux de Bernard et al [11] prend en compte que l'étape limitante de la digestion anaérobie, soit à supposer implicitement que le taux de croissance des acétogènes est infiniment plus grand que celui des méthanogènes. Du coup, la transformation de la totalité du substrat en AGV est instantanée.

II.1.2 Choix du modèle

Nous venons de citer, quelques modèles mathématiques concernant le bioréacteur anaérobie. Comme nous l'avons souligné plus haut, la bonne représentation de la dynamique du système réel et sa relative simplicité par rapport à des modèles beaucoup plus complexes comme l'ADM1 font du modèle AM2 un candidat de choix pour la synthèse de commande par exemple. Nous avons donc opté pour ce modèle pour la suite de notre travail.

Il est à noter que l'AM2 a été identifié et validé sur le fermenteur anaérobie à lit fixe pilote du Laboratoire de Biotechnologie de l'Environnement(LBE) de l'INRA à Narbonne [12]. Un autre avantage du modèle est que, Les sorties principales les plus intéressantes sont accessibles à la mesure.

Cela dit, le modèle AM2 présente quelques inconvénients à savoir, l'étape de l'acitogénèse qui est intégrée à l'acidogénèse n'est pas prise en compte donc la prédiction du taux des différents AGV est impossible. Un des autres défauts majeurs du modèle est que, lors des phases transitoires de démarrage du bioréacteur, la biomasse est mal prédite.

II.2 Le modèle mathématique du AM2

II.2.1 Variables d'état du AM2

La modélisation du modèle AM2 comprend deux processus et deux populations bactériennes comme on peut le voir sur la figure (II.1).

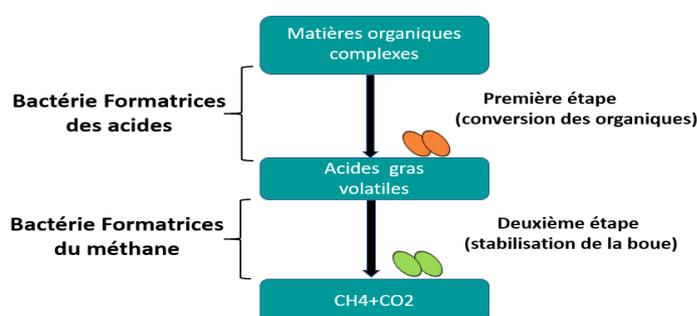
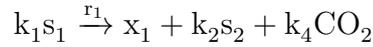


FIGURE II.1 – Schéma réactionnelle du modèle AM2

La première étape est celle de l'acidogénèse modélisée par une population de bactéries acido-acétogènes de concentration x_1 qui décompose le substrat carboné s_1 en acides gras volatils AGV qui devient à son tour le substrat s_2 , composés d'acétate, propionate et butyrate et en dioxyde de carbone CO_2 [12] selon le schéma réactionnel suivant :

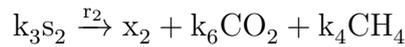


où r_1 est la vitesse de réaction décrite par l'équation $r_1 = \mu_1(s_1) x_1$.
 $\mu_1(s_1)$ est la croissance de cette réaction qui suit une cinétique de Monod :

$$\mu_1(s_1) = m_1 \frac{s_1}{s_1 + K_1} \quad (\text{II.1})$$

m_1 : le taux de croissance maximal de x_1 sur s_1 mesuré en $jour^{-1}$.
 K_1 : paramètre de demi-saturation lié a s_1 .

La deuxième étape est celle de la méthanogénèse, en effet, les acides gras volatils s_2 sont consommés par la seconde communauté bactérienne (x_2 dite méthanogène) elle produit du CO_2 et du méthane CH_4 selon la réaction chimique suivante :



Avec la vitesse de réaction $r_2 = \mu_2(s_2) x_2$ et la croissance de cette deuxième réaction suit une cinétique de Haldane qui a été choisit pour modélisé la phénomène d'inhibition :

$$\mu_2(s_2) = m_2 \frac{s_2}{s_2 + K_2 + \frac{s_2^2}{K_i}} \quad (\text{II.2})$$

m_2 : le taux de croissance maximal de de x_2 sur s_2 .
 K_2 : constante de demi saturation associé à s_2 .
 K_i : constante d'inhibition associé à s_2 .

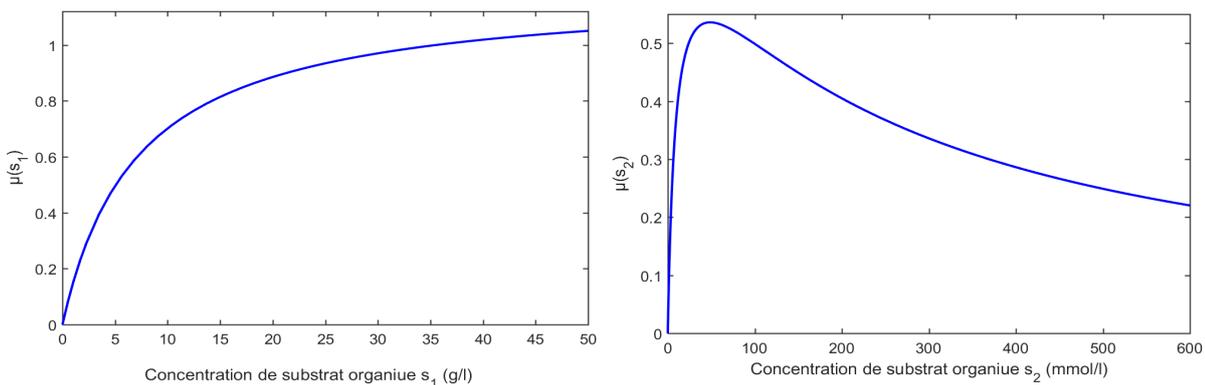


FIGURE II.2 – Les cinétiques de croissance de Monod et Haldane

Le modèle général AM2 à deux étapes tel qu'il a été proposé dans la littérature [12] considère six variables d'état $\xi = [s_1 \ x_1 \ s_2 \ x_2 \ z \ c]^T$ avec :

- s_1 : concentration du substrat de matière carbonée.
- x_1 : concentration de la population bactérienne acidogène.
- s_2 : concentration des acides gras volatile (AGV).
- x_2 : concentration de la population bactérienne méthanogène.
- c : concentration du carbone inorganique.
- z : concentration de l'alcalinité.

AM2 est un modèle incluant 6 variables d'état, mais il faut remarquer sa structure originale de 4 variables (x_1, x_2, s_1 et s_2) découplées des deux autres variables (z et c), ces deux dernières étant nécessaires uniquement pour calculer certaines sorties du système (notamment le débit de gaz de CO_2 et le pH qui dépendent des conditions physico-chimiques régnant dans le réacteur) [6].

Dans la suite de notre projet, nous allons considérer le modèle de digestion anaérobie simplifié.

Le modèle dynamique réduit de dimension 4 est le suivant :

$$\dot{s}_1 = D(s_{1in} - s_1) - k_1\mu_1(s_1)x_1 \quad (\text{II.3})$$

$$\dot{x}_1 = (\mu_1(s_1) - \alpha D)x_1 \quad (\text{II.4})$$

$$\dot{s}_2 = D(s_{2in} - s_2) + k_2\mu_1(s_1)x_1 - k_3\mu_2(s_2)x_2 \quad (\text{II.5})$$

$$\dot{x}_2 = (\mu_2(s_2) - \alpha D)x_2 \quad (\text{II.6})$$

Avec :

- D : taux de dilution exprimé en [j^{-1}].
- α : représente le taux de biomasse fixée et donc non soumis au lessivage. Il permet de modéliser dans un même cadre de représentation des réacteurs à biomasse libre ($\alpha = 1$) ou à biomasse totalement fixée ($\alpha = 0$).
- s_{1in} : la concentration de s_1 dans l'alimentation [g/l].
- s_{2in} : la concentration de s_2 dans l'alimentation [$mmol/l$].
- k_1 : rendement de dégradation de s_1 par x_1 [g/g].
- k_2 : le rendement de production de s_2 par x_1 à partir de s_1 [$mmol/g$].
- k_3 : le rendement de dégradation de s_2 par x_2 [$mmol/g$].

En plus des valeurs des 4 variables d'état qui sont calculables, nous avons accès aux sorties relatives aux : Débit de méthane, débit de dioxyde de carbone et le pH. Dans notre cas, nous avons besoin de la sortie liée au débit de méthane qui est calculée de la manière suivante :

$$Q = k_4\mu_2(s_2)x_2 \quad (\text{II.7})$$

Bien évidemment, pour que les variables d'état aient une signification physique, il faut s'assurer de l'existence, de la positivité et de la bornitude des solutions. Ceci est étudié en détail dans [17].

II.2.2 Equilibres du modèle AM2

L'analyse mathématique des équilibres du modèle AM2 et de leur stabilité a été faite par Benyahia et al. [6], d'une manière très rigoureuse et complète que nous allons, d'ailleurs, reprendre dans ce qui suit.

Nous rappelons aussi que α est un paramètre représentant la fraction de la biomasse non retenue dans le bioréacteur avec $\alpha \in [0, 1]$. Dans ce travail, nous considérons $\alpha = 1$ (réacteur complètement agité), les réacteurs continus sont généralement exploités autour d'un état d'équilibre stable.

La condition de stationnarité des équations dynamiques du modèle AM2, s'écrit de manière générale comme l'annulation des dérivées :

$$\dot{x}_1 = 0 \Rightarrow (\mu_1(s_1) - \alpha D) = 0 \text{ ou } x_1 = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$\text{C-à-d : } : x_1 = 0 \text{ ou } \mu_1(s_1) = \alpha D \quad (\text{II.9})$$

$$\dot{x}_2 = 0 \Rightarrow (\mu_2(s_2) - \alpha D) = 0 \text{ ou } x_2 = 0 \quad (\text{II.10})$$

$$\text{C-à-d : } x_2 = 0 \text{ ou } \mu_2(s_2) = \alpha D \quad (\text{II.11})$$

Nous considérons les quatre cas possible :

- si $x_1 = 0$ et $x_2 = 0$, nous les remplaçons dans (II.3) et (II.5) et on obtient $s_1 = s_{1in}$ et $s_2 = s_{2in}$: Notons cet équilibre par $E_1^0 = (s_{1in}, 0, s_{2in}, 0)$ le lessivage total. Cet équilibre existe toujours et qui ne dépend pas de D .
- si $x_1 \neq 0$ et $x_2 = 0$, alors de (II.4) on a l'équation $\mu_1(s_1) = \alpha D$ qui admet une unique solution $\lambda_1 = \frac{\alpha D K_1}{m_1 - \alpha D}$. De (II.3) on obtient alors $x_1 = \frac{1}{\alpha k_1}(s_{1in} - \lambda_1)$ et s_2^* est calculé de (II.5) tel que $s_2^* = s_{2in} + k_2 \alpha x_1$ a la fin tout les points seront en fonction de la valeur de D , notons cet équilibre E_0^2 qui existe si et seulement si $m_1 > \alpha D$ et $s_{1in} > \lambda_1$.
- si $x_1 = 0$ et $x_2 \neq 0$, de (II.3) on a $s_1 = s_{1in}$. De (II.6) nous calculons les deux solutions : de l'équation $\mu_2(s_2) = \alpha D$ nous obtenons une équation du deuxième ordre. On considère que $\alpha D < m_2$ pour que l'équation admette deux solutions que nous notons par λ_2^1 et λ_2^2 . Dans nos calculs on considère que la valeur de Δ est positive, alors nous obtenons :

$$\lambda_2^1 = \frac{-k_2}{\alpha D}(\alpha D - m_2 + \sqrt{\Delta});$$

$$\lambda_2^2 = \frac{-k_2}{\alpha D}(\alpha D - m_2 - \sqrt{\Delta})$$

$$\text{où } \Delta = (\alpha D - m_2)^2 - \frac{4\alpha^2 D^2 K_2}{K_i}$$

Par la suite nous obtenons deux expressions de x_2^* qui sont en fonction de λ_2^i tel que : $x_2 = \frac{1}{\alpha k_3}(s_{2in} - \lambda_2^i)$, $i = 1, 2$.

