

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
École Supérieure en
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية
-تلمسان-

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme de Master

Filière : Automatique
Spécialité : Automatique

Présenté par :
Samah KAHOUADJI et Ferdous Fatma TEMMOURI

Thème

**Stratégie de commande pour la maximisation
du biogaz: Application au modèle AM2**

Soutenu publiquement, le 09 / 09 / 2020, devant le jury composé de :

M L. MERAD	Professeur	ESSA. Tlemcen	Président
Mme A. GHOUALI ep BEDJAOUI	MCB	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
Mme I. DIDI ep BEMMOUSSAT	MCB	ESSA. Tlemcen	Co- Directeur de mémoire
M B. BENYAHIA	MCA	Université de Tlemcen	Examineur
M F. ARICHI	MCB	ESSA. Tlemcen	Examineur

Année universitaire : 2019 /2020

JE dédie cet humble travail à :

Mes chers et respectueux parents.

Aucun mot ne peut exprimer toute la gratitude envers mes parents qui ont su m'épauler tout au long de cette aventure, c'est grâce à eux que je me retrouve ici aujourd'hui. Vraiment aucune dédicace ne saurait exprimer mon amour. Je vous offre ce modeste travail en témoignage de votre patience, votre amour, votre soutien et pour votre encouragement, votre sacrifices et votre prières tout au long de mes études.

Merci d'être toujours là pour moi

A ma tendre Grand-Mère maternelle. Tous les mots, toutes les expressions ne peuvent exprimer mes sentiments et mes sincères gratitudes envers elle.

Mon grand frère Mouad, merci pour ton aide et ton soutien dans les moments difficiles et aussi *merci pour le pc*.

Mon petit frère Wail, je te souhaite un avenir plein de joie et de réussite.

Sans oublier la meilleure personne, que j'ai rencontrée durant ma période universitaire, qui m'a vraiment aidé et supporté, dans mes études. Il n'a jamais cessé de m'encourager, me conseiller, m'instruire et m'orienter afin d'arriver à mon but scientifique et moral. Merci "*Mohamed*".

Samah KAHOUADJI
Tlemcen, le 09 septembre 2020

A la mémoire de ma Grand-Mère paternelle, aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour vous.

Aux meilleurs parents qu'un enfant pouvait espérer avoir, « Amina et Nessredinne » merci pour tout.

A mes chères sœurs et frères « Ikram, Sarra et Imed » Je vous souhaite un avenir plein de joie, de bonheur, de réussite et de sérénité. Je vous exprime à travers ce travail mes sentiments de fraternité et d'amour.

A ma tendre Grand-Mère maternelle que je chérie tellement .

A mes deux tantes «Assia et Faiza» vous avez été présentes pour moi, votre affection et votre soutien m'ont été d'un grand secours au long de ma vie professionnelle et personnelle.

A celle qui porte un très grand cœur« Yousra »qu'on a tellement partagé ensembles .

A celle qui m'a supporté dans mes moments d'angoisse et qui m'a épaulé et soutenu, a toi ma chère «Rania» .

A « Safia» , malgré la distance tu es toujours dans mon cœur .

A «Amina et Imen» que dieu réunisse nos chemins pour un long commun serein.

A tout mes amis qui ont été présent pour moi et qui se reconnaîtront, je vous dit une seule chose merci d'être entré dans ma vie.

Ferdous Fatma TEMMOURI
Tlemcen, le 09 septembre 2020

REMERCIEMENTS

Nous remercions tout d'abord Dieu tout puissant de nous avoir donné le courage, la force et la patience d'achever ce modeste travail.

L'enseignant inspire, aide, motive... il transmet ses connaissances. S'il y a bien une personne qui a un rôle important dans nos vies, hormis nos parents, c'est bien sur l'enseignant. Nos remerciements les plus sincères à nos enseignants et profs pendant toute notre carrière d'études.

Nous tenons à remercier notre encadrant Mme Amel GHOUALI eps BEDJAOUI, car sans elle ce travail n'aurait jamais pu être. Nous exprimons tous nos sentiments, notre profond respect et notre sincère gratitude. Elle n'a jamais cessé de nous encourager, nous conseiller, nous instruire et nous orienter afin d'arriver à notre but.

Nous tenons à remercier également notre Co-encadrant Mme Ibtissem DIDI eps BEMOUSSAT, qui nous a été de très bons conseils, nous vous sommes reconnaissantes .

Nos remerciements s'adressent également à Monsieur le président du jury Mr Lotfi Merad, Professeur et chef de département du second cycle à l'ESSA de Tlemcen et à nos examinateurs Mr Fayçal Arichi, Maitre de conférence « B » et responsable de la filière « Automatique » à l'ESSA de Tlemcen et Mr Boumediene Benyahia, Maitre de conférence « A » à l'université de Tlemcen qui nous ont fait l'honneur d'évaluer notre travail.

Ferdous Fatma TEMMOURI Samah KAHOUADJI
Tlemcen, le 09 septembre 2020

TABLE DES MATIÈRES

I	Revue Bibliographique	3
I.1	Sur le contrôle de la digestion anaérobie	3
I.2	Le modèle AM2	5
I.2.1	La représentation canonique du AM2	7
I.3	Équilibres du modèle AM2	8
I.4	Conclusion	9
II	Contrôle sous-optimal appliqué au AM2	10
II.1	Commande sous-optimale pour la maximisation du biogaz	10
II.2	Synthèse de la loi de commande	11
II.2.1	Optimisation en régime permanent	11
II.2.2	Optimisation en régime transitoire	13
II.2.3	Surface de commutation	15
II.3	Discussion des résultats de simulation	15
II.3.1	Définition des niveaux de contrôle u_{min} , u_{max} et de l'ensemble cible S	16
II.4	Conclusion	19
III	Stratégie de commutation pour la maximisation du biogaz	20
III.1	Synthèse de la "switching" stratégie	20
III.1.1	Définition des niveaux de contrôle, de l'ensemble cible S et de l'instant de commutation	21
III.1.2	Quelques considérations sur l'instant de commutation	22
III.2	Discussion des résultats de simulation et étude comparative	23
III.3	Conclusion	24
	Conclusion générale perspectives	25
	Bibliographie	27
	Annexe A	29
	Annexe B	31

TABLE DES FIGURES

I.1	La cinétique de Monod	6
I.2	La cinétique de Haldane	6
I.3	Comportement global du système AM2	7
I.4	Les équilibres pour différentes valeurs du taux de dilution	9
II.1	Le portrait de phase du système dans le plan Δ fonctionnait avec le taux de dilution $u_s = 0.5179$	13
II.2	Les solutions possibles de $\mu_2(\xi_2) = u$	16
II.3	Le portrait de phase du système fonctionnait avec le taux de dilution $u_{min} = 0.38$	17
II.4	Le portrait de phase du système fonctionnait avec le taux de dilution $u_{min} = 0.3$	17
II.5	ellipsoïde déterminant l'ensemble cible S dans le plan $(x_1 \ x_2)$	18
II.6	Le portrait de phase sur le plan Δ du système contrôlé	19
III.1	Le débit de sortie de biogaz pour le système fonctionnait avec le taux de dilution u_{min} pour deux cas selon la condition initiale $(\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.52]')$ $(\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.2]')$	22
III.2	L'évolution temporelle de débit de sortie de biogaz pour une trajectoire du système contrôlé $(\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.52]')$	22
III.3	Évolution temporelle des états, de la séquence de contrôle et du débit de sortie de biogaz pour une trajectoire du système $(\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.52])$	23
III.4	Évolution temporelle du débit de sortie de biogaz pour une trajectoire du système $(\xi_s(0) = [37.89 \ 127.23 \ 0.05 \ 0.2])$ des deux contrôle proposés	24
5	Évolution temporelle des états, de la séquence de contrôle pour une trajectoire du système contrôlé $(\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.52])$	31

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les bioprocédés sont utilisés pour le traitement biologique des eaux usées et des déchets solides. Le principe du traitement biologique consiste à mettre en contact des microorganismes (bactéries) avec de la matière organiques (substrats) afin de les dégrader. L'épuration des eaux usées se fait par voie aérobie (Station de Traitement et d'Épuration, STEP), ou par voie anaérobie (Digesteurs Anaérobies ou Méthaniseurs). Bien évidemment, ces bioprocédés doivent être modélisés et contrôlés d'une manière automatique, afin d'optimiser leurs fonctionnements (ou performances) et aussi la qualité des eaux épurées.