Notons cet équilibre par E_1^i qui existe si et seulement si $s_{2in} > \lambda_2^i$, $i = 1, 2$.

— si $x_1 \neq 0$ et $x_2 \neq 0$, de (II.4) et de (II.6) nous obtenons les expressions qui sont déjà calculées précédemment λ_1 et λ_2^i , $i = 1, 2$.

Enfin, il reste de calculer x_1 de (II.3) et x_2 de (II.5) qui sont donné successivement par : $x_1^* = \frac{1}{\alpha k_1}(s_{1in} - \lambda_1)$ et $x_2^* = \frac{1}{\alpha k_3}(s_{2in} - \lambda_2^i) + \frac{k_2}{k_3}x_1^*$.

Notons cet équilibre par E_2^i qui existe si et seulement si $s_{1in} > \lambda_1$ et $s_{2in} > \lambda_2^i$, $i = 1, 2$.

En résumé, le modèle AM2 admet six points d'équilibres.

II.2.3 Stabilité des points d'équilibre

Dans le but d'étudier la nature des points d'équilibres du modèle AM2, nous devons linéariser le système autour d'un point de fonctionnement. La matrice Jacobienne du système est triangulaire par bloc de la forme :

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial s_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_4}{\partial s_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned} f_1 &= D(s_{1in} - s_1) - k_1\mu_1(s_1)x_1 \\ f_2 &= (\mu_1(s_1) - \alpha D)x_1 \\ f_3 &= D(s_{2in} - s_2) + k_2\mu_1(s_1)x_1 - k_3\mu_2(s_2)x_2 \\ f_4 &= (\mu_2(s_2) - \alpha D)x_2 \end{aligned}$$

Plus précisément

$$J = \left(\begin{array}{cc|cc} -D - k_1\mu_1'(s_1)x_1 & -k_1\mu_1(s_1) & 0 & 0 \\ \mu_1'(s_1)x_1 & \mu_1(s_1) - \alpha D & 0 & 0 \\ \hline k_2\mu_1'(s_1)x_1 & k_2\mu_1(s_1) & -D - k_3\mu_2'(s_2)x_2 & -k_3\mu_2(s_2) \\ 0 & 0 & \mu_2'(s_2)x_2 & \mu_2(s_2) - \alpha D \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} J_{11} & J_{12} \\ \hline J_{21} & J_{22} \end{array} \right)$$

L'étude de stabilité est suivie par le calcul des valeurs propres de la matrice Jacobienne du système linéarisé. Nous remarquons que la matrice J est triangulaire supérieure, alors les valeurs propres de J sont les valeurs propres des blocs J_{11} et J_{22} . Si ces dernières sont à partie réelle négative, alors les points d'équilibres sont stables sinon instables. Il est à noter que, l'existence et la stabilité des points d'équilibres dépendent des positions relatives à s_{1in} , λ_1 , λ_2^1 , λ_2^2 , s_{2in} et s_{2in}^* .

Le calcul des points d'équilibre à été fait en utilisant les valeurs des paramètres résumées dans le tableau (II.2) que nous verrons plus loin et en considérant les entrées suivantes :

$$D = 0.5[j^{-1}], \quad s_{1in} = 40[g/l], \quad s_{2in} = 175[mmol/l].$$

Les valeurs numériques associées aux points d'équilibre ainsi que leur stabilité sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Point d'équilibre	Valeurs propres	La stabilité
$E_0^1 = (40, 0, 175, 0)$	-0.5000, -0.5000, 0.5191 , -0.0746	point instable
$E_0^2 = (5.0714, 0.83, 271.56, 0)$	-0.5000, -0.5000, -2.0088, -0.1471	point stable
$E_1^1 = (40, 0, 25.93, 0.56)$	-2.4810, -0.5000, -0.5000, 0.5191	point instable
$E_1^2 = (40, 0, 96.95, 0.29)$	-0.5000, -0.1965, -0.5000, 0.5191	point instable
$E_2^1 = (5.0714, 0.83, 25.93, 0.916)$	-0.8878, -2.008, -0.5, -0.5	point stable
$E_2^2 = (5.0714, 0.83, 96.95, 0.65)$	-2.0088, -0.5000, -0.5, 0.1688	point instable

Tableau II.1 – Les points d'équilibre et leur nature

Afin d'illustrer nos résultats, nous avons tracé le portrait de phase du système. Nous voyons bien que les trajectoires se dirigent vers les points d'équilibres stables selon les conditions initiales.

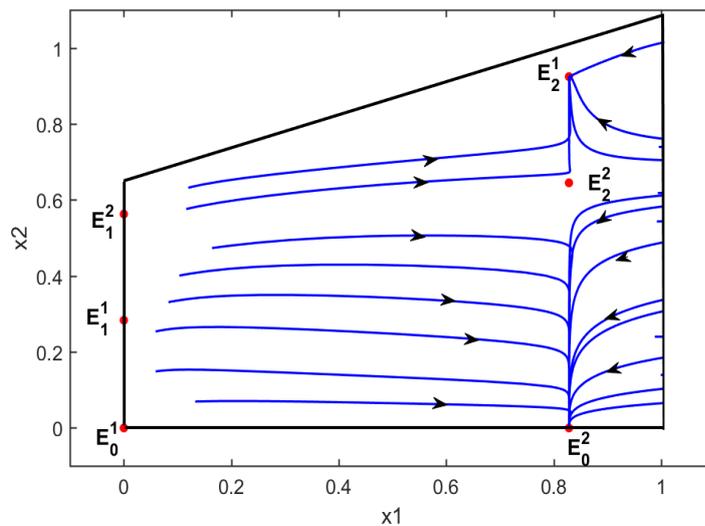


FIGURE II.3 – Le portrait de phase du système

II.3 Résultats de simulation

Les simulations ont été réalisées en considérant les valeurs des paramètres identifiées dans [12] qui sont résumées (tableau (II.2)).

Symbole	Description	Valeur	Unité
m_1	Taux de croissance maximum de x_1 sur s_1	1.2	j^{-1}
K_1	Constante de demi-saturation associée à s_1	7.1	g/l
m_2	Taux de croissance maximum de x_2 sur s_2	0.74	j^{-1}
K_2	Constante de demi-saturation associée à s_2	9.28	$mmol/l$
K_i	Constante d'inhibition associée à s_2	256	$mmol/l$
α	Fraction de la biomasse non retenue dans le bioréacteur	1	sans unité
k_1	Rendement de dégradation de s_1 par x_1	42.14	g/g
k_2	Rendement de production de s_2 par x_1 à partir de s_1	116.5	$mmol/g$
k_3	Rendement de dégradation de s_2 par x_2	268	$mmol/g$
k_4	Rendement de production de CH_4 par x_2 à partir de s_2	453	$mmol/g$

Tableau II.2 – Valeurs des paramètres du modèle AM2

Nous avons effectué des tests de simulation pour voir comment le système (II.5) réagit face aux variations du taux de dilution sur des intervalles de temps différents sur une longue période de fonctionnement d'environ 50 jours comme illustré sur la figure (II.4).

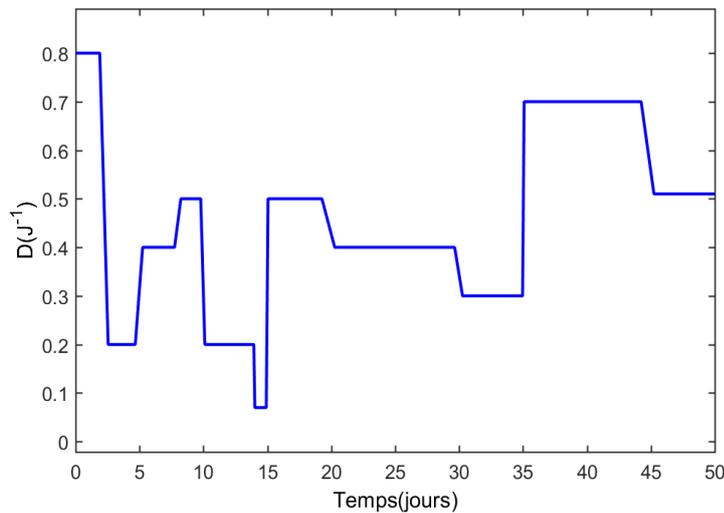


FIGURE II.4 – Évolution temporelle du taux de dilution

Le schéma de la Figure (II.5) représente le bloc *Simulink* du modèle AM2 dont sa représentation détaillée est illustrée dans (*Annexe A* figure 16).

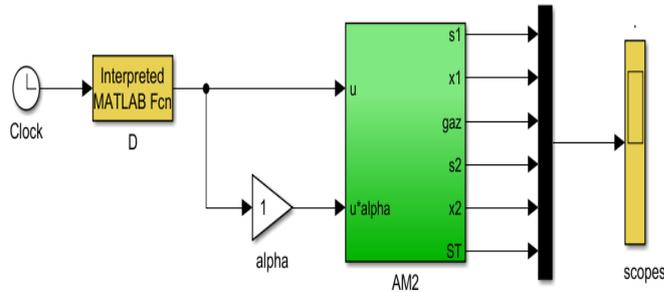


FIGURE II.5 – Modèle Simulink de la simulation en BO

L'objectif principal de cette simulation en boucle ouverte est de montrer l'influence de la variation du taux de dilution sur notre système et d'observer l'évolution des différents états du système et de la sortie du biogaz, sans avoir recours à une boucle fermée ou à un contrôleur.