Dans le domaine de la digestion anaérobie, plusieurs modèles ont été conçus afin de décrire concrètement le comportement biologique général du système, l'un des modèles les plus appropriés à notre étude le modèle AM2, qui rappelons le, est un modèle en deux étapes : l'acidogénèse et la méthanogénèse, il est basé sur l'hypothèse que les populations bactériennes de la digestion anaérobie sont divisées en deux principaux groupes avec des caractéristiques homogènes. Le modèle AM2 est décrit comme un modèle adapté pour le processus de la digestion anaérobie, puisqu'il prend en compte l'accumulation des acides gras volatils (AGV) dans le bioréacteur provoquant la déstabilisation du processus ce qui peut mettre en péril le système. Par la suite, sa remise en route demande de longs délais pouvant aller jusqu'à plusieurs mois ce qui n'est pas convenable ni du point de vue pratique ni du point de vue économique. La question qui se pose est comment pouvons nous assurer la stabilité des méthaniseurs dans le temps, améliorer leur rendement de traitement et optimiser la production de biogaz et ceci, en dépit de perturbations environnementales et de variations des paramètres clés du processus ?

A cet effet, la communauté scientifique de l'automatique s'intéressant aux bioprocédés, étudie la digestion anaérobie en terme de modélisation, d'observation et de contrôle afin de prendre en charge les différentes préoccupations citées plus haut.

Notre travail de master se situe dans le cadre de la commande du modèle AM2 en vue de la maximisation du biogaz. Ce mémoire est présenté de la manière suivante :

Dans le premier chapitre, nous présentons un état de l'art sur les différentes méthodes de contrôle de la digestion anaérobie existantes dans la littérature. Par la suite,

La modélisation mathématique ainsi qu'une analyse des équilibres du modèle AM2 sont rappelées brièvement. Il est à noter que cette étude mathématique est au coeur du chapitre 2 de notre mémoire d'ingénieur.

Dans le deuxième chapitre, nous proposons d'étudier une loi de commande visant la production maximale de biogaz d'un bioréacteur de digestion anaérobie modélisé par le modèle AM2. La stratégie de contrôle adoptée est le résultat de deux problèmes d'optimisation : la première est relative à la détermination d'un point d'équilibre optimal, il s'agit d'une optimisation statique. Le second concerne une optimisation dynamique s'articulant autour du Principe du Maximum de Pontryaguin pour trouver le contrôle permettant au système d'aller d'un état initial vers un état final tout en maximisant la production de biogaz.

Dans le troisième et dernier chapitre, une simple stratégie de commutation (switching strategy) est proposée pour optimiser le processus de digestion anaérobie et ceci en considérant d'autres mesures en comparant avec la première stratégie de commande.

Enfin, ce mémoire sera achevé par des conclusions et des perspectives.

I.1 Sur le contrôle de la digestion anaérobie

Plusieurs auteurs se sont investis pour mieux comprendre ce processus complexe afin de mieux le contrôler. Parmi les objectifs de commande ciblés nous pouvons citer : la régulation de la pollution en sortie, la stabilisation du procédé et l'optimisation de ses performances à savoir la maximisation de la production de biogaz qui sera au coeur de ce travail.

Dans ce qui suit, nous présentons un bref état de l'art sur les différentes méthodes de contrôle de la digestion anaérobie existantes dans la littérature.

Au cours de notre petite recherche, nous avons trouvé différentes approches pour le contrôle des digesteurs anaérobies. Elle peuvent être basées sur des approximations locales (contrôleur PI ou PID appliqué au système linéarisé), des lois de commande linéarisantes nécessitant la connaissance parfaite du modèle, des cinétiques ainsi que les états (travail d'ingénieur), des commandes dites avancées, des commandes heuristiques,... ect.

Les premiers contrôleurs reposaient sur des commandes simples de type "tout-ou-rien" (**TOR**), proportionnelle (**P**) ou encore proportionnelle intégrale (**PI**). En 1973, Graef et Andrews [6] ont testé en simulation le contrôle du pH, pour éviter l'acidification d'un réacteur suite à une surcharge organique, pour cela ils ont proposé de contrôler l'ajout de soude dans le digesteur par une commande **TOR**. L'intérêt d'agir sur le pH pour minimiser l'effet d'une surcharge organique se comprend aisément, à vrai dire, une des conséquences directes d'une surcharge est l'accumulation d'AGV qui entraîne la chute du pH du milieu et perturbe la croissance des microorganismes. En régulant le pH, il est possible de maintenir des conditions environnementales favorables à la croissance bactérienne.