Pour lancer la simulation, nous avons bien évidemment besoin d'un vecteur d'état initiale qui est donné par : $\xi(0) = [37.89 \ 0.05 \ 42.41 \ 0.52]$. Ainsi, nous obtenons les résultats suivants :

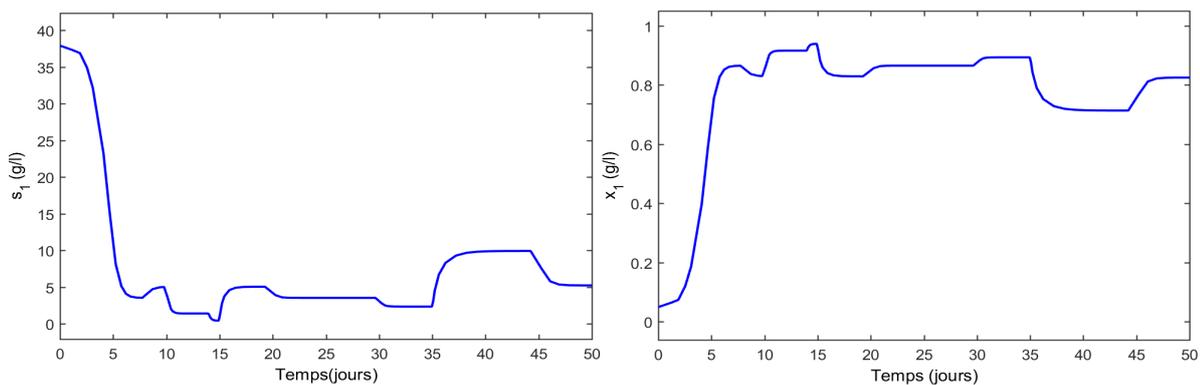


FIGURE II.6 – Évolution temporelle du substrat carboné et des bactéries acidogènes

La figure (III.3) représente l'évolution temporelle du substrat carboné s_1 et des bactéries acidogènes x_1 , nous remarquons qu'après un changement de consigne, lorsque la concentration du substrat s_1 diminue, la concentration des bactéries x_1 augmente, cela s'accompagne également d'une augmentation de la concentration d'AGV s_2 figure (II.7). Nous pouvons expliquer ceci par le fait que les bactéries acidogènes consomment les substrats organiques pour grandir et les transforment en AGV.

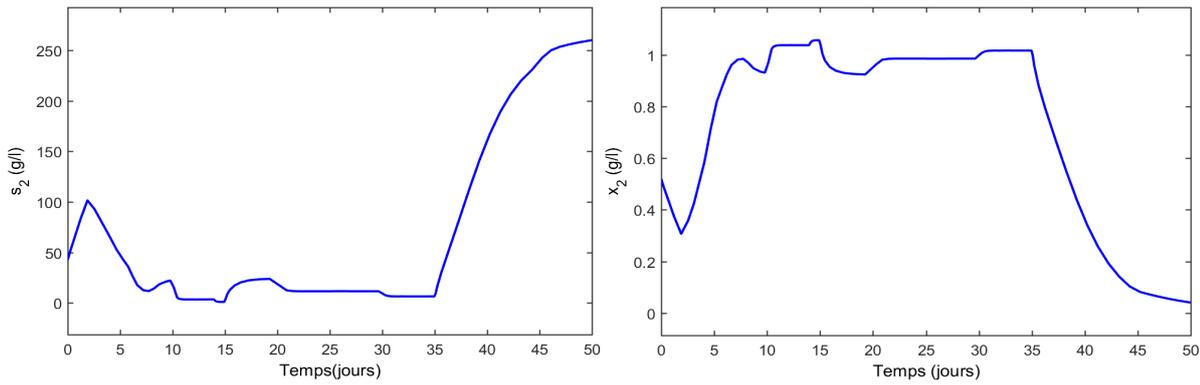
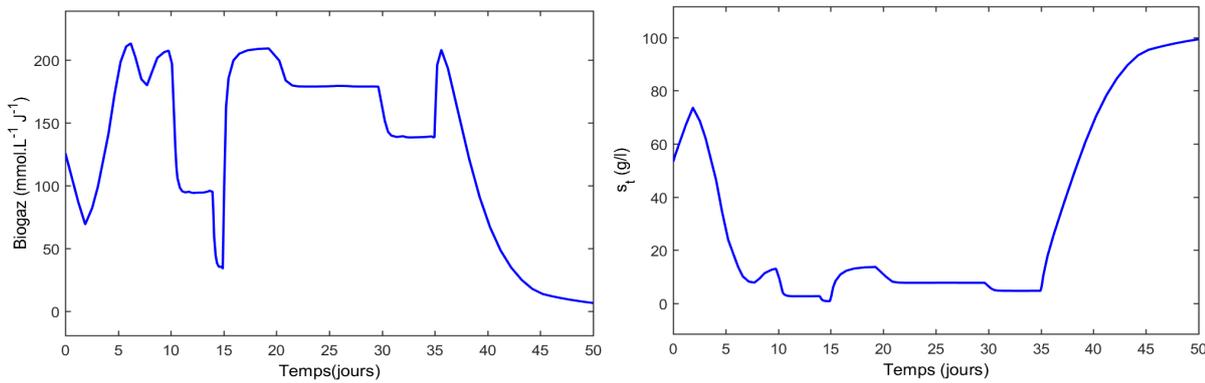


FIGURE II.7 – Évolution temporelle des acides gras volatils et des bactéries méthanogène

FIGURE II.8 – Évolution temporelle du débit biogaz et la quantité totale de substrat organique dans le digesteur $s_t = s_1 + \frac{k_1}{k_2}s_2$

A partir des figures (II.7) (II.8), nous remarquons que plus la concentration du substrat s_2 diminue plus la concentration de la biomasse x_2 augmente, cette augmentation de biomasse x_2 s'accompagne d'une augmentation de débit de biogaz, ça explique le fait que les bactéries méthanogènes x_2 dégradent les AGV et produisent du biogaz.

Les procédés de digestion anaérobie représentent une technologie de réacteur prometteuse, tant par ses capacités de traitement que par sa valorisation énergétique. Cependant, leur maîtrise nécessite une expertise et un contrôle permanent.

II.4 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle existant de digestion anaérobie a été présenté, le modèle AM2. A partir de ce dernier, il s'agira dans une seconde phase, d'analyser la commandabilité et de réaliser des commandes adéquates par rapport à des objectifs fixés. Nous supposons que toutes les mesures nécessaires à la mise en oeuvre d'une loi de commande sont disponibles et que les paramètres du modèle sont identifiés.

CHAPITRE III

COMMANDE DE LA DIGESTION ANAÉROBIE

UN des aspects essentiels de la conduite des bioprocédés est de parvenir à les stabiliser dans le mode de fonctionnement souhaité.

Les objectifs visés peuvent être divers, nous pouvons citer :

- Stabilisation autour d'une consigne : garantir la pérennité du procédé en dépit de perturbations extérieures, éviter l'accumulation de composés intermédiaires toxiques et inhibiteurs (hydrogène, propionate,...), ou encore, permettre la production d'intermédiaires réactionnels qui, généralement ne sont pas présents à l'équilibre (acides gras volatils, hydrogène,...).
- Optimisation des performances du réacteur : améliorer le fonctionnement du système, on peut citer à titre d'exemple la production maximale de biogaz, épuration maximale, charge traitée maximale, accélération du démarrage du bioréacteur...ect.

Les conditions opératoires qui permettent de remplir ces objectifs sont imposées à l'automaticien : à partir des mesures $y(t)$ qu'il peut obtenir, et sur la base de ses connaissances sur le procédé, l'automaticien décide des actions $u(t)$ à entreprendre, pour amener le système à un état de référence. Dans ce cas de figure, nous faisant allusion à système de contrôle manuel par un expert.

En revanche, un système de contrôle a pour tâche d'automatiser ce principe, les déductions de l'expert sont remplacées par des algorithmes de calcul qui déterminent l'action à exécuter. Dans cette configuration l'opérateur peut intervenir pour définir l'état de référence à atteindre, mais cette consigne peut également être déterminée automatiquement (système de contrôle automatique).

Que le contrôle s'effectue manuellement ou automatiquement, le développement d'une loi de commande doit répondre à un certain nombre de questions :

- quelles informations mesurer ? où et comment les mesurer ?
- comment utiliser ces informations ?
- quelles actions entreprendre ?
- comment calculer la commande à appliquer ?

III.1 Principe de régulation

La régulation automatique est l'ensemble des techniques qui permettent de contrôler une grandeur pour la maintenir à une valeur donnée, appelée consigne. La figure ci-dessous définit le principe d'une chaîne de régulation :

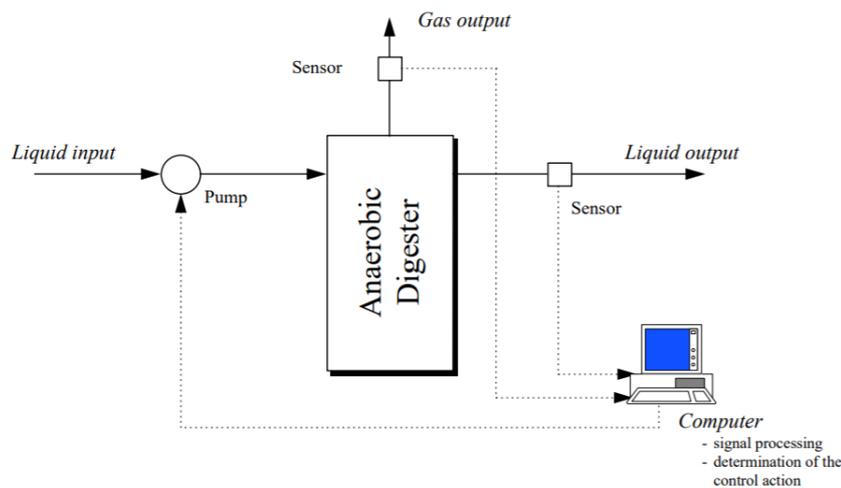


FIGURE III.1 – Schéma d'une chaîne de régulation [30]

Avant de d'entamer la section contrôle de la digestion anaérobie appliqué au modèle AM2, faisons d'abord un petit rappel sur la théorie du contrôle.

III.2 Généralités sur la théorie du contrôle

III.2.1 Notion d'un système contrôlé

Un système contrôlé (ou commandé) est un système différentiel de la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad , x(t) \in M, u(.) \in U \quad (\text{III.1})$$

En général le vecteur des états $x(t)$ appartient à une variété différentielle notée M de dimension n (M est supposé comme étant un ouvert connexe de \mathbb{R}^n), et les contrôles $u(.)$ appartiennent à un ensemble de contrôles admissibles U , qui est un ensemble de fonctions localement intégrables définies sur $[0, +\infty[$ à valeurs dans $U \subset \mathbb{R}^m$.

Le champ de vecteur f est supposé suffisamment régulier, de sorte que pour toute condition initiale $x_0 \in M$ et tout contrôle admissible $u(\cdot) \in U$, le système (III.1) admet une unique solution $x(t)$ telle que $x(0) = x_0$, et que cette solution soit définie sur $[0 + \infty[$.

Parmi les objectifs principaux de la théorie du contrôle qui seront abordés dans cette section, il y a les notions de contrôlabilité et de stabilisation. On se propose de définir ces notions et de rappeler les principaux résultats de contrôlabilité et de stabilisation des systèmes linéaires de la forme :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{III.2})$$

Avec A la matrice $n \times n$ appelée matrice d'état et B $n \times n$ dite matrice de commande. La solution de (III.2) est donnée par :

$$x(t, x_0, u(\cdot)) = x_0 e^{At} + \int_0^{t-s} B u(s) ds \quad (\text{III.3})$$

III.2.2 Approximation linéaire d'un système de contrôle

En général, le système (III.2) s'obtient par linéarisation du système (III.1) autour d'un point d'équilibre (x_e, u_e) pour le quel $f(x_e, u_e) = 0$.

A vrai dire, si on pose $X = x - x_e$, $U = u - u_e$, $A = \frac{\partial f}{\partial x}(x_e, u_e)$, $B = \frac{\partial f}{\partial u}(x_e, u_e)$, et c'est ainsi que l'équation suivante est obtenue :

$$\dot{x} = Ax + Bu + o(x, u)$$

Le système linéaire commandé $\dot{x} = Ax + Bu$ est l'approximation linéaire (ou le linéarisé tangent) du système non linéaire (III.1). Parmi les objectifs de l'automaticien, c'est de déduire les propriétés du système non linéaire (III.1) de celles de son linéarisé tangent.

III.2.3 Notion de contrôlabilité

Un système est dit contrôlable si on peut le ramener à tout état prédéfini au moyen d'un contrôle. On dit que le système (III.2) est commandable si pour tous les états $x_0, x_1 \in M$, il existe un temps fini T et un contrôle admissible $u(\cdot) : [0, T] \rightarrow U$ tel que $x_1 = x(T, x_0, u(\cdot))$.

Critère de contrôlabilité de Kalman

Le système (III.2) est contrôlable si et seulement si la matrice de contrôlabilité de Kalman

$$(B, AB, \dots, A^{n-1}B)$$

est de rang complet. On dit alors que la paire $(A; B)$ est commandable.

Contrôlabilité locale d'un système non linéaire

le système (III.2) est localement contrôlable au point x_0 s'il existe un voisinage A de x_0 tel que pour tout $x_1 \in A$, il existe un temps fini T et un contrôle admissible $u(\cdot) : [0, T] \rightarrow U$ tel que $x_1 = x(T, x_0, u(\cdot))$.

Supposons qu'il existe $u_0 \in R^m$ tel que U soit un voisinage de u_0 et $f(x_0, u_0) = 0$.

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}(x_e, u_e), B = \frac{\partial f}{\partial u}(x_e, u_e)$$

Si le rang de la matrice $(B, AB, \dots, A^{n-1}B)$ est égal à n ce qui veut dire que le système linéaire est commandable, alors le système non linéaire (III.1) est localement commandable en x_0 .

la contrôlabilité du linéarisé n'est pas une condition nécessaire de contrôlabilité du système non linéaire. Cela dit, pour les systèmes non linéaires, il existe un critère simple, rappelons le critère de Kalman, qui permet d'aborder les questions de contrôlabilité. Soit le système particulier :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ |u| &\leq 1 \end{aligned}$$

On appelle **crochet de Lie** des deux champs de vecteurs f et g le champ de vecteur défini par :

$$x \rightarrow [f, g](x) = Dg(x)f(x) - Df(x)g(x)$$

L'algèbre de Lie engendrée par f et g , est notée $L(f; g)$, la plus petite famille close pour l'opération de crochet qui contienne f et g . Le rang en x de $(f; g)$ est la dimension de l'espace vectoriel engendré par les valeurs en x des éléments de $L(f; g)$.

L'ensemble des états accessibles à partir de x_0 est l'ensemble des points qui peuvent être atteints à partir de x_0 en utilisant tous les contrôles admissibles.

Si le rang en x_0 de $(f; g)$ est égal à n , alors l'ensemble des états accessible à partir de x_0 est d'intérieur non vide. De ce résultat nous retrouvons le critère de Kalman.

III.2.4 Notion de stabilisabilité

Le problème de la stabilisation consiste à maintenir le système près d'un équilibre x^* . Il s'agit donc de construire une loi de commande telle que x^* soit un équilibre asymptotiquement stable du système en boucle fermée.

Un exposé complet sur les concepts de la stabilité (à savoir : la stabilité des systèmes linéaires, l'approximation linéaire d'un système, la stabilisation d'un système linéaire aussi que la stabilisation locale d'un système non linéaire), se trouve dans [25].

En résumé, La stabilité est un des principaux concepts de l'automatique. Plusieurs définitions de stabilité existent [25], mais toutes véhiculent l'idée selon laquelle le **comportement** d'un système dynamique ne change pas significativement lorsque l'on modifie

légèrement certaines de ses **entrées**. Nous comprenons alors que ce concept est primordial dès qu'il s'agit de prévoir ou spécifier l'évolution d'un tel système.

Nous allons mettre en pratique toute cette théorie dans la section suivante.

III.3 Commande de la digestion anaérobie

En ce qui concerne le contrôle de la digestion anaérobie, plusieurs auteurs se sont investis pour mieux comprendre ce processus complexe afin de mieux le contrôler. Parmi les objectifs de commande ciblés on peut citer : la régulation de la pollution en sortie, la stabilisation du procédé, l'optimisation de ses performances et la régulation du pH.

Nous trouvons dans littérature des approches différentes pour le contrôle des fermenteurs anaérobies. Elle peuvent être basées sur des approximations locales (contrôleur **PI** ou **PID** appliqué au système linéarisé) chose que nous verrons dans la section qui suit, des lois de commande linéarisantes nécessitant la connaissance parfaite du modèle, des cinétiques ainsi que tout ou partie de l'état, des commandes avancées,... ect.

Avant de mettre en oeuvre la loi de commande, vérifions la commandabilité du système. Nous avons calculé la matrice de commandabilité $C = [B, AB, A^2B, A^3B]$ et le critère de Kalman est vérifié (i.e. $\text{rang}(C) = 4$). Le système linéarisé est localement commandable.

III.3.1 Objectif de la commande PI appliquée au modèle AM2

Afin de s'initier de manière plus pragmatique au contrôle de ce processus biologique, nous vous suggérons, dans un premier temps, de tester une loi de commande permettant la stabilisation du procédé de digestion anaérobie autour d'un point de fonctionnement par le biais d'un contrôleur classique de type **PI**. Cette première approche consiste à linéariser le système au voisinage d'un point de fonctionnement, et à le stabiliser autour d'une consigne au moyen d'un régulateur classique de type PI. Le but est de réduire la concentration en polluants s_t qui est exprimé par [28] :

$$s_t = s_1 + \frac{k_1}{k_2} s_2$$

Notons que le terme $(\frac{k_1}{k_2} s_2)$ correspond à la quantité de substrat s_1 nécessaire pour obtenir par réaction d'acidogénèse totale, la quantité d'acides gras volatils s_2 [27]. La définition de s_t est proche de celle de la demande chimique en oxygène totale (mesure classique de la pollution organique), mais celle-ci est basée sur les rendements chimiques des réactions de combustion des composés organiques polluants.

En sortie du réacteur, s_t doit être maintenue en dessous d'une certaine valeur (s_t^*), généralement, fixée par des normes environnementales.

En d'autres termes, l'idée est de faire une régulation de type proportionnelle intégrale **PI** par une commande en taux de dilution $u(t) = D(t)$ qui sera considéré comme une entrée car ce dernier, constitue le moyen d'action le plus puissant pour des reacteurs fonctionnant en continu. En pratique, Il est très difficile d'agir sur une concentration

d'entrée. Le laboratoire LBE de Narbone dispose d'un système de dilution qui leur permet de contrôler la concentration d'entrée s_{in} (entrant dans le réacteur) est ainsi susceptible de varier entre 0 (l'eau seule est injectée) et la concentration réelle de l'effluent (lorsque l'eau n'est pas rajoutée). Mais il s'agit là d'un dispositif expérimental : en réalité, nous ne pouvons pas vraiment agir via s_{in} et il est préférable de considérer cette variable comme une entrée - au mieux une constante connue, au pire une perturbation non mesurée...

III.3.2 Synthèse de la commande PI

Il est connu que l'action intégrale est appelée à répondre à une exigence fondamentale de toute boucle de régulation qui réside en l'élimination de l'erreur de régulation en régime permanent. L'action intégrale est toujours associée à un terme proportionnel \mathbf{P} s'écrit comme suit :

$$D = D^* + K_p(s_t^* - s_t)$$

Où, k_p est le gain de l'action proportionnel et D^* est la valeur appliquer au système pour obtenir le point de fonctionnement ξ^* [18].

L'action intégrale \mathbf{I} complète l'action proportionnelle et permet d'éliminer l'erreur résiduelle en régime permanent. Cette action est utilisée lorsque nous désirons avoir en régime permanent, une précision parfaite, Elle s'écrit comme suit :

$$D = D^* + K_p(s_t^* - s_t) + K_i \int_0^t (s_t^* - s_t(\tau)) d\tau$$

Où K_i représente le gain de l'action proportionnel. Nous choisissons une consigne $s_t^* = 5(g/l)$ de faible valeur. La nécessité de choisir une consigne en concentration en pollution s_t^* suffisamment petite est essentiellement technique, afin de pouvoir garantir la convergence asymptotique de tout le système contrôlé vers un unique équilibre qui après calcul vaut : $\xi^* = [2.55 \ 0.89 \ 6.9 \ 1.014]^T$.

-

III.3.3 Résultat de simulation

Pour tester les performances temporelles du système corrigé, nous avons élaboré le modèle Simulink illustré sur la figure 17 (dont le schéma détaillé se trouve dans l'annexe B). Nous avons introduit le régulateur PI au système non linéaire AM2 qui est décrit en détail dans le chapitre 2. Il est à noter que cette simulation a été faite pour des paramètres de régulation $K_p = 3$ et $K_i = 0.0005$ qui représentent les meilleur paramètres de régulation du système. Avec ces valeurs de paramètres de régulation, l'erreur statique est de 0.077 et le temps de réponse est de 3.11 j.

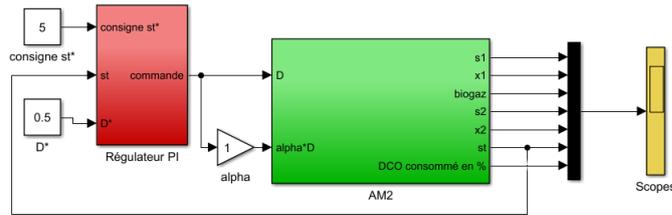


FIGURE III.2 – Bloc Simulink du modèle AM2 avec contrôleur PI

Les résultats de simulation sont satisfaisants dans le sens où la sortie rejoint la consigne après correction, donc le système est bien stable (figure III.3).

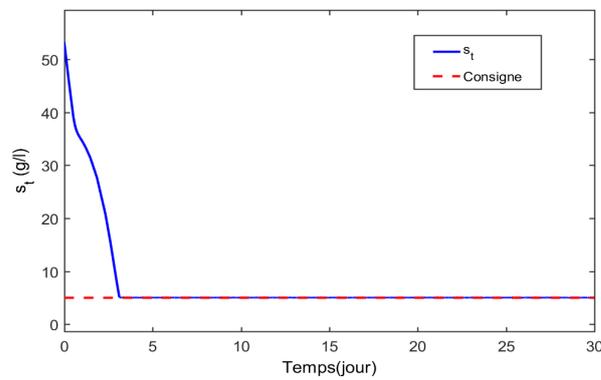


FIGURE III.3 – Convergence de s_t vers la consigne s_t^* après une régulation PI

Nous remarquons aussi que les états du système se stabilisent en régime permanent au tour du point de fonctionnement (figures III.4 et III.5).