Ces types de contrôleurs donnent des résultats satisfaisants pour des problèmes proches de la linéarité mais ils ne sont pas adaptés pour des problèmes multivariables, fortement non linéaires ce qui est en général, le cas des bioprocédés.

D'autres commandes ont vu le jour pour apporter des améliorations. Il s'agit des lois de commandes non linéaires basées sur des modèles. Nous pouvons citer les commandes linéarisantes. L'idée est d'imposer une évolution linéaire au système en boucle fermée. L'inconvénient de ces lois de commande découle des erreurs éventuelles de modélisation. Les différents paramètres sont difficiles à estimer de façon certaine, et une valeur erronée pourrait mettre en péril le système contrôlé [5].

Par ailleurs, les commandes adaptatives permettent de limiter la dérive de ces contrôleurs en incluant une étape d'estimation en-ligne des paramètres de la loi de commande [2]. En utilisant cette loi de commande, Renard et al. ainsi que Dochain et al. [11] ont pu réguler, respectivement, le propionate et la pression partielle en H_2 en dessous des concentrations inhibant le procédé. Suivant le même principe, Van Breusegem et al. [23], ont régulé le bicarbonate dans le but de garantir la stabilité du fermenteur face à une baisse d'activité des bactéries méthanogènes.

Les commandes dites avancées sont généralement utilisées lorsque nous disposons d'un "bon modèle". La commande adaptative, prédictive, stabilisante ainsi que la commande optimale sont des exemples de cette catégorie de commandes basées sur des modèles.

Un autre type de commande, c'est les commandes heuristiques. Ces dernières peuvent donner de bons résultats lorsqu'un grand nombre de données sont facilement accessibles, de bons résultats peuvent être obtenus grâce aux commandes heuristiques qui utilisent l'expertise de l'opérateur humain pour créer des règles simples qui sont capables de traiter les non-linéarités d'un système en évitant une trop grande complexité mathématique. A titre d'exemple, nous pouvons citer la commande **floue**. Punal et al. [10] ont régulé les AGV dans un digesteur en utilisant une loi de commande basée sur la logique floue. Nous pouvons citer d'autres commandes heuristiques [22].

Jusqu'à présent, nous avons recensé quelques stratégies de commande pouvant améliorer le procédé lorsque ce dernier n'est pas imposé par des contraintes épuratoires. Les différentes techniques évoquées précédemment peuvent être transposées à des objectifs d'optimisation dans le but d'améliorer les performances. De nombreuses stratégies de contrôle visant à maximiser la production de biogaz issue de la digestion anaérobie ont été proposées. Nous citons quelques uns qui ont servi de base pour notre travail de recherche à savoir, Sbarciog et coll. [19] [20] qui ont proposé une loi de contrôle visant la production maximale de biogaz d'un bioréacteur de digestion anaérobie. La stratégie de contrôle adoptée est le résultat de deux problèmes d'optimisation : une relative à la détermination d'un point d'équilibre optimal, il s'agit d'une optimisation statique. Une deuxième qui concerne une optimisation dynamique s'articulant autour du Principe du Maximum de Pontryaguin pour trouver le contrôle permettant au système d'aller d'un état initial vers un état final tout en maximisant la production de biogaz. Récemment, en considérant d'autres mesures, Sbarciog et al. [20] ont proposé une simple stratégie de commutation (switching strategy) pour optimiser le processus de digestion anaérobie.

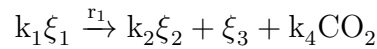
Toutes ces stratégies ont pour but d'amener le système le plus rapidement possible au voisinage du point optimal où la production de biogaz est maximale. Cette méthode de contrôler le système peut présenter un risque en cas de perturbations extérieures (surcharge organique) selon la zone du plan de phase dans laquelle le système se trouve. Dans ce cas, une étude qualitative des trajectoires est nécessaire pour informer l'opérateur des risques encourus.