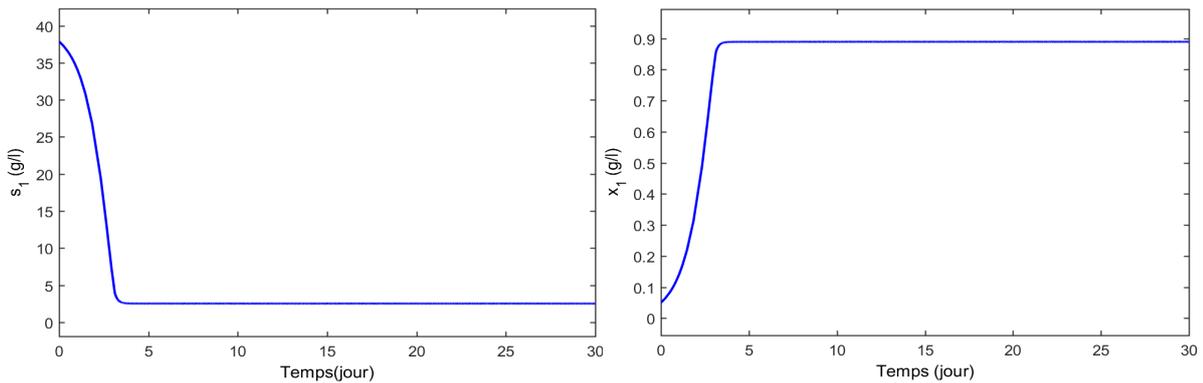


FIGURE III.4 – Évolution temporelle du substrat s_1 et des bactéries acidogènes x_1 après correction PI

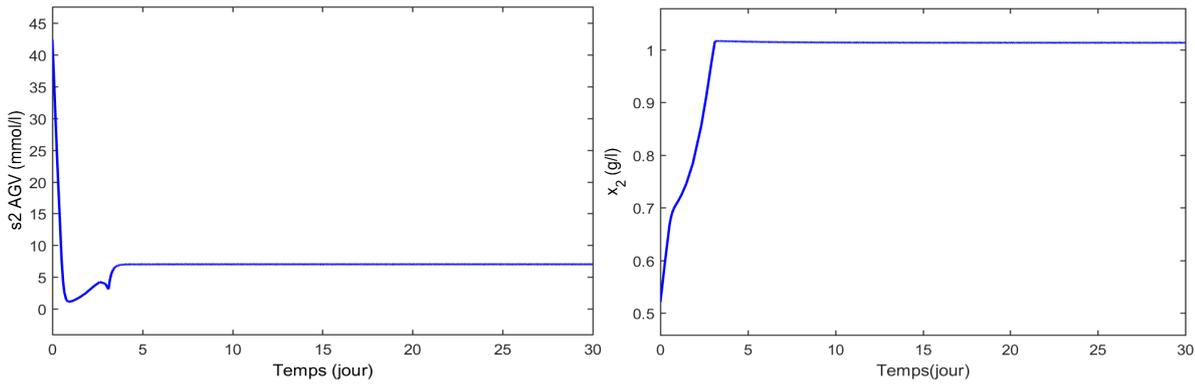


FIGURE III.5 – Évolution temporelle des AGV s_2 et des bactéries méthanogène x_2 après correction PI

En ce qui concerne la production de biogaz, nous constatons qu'elle atteint une valeur plus au moins importante. En effet, la production maximal du biogaz se fait autour de l'équilibre stable E_2^1 qui atteint la valeur $210(kg/m^3)$ mais pour cet équilibre, la concentration s_t converge vers valeur élevée (i.e $s_t = 14.4(g/l)$). Dans notre cas, la concentration du biogaz produite atteint une valeur de $144(kg/m^3)$ au bout du 5^{ème} jour comme montre la figure (III.6).

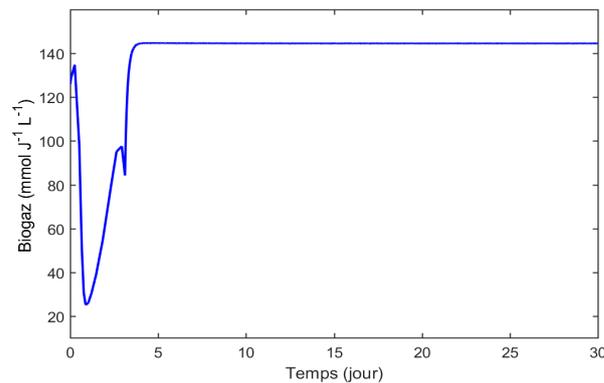


FIGURE III.6 – Évolution temporelle du débit de biogaz après correction PI

Cette commande, si elle est bien réglée, permet généralement d'obtenir des résultats satisfaisants. Il faut également souligné que ce régulateur est très apprécié dans la pratique, car il est facile à mettre en oeuvre. Toutefois, ses performances peuvent se dégrader relativement facilement (surtout en régime transitoire) en présence de perturbations **importantes** qui éloigneraient significativement la variable commandée de sa consigne. Ce cas est illustré dans la figure (III.7).

En effet, nous avons vérifié la robustesse du contrôleur, un bruit blanc additif à la concentration de substrat organique totale s_t à été ajouté . Nous remarquons qu'un simple bruit blanc à perturbé la sortie s_t .

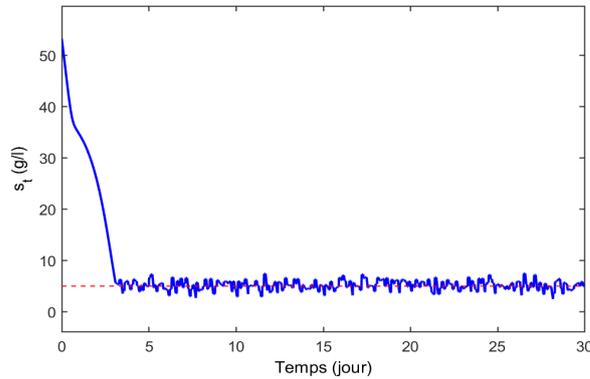


FIGURE III.7 – Évolution de s_t avec le contrôleur PI en présence d'un bruit blanc de niveau (10%)

III.3.4 Commande non linéaire basée sur le modèle

Comme une deuxième approche, nous avons opté pour une autre stratégie de commande, nous proposons une loi de commande avancée du type **stabilisante**, permettant de contrôler le niveau de pollution organique (la Demande Chimique en Oxygène, DCO). Pour rester dans la même optique, nous proposons le même objectif de contrôle que celui présenté précédemment qui consiste en la régulation d'un équivalent biologique de la DCO, défini comme la matière organique biodégradable totale, noté $s_t = s_1 + \frac{k_1}{k_2} s_2$, et la maintenir en dessous d'une certaine consigne s_t^* .

La solubilité du méthane étant très faible, nous supposons que le méthane produit est uniquement gazeux et que le flux de méthane sortant est mesuré en ligne :

$$y = \frac{Q}{k_4} = \mu_2(s_2)x_2$$

Notre objectif est de réguler la variable s_t en utilisant la sortie y et le taux de dilution D considéré comme une entrée.

Nous cherchons donc la loi régissant l'entrée D pour que s_t ait la dynamique suivante, $s_t^* > 0$ étant la consigne :

$$\dot{s}_t = D(\cdot)(s_t^* - s_t) \quad (\text{III.4})$$

la commande $D(\cdot)$ est calculé à partir de la sortie y comme suit :

On a :

$$s_t = s_1 + \frac{k_1}{k_2} s_2$$

Alors :

$$\dot{s}_t = \dot{s}_1 + \frac{k_1}{k_2} \dot{s}_2$$

\dot{s}_1 et \dot{s}_2 sont remplacées par leurs expressions respectives et nous obtenons ainsi :

$$\dot{s}_t = D(\cdot)(s_{tin} - s_t) - \frac{k_1 k_3}{k_2} \mu_2(s_2) x_2 \quad (\text{III.5})$$

Rappelons que : $y = \frac{Q}{k_4} = \mu_2(s_2) x_2$. En identifiant les deux équations (III.4) et (III.5), nous déduisons l'expression de la commande $D(\cdot)$ qui annule la dynamique de s_t :

$$D(\xi) = \frac{k_3 k_1}{k_2 (s_{tin} - s_t^*)} y$$

Les equations du modèle en boucle fermée deviennent :

$$\dot{s}_1 = D(\xi)(s_{1in} - s_1) - k_1 \mu_1(s_1) x_1 \quad (\text{III.6})$$

$$\dot{x}_1 = (\mu_1(s_1) - \alpha D(\xi)) x_1 \quad (\text{III.7})$$

$$\dot{x}_2 = \alpha D(\xi) (x_2^* - x_2) \quad (\text{III.8})$$

$$\dot{s}_t = D(\xi) (s_t^* - s_t) \quad (\text{III.9})$$

Faisons maintenant les hypothèses qualitatives suivantes, basées sur des constatations biologiques.

Hypothèse 1 (H1)

$$0 < s_t^* < s_{1in}$$

$\mu_1(\cdot)$ fonction strictement croissante sur $[0, s_t^*]$

$\mu_2(\cdot)$ fonction strictement croissante sur $[0, \frac{k_2}{k_1} s_t^*]$

Cette hypothèse reste très raisonnable : en pratique nous choisissons une consigne s_t^* de faible valeur. La nécessité de choisir une consigne en concentration en pollution s_t^* suffisamment petite est essentiellement technique, afin de pouvoir garantir la convergence asymptotique de tout le système contrôlé vers un unique équilibre. Sans oublier notre objectif qui est la dépollution de l'eau c'est à dire, à la sortie du bioreacteur, nous rejetons une eau d'une concentration en matière organique biodégradable totale s_t faible.

Proposition

Le système en boucle fermée admet un unique point d'équilibre ξ^* dans \mathbb{R}_+^4 . De plus ξ^* est globalement asymptotiquement stable sur \mathbb{R}_+^4 .

Preuve

Soit

$$D(\xi) = \frac{k_3 k_1}{k_2 (s_{tin} - s_t^*)} y \quad \text{et} \quad y = \frac{Q}{k_4} = \mu_2(s_2) x_2$$

alors

$$\mu_2(s_2) = D(\xi) \frac{k_2(s_{tin} - s_t^*)}{k_1 k_3 x_2}$$

Remplaçons cette expression dans (II.6), nous obtenons ainsi

$$\dot{x}_2 = D(\xi) \frac{k_2(s_{tin} - s_t^*)}{k_1 k_3} - \alpha D(\xi) x_2 \quad (\text{III.10})$$

Soit

$$x_2^* = \frac{k_2(s_{tin} - s_t^*)}{\alpha k_1 k_3} \text{ et } D(\xi) = D$$

Prouvons maintenant la stabilité asymptotique globale du modèle en boucle fermée. Nous imposons la convergence de s_t vers s_t^* et de x_2 vers x_2^* et nous démontrerons ceci par la suite.

Nous considérons ici l'équation différentielle

$$\dot{s}_t = D(\xi)(s_t^* - s_t)$$

avec les contraintes

$$\begin{aligned} s_t^* &> 0 \\ D(\xi) &\text{ une fonction de classe } C^1 \\ \forall t \geq t_0, D(\xi) &\geq 0 \end{aligned}$$

Nous effectuons ici l'analyse de cette équation et nous déduirons par la suite certaines propriétés importantes.

La solution s_t

De part sa grande similitude avec une équation linéaire du premier ordre, il est possible de résoudre exactement l'équation (III.9), et d'en donner la solution en partant d'une condition initiale s_{t_0} .

Nous obtenons

$$s_t = s_t^* + (s_{t_0} - s_t^*) e^{-\int_{t_0}^t D(\xi(\tau)) d\tau} \quad (\text{III.11})$$

D'après la contrainte de positivité de la fonction $D(\xi(\tau))$, nous avons de manière triviale

$$\forall t \geq 0, \int_{t_0}^t D(\xi(\tau)) d\tau \geq 0$$

Nous avons ainsi

$$\forall t \geq 0 \quad e^{-\int_{t_0}^t D(\xi(\tau)) d\tau} \in [0 \ 1]$$

Nous concluons que la solution $s_t(t)$ est bornée et vérifie

$$\forall t \geq 0, \min(s_{t_0}, s_t^*) \leq s_t(t) \leq \max(s_{t_0}, s_t^*)$$

Nous allons supposer à présent que $\int_{t=0}^{+\infty} D(\xi(\tau))d\tau = +\infty$, donc d'après l'équation (III.11), il est clair que le point s_t^* est globalement attractif.

$$\forall s_{t_0} \lim_{t \rightarrow +\infty} s_t(t) = s_t^* \quad (\text{III.12})$$

L'équilibre s_t^* est stable si pour chaque $\epsilon \geq 0$ et pour chaque $t_0 \in \mathbb{R}^+$, il existe un $\delta = \delta(\epsilon, t_0)$ tel que

$$\|s_{t_0} - s_t^*\| \leq \delta(\epsilon, t_0) \Rightarrow \forall t \geq t_0 \quad \|s_t(\epsilon, t) - s_t^*\| \leq \epsilon \quad (\text{III.13})$$

D'après l'équation (III.11), il est claire que

$$\forall t \geq t_0 \quad \|s_t(t) - s_t^*\| = \|s_{t_0} - s_t^*\| e^{-\int_{t_0}^t D(\xi(\tau))d\tau}$$

D'où

$$\|s_{t_0} - s_t^*\| \leq \delta \Rightarrow \forall t \geq t_0, \|s_t(t) - s_t^*\| \leq \delta e^{-\int_{t_0}^t D(\xi(\tau))d\tau}$$

Or

$$e^{-\int_{t_0}^t D(\xi(\tau))d\tau} \in [0 \ 1]$$

$$\|s_{t_0} - s_t^*\| \leq \delta \Rightarrow \forall t \geq t_0, \|s_t(t) - s_t^*\| \leq \delta \quad (\text{III.14})$$

Il suffit donc de prendre $\delta = \epsilon$ pour vérifier la notion de stabilité. Le point s_t^* est donc (localement) stable. Il est aussi globalement attractif. Par suite, s_t^* est globalement asymptotiquement stable pour l'équation (III.11).

III.3.5 Résultats de simulations

Pour simuler le modèle bouclé, nous considérons les valeurs des paramètres identifiées dans [12], résumées dans le tableau (II.2). Remarquons que dans la preuve ci-dessus, la convergence de s_t vers s_t^* est garantie tant que la consigne s_t^* est plus faible que s_{tin} (et non suffisamment petite). Nous avons effectué les simulations pour deux valeurs de consigne afin de vérifier la condition de convergence. Dans notre cas $s_{tin} = 103g/l$, alors, nous avons pris d'une part $s_t^* = 30g/l$ (cas où la condition initiale en substrat $s_{t_0} > s_t^*$) et l'autre part $s_t^* = 20g/l$ (le cas où la condition initiale en substrat s_{t_0} est inférieure à s_t^*) comme le montre la figure (III.8)

Les deux trajectoires correspondent à des valeurs différentes de la consigne s_t . Les résultats obtenus sont parfaitement en accord avec le comportement attendu.

Pour la suite de notre travail et après ce petit test de convergence, nous avons simulé le système bouclé en utilisant comme à notre habitude, les valeurs des paramètres du tableau (II.2). Nous choisissons la consigne $s_t^* = 5gDCO/L$. Les résultats de simulations sont présentés dans la Figure (III.9). Le bloc Simulink détaillé se trouve dans l'annexe C (figure 18)

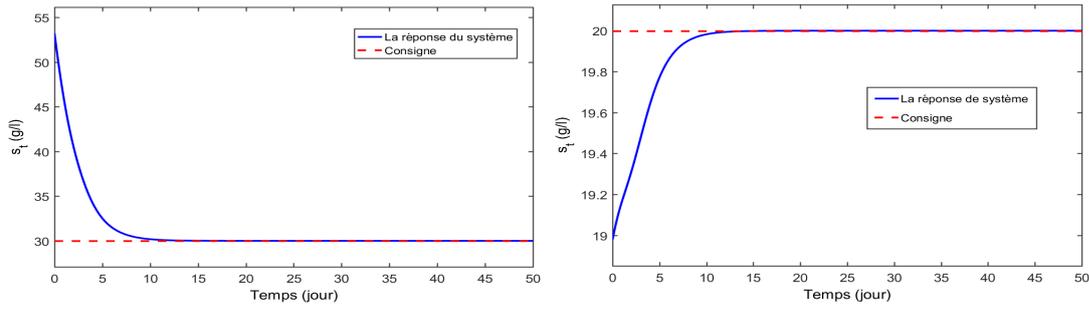
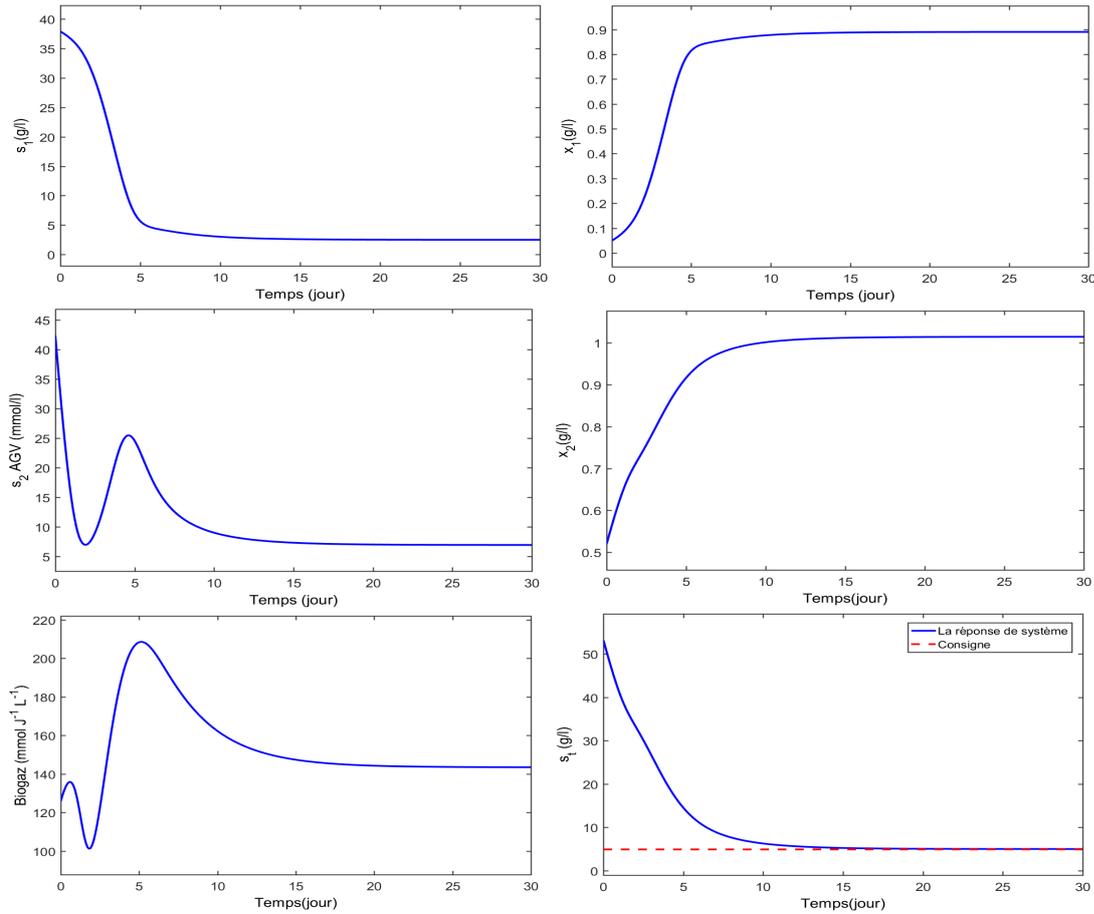
FIGURE III.8 – Évolution temporelle de s_t pour les deux consignes 30 et 20 g/l

FIGURE III.9 – Simulation du système bouclé

Nous constatons que le contrôleur est efficace et la DCO biodégradable totale s_t converge vers la consigne que nous lui avons fixé. La vitesse de convergence dépendante des conditions initiales, semble suffisante.

Nous avons non seulement considéré des incertitudes sur m_1 , m_2 et la charge organique en entrée mais aussi sur les paramètres K_1 , K_2 et k_i , $i = 1, 2$.

Nous avons testé la robustesse de cette loi de commande, notamment ; aux incertitudes de modélisation des cinétiques en faisant varier les valeurs de m_1 et m_2 mais aussi sur les paramètres K_1 et K_2 (voir figure III.11, III.13), elle s'est avérée robuste vis-à-vis de ces dernières : bien entendu, pour des valeurs plus faibles de m_1 et m_2 , la dynamique est plus lente mais s_t converge quand même vers les bonnes valeurs de consigne (figure (III.10, III.12). La commande est aussi robuste au bruit qui a été ajouté dans la mesure du débit de méthane (figure III.14).

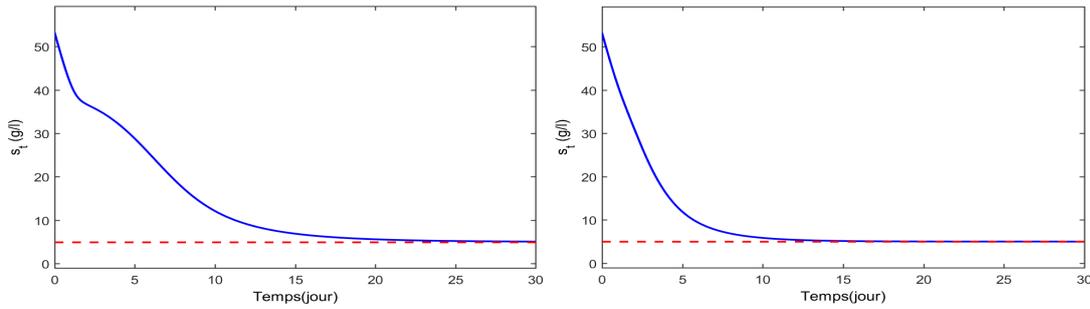


FIGURE III.10 – Évolution de s_t suite à une variation de m_1 :a gauche pour $m_1 = 0.6$, a droite pour $m_1 = 1.6$

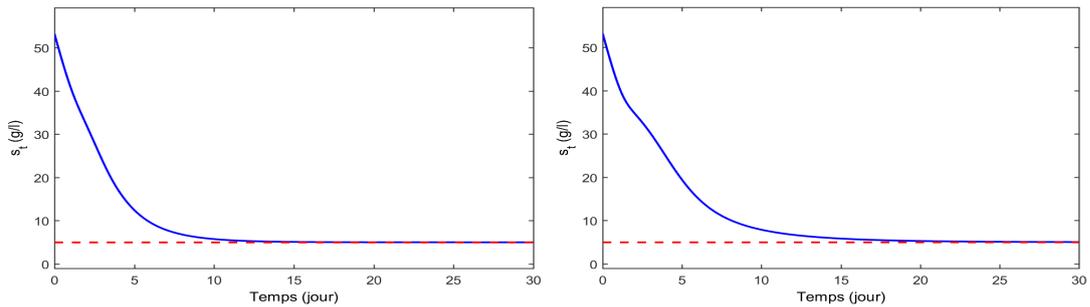


FIGURE III.11 – Évolution de s_t suite à une variation de K_1 :a gauche pour $K_1 = 1$, a droite pour $K_1=18$