Après avoir passé en revue les différentes commandes existantes dans la littérature, la maximisation du biogaz produit qui est une énergie renouvelable est notre objectif de commande est au coeur de nos préoccupations dans le cadre de ce travail. Mais pour ce faire, nous avons besoin d'un modèle mathématique. Il s'agit du modèle AM2 que nous allons rappeler brièvement.

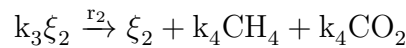
I.2 Le modèle AM2

A la suite de la revue bibliographique (chapitre 2 du mémoire d'ingénieur), notre choix s'est porté sur le modèle AM2 (à deux étapes). Ce dernier présente quelques avantages intéressants pour faire du contrôle ou de l'optimisation. Nous rappelons dans ce qui suit les deux schémas réactionnels relatifs au modèle AM2.

Dans la première réaction, les bactéries acidogènes de concentration ξ_3 décomposent le substrat carbonné ξ_1 en acide gras volatiles (AGV) qui devient le substrat ξ_2 suivant le schéma réactionnel :



Dans la seconde réaction, la population méthagonèse de concentration ξ_4 transforme ξ_2 en méthane CH_4 et CO_2 , communément appelé, biogaz.



Pour un réacteur continu parfaitement agitée, la dynamique du système est modélisé par les équations différentielles suivantes :

$$\dot{\xi}_1 = u(\xi_{1in} - \xi_1) - k_1r_1(.) \quad (\text{I.1})$$

$$\dot{\xi}_2 = u(\xi_{2in} - \xi_2) + k_2r_1(.) - k_3r_2(.) \quad (\text{I.2})$$

$$\dot{\xi}_3 = -u\xi_3 + r_1(.) \quad (\text{I.3})$$

$$\dot{\xi}_4 = -u\xi_4 + r_2(.) \quad (\text{I.4})$$

Tandis que le débit de sortie du gaz méthane est décrit sous la forme :

$$Q = k_4\mu_2(\xi_2)\xi_4 \quad (\text{I.5})$$

Où u représente le taux de dilution. ξ_{1in} , ξ_{2in} représentent respectivement les concentrations de substrat organique et d'acides gras volatils dans l'effluent. k_1 , k_2 et k_3 sont les coefficients stoechiométriques. k_4 est le rendement de la production de méthane.

Soit $\xi = [\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3 \ \xi_4] \in \mathbb{R}^{+4}$, le vecteur d'état. Les vitesses de réaction $r_1(\cdot)$, $r_2(\cdot)$ sont décrites par

$$r_1(\cdot) = \mu_1(\xi_1)\xi_3, \quad r_2(\cdot) = \mu_2(\xi_2)\xi_4$$

où $\mu_1(\xi_1)$ et $\mu_2(\xi_2)$, représentent, respectivement, les fonctions de Monod et de Haldane données par :

— La cinétique de Monod :

$$\mu_1(\xi_1) = m_1 \frac{\xi_1}{\xi_1 + K_1} \quad (\text{I.6})$$

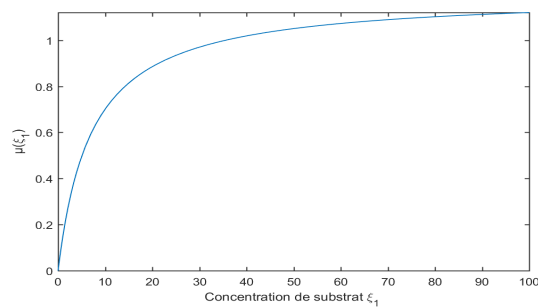


FIGURE I.1 – La cinétique de Monod

— La cinétique de Haldane :

$$\mu_1(\xi_2) = m_2 \frac{\xi_2}{\xi_2 + K_2 + \frac{\xi_2^2}{K_i}} \quad (\text{I.7})$$

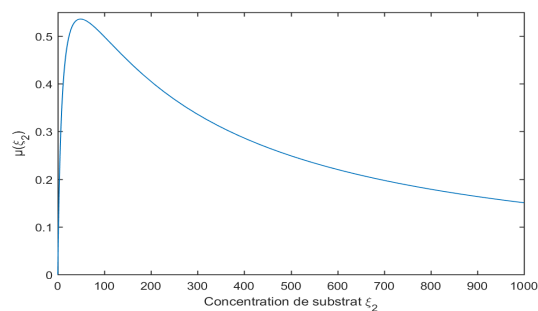


FIGURE I.2 – La cinétique de Haldane

Avec :

- K_1 : paramètre de demi- saturation lié a ξ_1 .
- m_2 : le taux de croissance maximal de ξ_4 sur ξ_2 .
- K_2 : constante de demi saturation associé à ξ_2 .
- K_i : constante d'inhibition associé à ξ_4 .