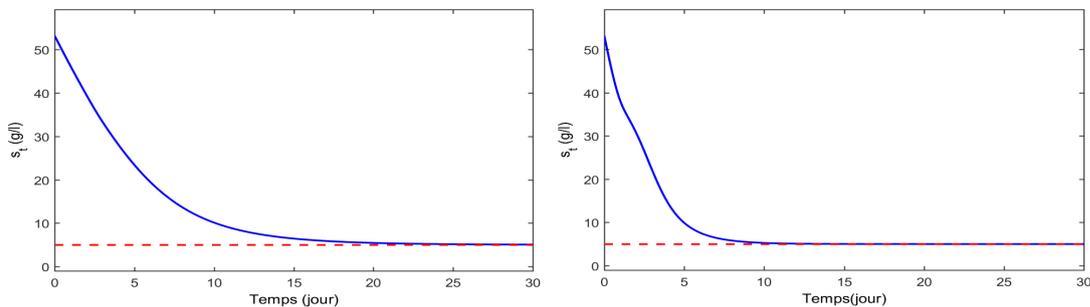


FIGURE III.12 – Évolution de s_t suite à une variation de m_2 :à gauche pour $m_2 = 0.4$, à droite pour $m_2 = 1$

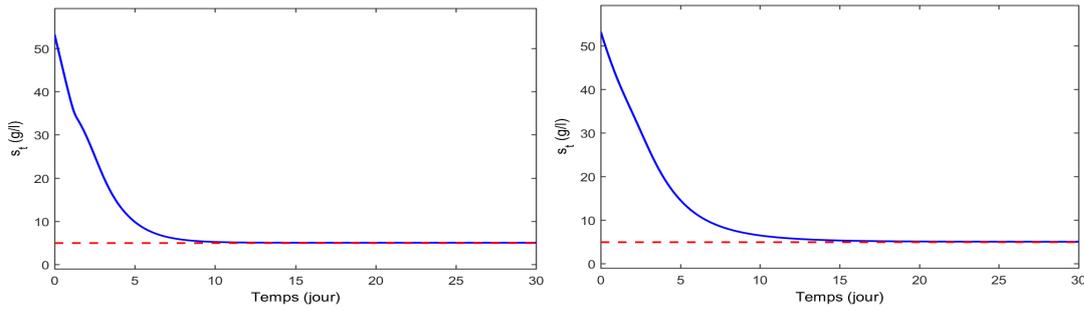


FIGURE III.13 – Évolution de s_t suite à une variation de K_2 :à gauche pour $K_2 = 1$, à droite pour $K_2 = 18$

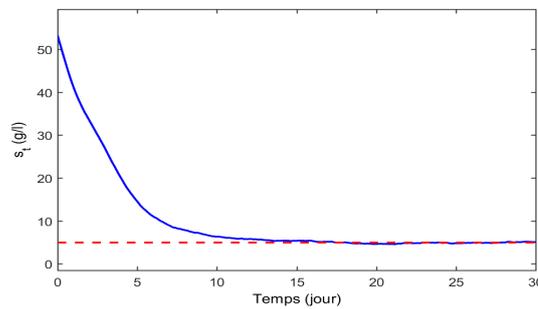


FIGURE III.14 – Évolution de s_t avec la commande robuste stabilisante en présence du bruit blanc de haut niveau (40%)

En revanche, lorsque nous avons changé significativement les valeurs des paramètres stoechiométriques (augmenter la valeur de k_2 ou diminuer la valeur de k_1) cela a conduit à la divergence de s_t (Figure III.15). En effet, si nous examinons dans le détail la forme du contrôleur, le fait de diminuer k_1 ou d'augmenter k_2 conduit à une diminution du taux de dilution.

D'un point de vue pratique, jouer sur les rendements signifie que sur une durée donnée, nous avons transformer davantage ou au contraire, moins de matière que le procédé réel, la loi de commande fini par faire n'importe quoi.

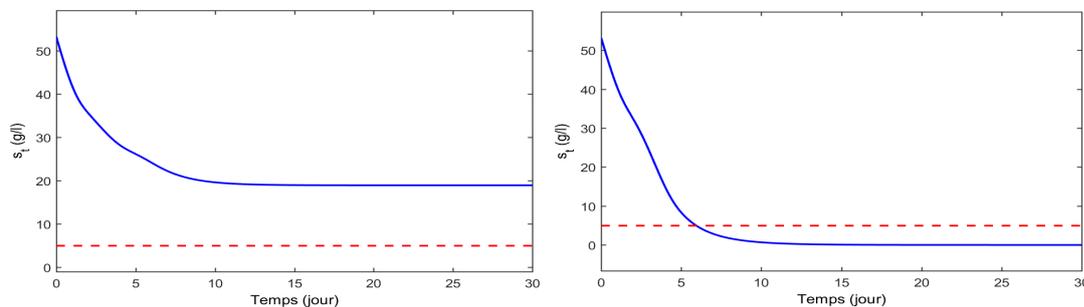


FIGURE III.15 – Divergence de s_t suite aux variations de k_1 et k_2 :a gauche pour $k_1 = 30$, a droite pour $k_2 = 90$

III.4 Conclusion

Nous avons proposé dans ce chapitre deux types de contrôleurs : un classique type PI et un autre non linéaire. Les deux contrôleurs ont pour but de stabiliser la matière organique biodégradable en sortie du fermenteur anaérobie. La commande PI donne des résultats satisfaisants pour des problèmes proches de la linéarité mais ce type de contrôleurs ne sont pas adaptés pour des problèmes multivariables, fortement non linéaires ce qui est en général, le cas des bioprocédés.

En ce qui concerne la deuxième loi de commande, il s'agit d'un retour de sortie statique, basée sur une mesure technologiquement simple. En pratique, l'inconvénient majeur qui limite l'utilisation de cette loi de commande est bien entendue la quantité importante d'informations nécessaire pour son implémentation : connaissance parfaite des cinétiques, des entrées et des états.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans ce travail, nous avons présenté et analysé un nouveau procédé d'épuration de l'eau en vue de sa réutilisation dans le domaine de l'agriculture. Il s'agit de station d'épuration de type anaérobie.

Dans un premier temps, nous avons rappelé les concepts généraux de la digestion anaérobie. Cette succession de réactions biologiques, dans laquelle un substrat organique est transformé essentiellement en CO_2 et CH_4 , implique un écosystème particulièrement complexe, dont le fonctionnement n'est pas encore entièrement bien maîtrisé. Pour garantir un bon fonctionnement de ce procédé, divers paramètres environnementaux (température, pH, alcalinité,...) revêtent une importance capitale.

Les stratégies de contrôle reposent bien évidemment sur des modèles mathématiques, ces derniers doivent représenter le plus fidèlement possible les systèmes étudiés. Dans le cas de notre étude, l'accent a été mis sur le modèle *AM2*.

En ce qui concerne la commande des procédés de digestion anaérobie, nous avons mis en oeuvre deux types de loi de commande : une classique PI et une autre avancée, non linéaire stabilisante. Les deux lois de commande avaient pour but de maintenir la charge organique DCO en dessous d'une certaine norme environnementale avant son rejet dans le milieu naturel.

Les résultats obtenus sont encourageants dans la mesure où ils nous ont permis d'avoir les conditions pour se familiariser davantage avec les procédés anaérobie. Les avantages et inconvénients ont été évalués globalement.

Ce modeste travail nous a donné l'envie de continuer en développant quelques axes qui nous paraissent intéressants à savoir : le développement de la "partie fortement chargée en matière organique", la dépollution biologique est à développer par rapport aux éléments toxiques issus des eaux usées provenant des hôpitaux par exemple qui est un domaine de recherche encore nécessaire pour répondre à ces préoccupations. S'agissant de la partie commande, il serait intéressant de faire un couplage observateur-régulateur

à partir de la mesure du débit de méthane (intégrer notre travail avec le travail d'ingénieur de notre camarade Melle BELLAMRI Ikram s'articulant autour de la synthèse d'observateurs non linéaires pour le modèle AM2). Il nous semble que ça fera un joli travail d'équipe.

Enfin, ce projet nous a vivement intéressé. Il touche plusieurs aspects : mathématiques, automatiques, biologiques, ... le tout dans un contexte environnemental auquel la communauté internationale est très sensible. Donc, de bonnes perspectives pour la suite!