Le système (I.1)-(I.4) a une structure en cascade schématisée dans la figure (I.3) :

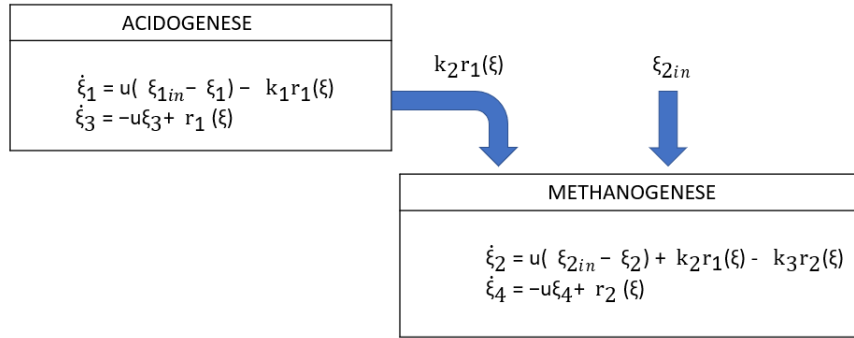


FIGURE I.3 – Comportement global du système AM2

I.2.1 La représentation canonique du AM2

Les équations du système (I.1)-(I.4) peuvent être réécrites sous la forme d'un système linéaire invariant dans le temps couplé dynamiquement à un système non linéaire [14]. Ainsi, le vecteur d'état devient sous la forme

$$\xi = [\xi_a \ \xi_b]^T, \text{ où } \xi_a = [\xi_3 \ \xi_4]^T \text{ et } \xi_b = [\xi_1 \ \xi_2]^T$$

Et une transformation linéaire des états : $x_a = \xi_a$ et $x_b = \xi_b - C_b C_a^{-1} \xi_a$

Par la suite, une représentation canonique de l'espace d'état du système de digestion anaérobie peut être obtenue [17] :

$$\dot{x}_a = u(w_a - x_a) + C_a \rho(x) \quad (\text{I.8})$$

$$\dot{x}_b = u(w_b - x_b) \quad (\text{I.9})$$

Avec :

$$x_a = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{+2}; x_b = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{+2}; C_a = I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_b = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 \\ k_2 & -k_3 \end{bmatrix}; w_a = \begin{bmatrix} w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; w_b = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{1in} \\ \xi_{2in} \end{bmatrix}$$

$$\rho(x) = \begin{bmatrix} \rho_1(x) \\ \rho_2(x) \end{bmatrix}; \rho_i(x) = r_i(\xi)|_{\xi_a=x_a, \xi_b=x_b+C_b C_a^{-1} x_a}, i = 1, 2$$

$$\omega_a = \begin{bmatrix} \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \omega_b = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{1in} \\ \xi_{2in} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{+2}$$

I.3 Équilibres du modèle AM2

Le modèle AM2 admet six points d'équilibres dont leurs nature dépend étroitement de la valeur du taux de dilution u , des concentrations dans l'effluent du substrat organique ξ_{1in} et des acides gras volatils ξ_{2in} , ces équilibres se trouvent dans le plan Δ :

$$\Delta = \{\xi \in \mathbb{R}^{+4} \mid \xi_1 + k_1\xi_3 = \xi_{1in}, \xi_2 - k_2\xi_3 + k_3\xi_4 = \xi_{2in}\}$$

Ici nous considérons que les concentrations des composants de l'effluent sont constants et connus. Ainsi l'apparition de l'équilibre est entièrement déterminée par le taux de dilution u . Une analyse détaillée des points d'équilibres du système est faite dans [3] que nous résumons ci-dessous.