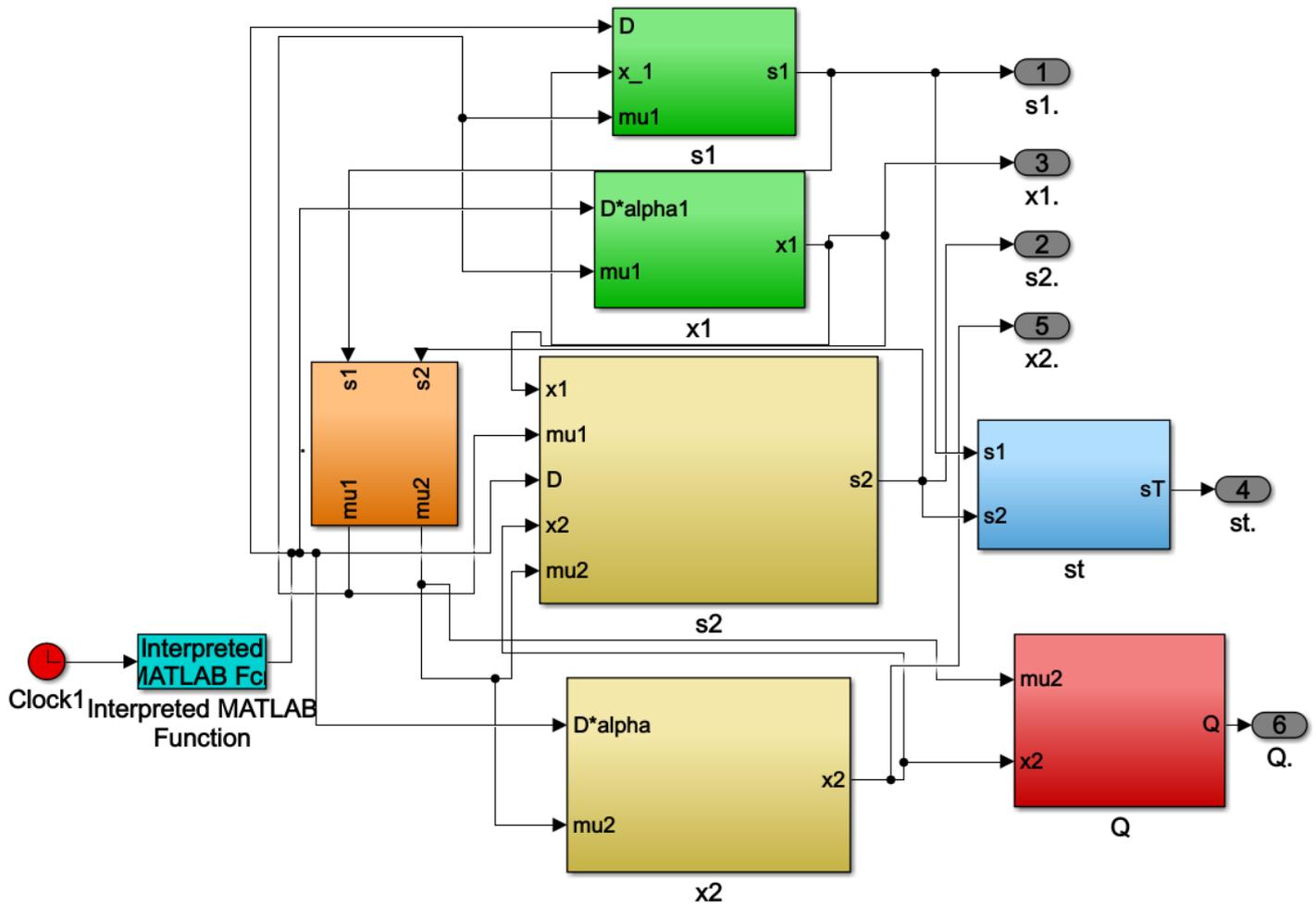
BIBLIOGRAPHIE

- [1] Agriculture : irrigation de plus de 11.000 hectares par les eaux épurées en 2019 ,01 mars 2020 , disponible sur : <http://www.aps.dz/economie/102360-agriculture-irrigation-de-plus-de-11-000-hectares-par-les-eaux-epurees-en-2019>.
- [2] Journée mondiale de l'eau, 20 mars 2020, disponible sur <https://fr.unesco.org/commemorations/waterday>.
- [3] Victor Alcaraz-González, Jérôme Harmand, Alain Rapaport, J-P Steyer, Víctor González-Álvarez, and Carlos Pelayo Ortiz. Robust interval-based regulation for anaerobic digestion processes. *Water science and technology : a journal of the International Association on Water Pollution Research*, 52 :449–56, 02 2005.
- [4] Wassila Arras. *Étude expérimentale et modélisation de la digestion anaérobie des matières organiques résiduelles dans des conditions hyperthermophiles*. PhD thesis, École de technologie supérieure, 2017.
- [5] DJ Batstone, J Keller, I Angelidaki, S Kalyuznyi, SG Pavlostathis, A Rozzi, WTM Sanders, H Siegrist, and VA Vavilin. Iwa task group for mathematical modelling of anaerobic digestion processes, 2002.
- [6] Boumédiène Benyahia. *Modélisation et observation des bioprocédés à membranes : Application à la digestion anaérobie*. PhD thesis, Université Montpellier 2 (Sciences et Techniques); Université Abou Bekraid, 2012.
- [7] Boumédiène Benyahia, Brahim Cherki, Jérôme Harmand, and Tewfik Sari. Quelques résultats sur l'observation du modèle am2b. In *11. African Conference on Research in Computer Science and Applied Mathematics. CARI'12*, 2012.
- [8] Boumédiène Benyahia, Tewfik Sari, Brahim Cherki, and Jérôme Harmand. Equilibria of an anaerobic wastewater treatment process and their stability. *IFAC Proceedings Volumes*, 43(6) :371–376, 2010.
- [9] Boumédiène Benyahia, Tewfik Sari, Brahim Cherki, and Jérôme Harmand. Sur le modèle am2 de digestion anaérobie. 2010.
- [10] Brahim Benyahia, T Sari, B Cherki, and Jérôme Harmand. Bifurcation and stability analysis of a two step model for monitoring anaerobic digestion processes. *Journal of Process Control*, 22(6) :1008–1019, 2012.

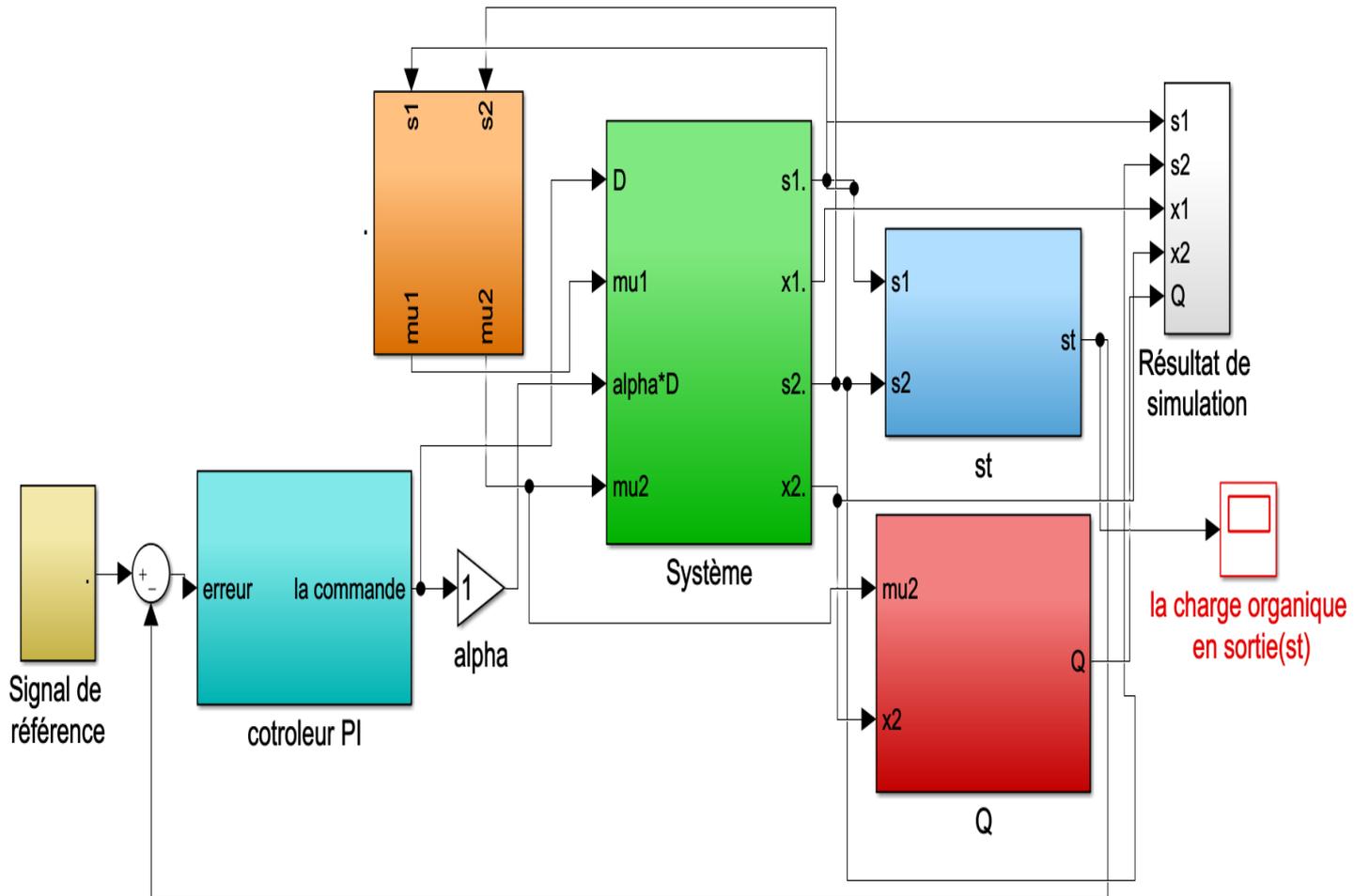
- [11] Olivier Bernard, Benoit Chachuat, Arnaud Hélias, and Jorge Rodriguez. Can we assess the model complexity for a bioprocess : theory and example of the anaerobic digestion process. *Water science and technology*, 53(1) :85–92, 2006.
- [12] Olivier Bernard, Zakaria Hadj-Sadok, Denis Dochain, Antoine Genovesi, and Jean-Philippe Steyer. Dynamical model development and parameter identification for an anaerobic wastewater treatment process. *Biotechnology and bioengineering*, 75(4) :424–438, 2001.
- [13] Khadidja ChaibDraa. Observation and control of anaerobic digestion processes for improved biogas production, 2017.
- [14] Denis Dochain (coordinateur). *Automatique des bioprocédés*. HERMES Science Publication, 2001.
- [15] Romain Cresson. Start-up of intensive anaerobic wastewater methanization processes : impact of hydrodynamic conditions and of control strategy of organic load increase on biofilm formation and activity. 2006.
- [16] COMPTE RENDU DE LA PRÉSENTATION DE and PHILIPPE DELFOSSE. Microbiologie de la digestion anaerobie.
- [17] Ibtissem DIDI. *Sur l'observation des systèmes non linéaires invariants : Application aux Bioprocédés*. PhD thesis, 2015.
- [18] Denis Dochain. *Bioprocess control*. British Library Cataloguing-in-Publication Data, ISBN : 978-1-84821-025-7, 2008.
- [19] Amel Ghouali. *Analyse et contrôle optimal d'un bioréacteur de digestion anaérobie*. PhD thesis, Université Montpellier 2 (Sciences et Techniques), 2015.
- [20] Mohamed Zakaria Hadj Sadok. *Modélisation et estimation dans les bioacteurs ; prise en compte des incertitudes : application au traitement de l'eau*. PhD thesis, Nice, 1999.
- [21] Ait Youcef Ilyes and DEVANT Le JURY. Intitulé : Commande avancées d'un procédé biologique. 2019.
- [22] EYNARD Julien. Modélisation, optimisation dynamique et commande d'un méthaniseur par digestion anaérobie.
- [23] Hassan K Khalil and Jessy W Grizzle. *Nonlinear systems*, volume 3. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [24] ZAC La. Objectifs, il est disponible sur <http://hmf.enseiht.fr/travaux/bei/beiere/book/export/html/2228>. 2014.
- [25] SARI T. LOBRY, C. Introduction à la théorie du contrôles. *l'école du CIMPA Contrôle non linéaire et Applications, Tlemcen, 2003*.
- [26] G Lyberatos and IV Skiadas. Modelling of anaerobic digestion—a review. *Global Nest Int J*, 1(2) :63–76, 1999.
- [27] Ludovic Mailleret. *Stabilisation globale de systèmes dynamiques positifs mal connus. Applications en biologie*. PhD thesis, 2004.
- [28] Ludovic MAILLERET, Olivier BERNARD, and Jean Philippe STEYER. Contrôle asymptotique non linéaire des fermenteurs anaérobie. *Journal européen des systèmes automatisés*, 37(2) :275–286, 2003.

-
- [29] Ludovic Mailleret, Olivier Bernard, and Jean-Philippe Steyer. Nonlinear adaptive control for bioreactors with unknown kinetics. *Automatica*, 40(8) :1379–1385, 2004.
- [30] René MOLETTA. Anaerobic digestion monitoring and control. laboratoire de biotechnologie de l'environnement inra avenue des etangs 11100 narbonne france.

Annexe A

FIGURE 16 – Schéma bloc *simulink* du système en BO

Annexe B

FIGURE 17 – Schéma bloc *simulink* du système corrigé avec PI