- **Lessivage total** : il existe un seul état d'équilibre de ce type, dénoté par ξ_A est toujours physiquement indépendant de l'amplitude du taux de dilution.
- **Lessivage des bactéries méthanogènes** : il peut exister seulement un état d'équilibre de ce type noté par ξ_B , qui ne se produit que si $u < \hat{u}$ ou $\hat{u} = \mu_1(\xi_{1in})$.
- **lessivage des bactéries acidogènes** : il peut exister au plus deux états d'équilibre de ce type, notés ξ_C et ξ_D , qui ne se produisent simultanément que si $u^* < u < \tilde{u}$. $u^* = \mu_2(\xi_{2in})$ et $\tilde{u} = \max(\mu_2(\xi_2))$.
- **Coexistence des deux populations bactériennes** : il peut exister deux états d'équilibre de ce type, notés ξ_E et ξ_F , qui se produisent simultanément si $\xi_{1in} > \lambda_1$ et $\xi_{2in} > \lambda_2^i$. λ_1 est la solution de $\mu_1(\xi_1) = u$ et λ_2^i , $i = 1,2$ est la solution de $\mu_2(\xi_2) = u$.

La figure (I.4) représente le nombre et la nature des équilibres pour différentes valeurs de taux de dilution u . Ces valeurs ont été déterminés sur la base des paramètres du système donnés dans le tableau (II.1).

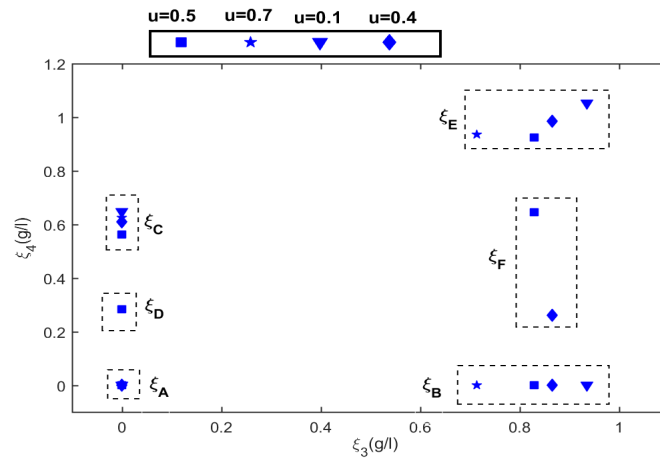


FIGURE I.4 – Les équilibres pour différentes valeurs du taux de dilution

I.4 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle existant de digestion anaérobie a été présenté : le modèle AM2. A partir de ce dernier, il s'agira dans une seconde phase, de proposer une stratégie de commande par rapport à un objectif fixé qui est la maximisation du biogaz.

CHAPITRE II

CONTRÔLE SOUS-OPTIMAL APPLIQUÉ AU AM2

Par rapport aux techniques classiques de dépollution (dégradation biologique aérobie qui se fait en présence d'oxygène), la digestion anaérobie présente plusieurs avantages :

- la dégradation d'effluents à forte concentration en matière organique.
- une faible production de boues (5 à 10 fois moins qu'un réacteur aérobie).
- la valorisation énergétique du biogaz.

Cependant, la croissance lente des micro-organismes impose des phases de démarrage lentes (de 2 à 9 mois) avant d'atteindre le fonctionnement nominal. De plus, en cas de surcharge du procédé, ce qui conduit à une accumulation des AGV (lessivage des bactéries méthanogènes) empêchant ainsi la production du biogaz. Proposer des stratégies de commande pour atteindre un seuil maximal de production de biogaz est au coeur de ce chapitre.

II.1 Commande sous-optimale pour la maximisation du biogaz

La stratégie de commande étudiée cette partie vise à maximiser la production de biogaz dans un bioréacteur anaérobie. La stratégie de contrôle adoptée est le résultat de deux problèmes d'optimisation : une relative à la détermination d'un point d'équilibre optimal (optimisation statique) et une deuxième qui concerne une optimisation dynamique s'articulant autour du Principe du Maximum de Pontryaguin pour trouver le contrôle permettant au système d'aller d'un état initial vers un état final tout en maximisant la production de biogaz.

D'un point de vue pratique, les équilibres intéressants sont ξ_E et ξ_F . Ces derniers assurent de biogaz. Un des équilibres permet d'avoir un taux de sortie de biogaz élevé, il s'agit de l'équilibre ξ_E contrairement à ξ_F . Ceci s'explique par le fait que la concentration des bactéries méthanogènes est plus élevée en ξ_E . De plus, ξ_E est toujours stable

tandis que ξ_F est instable.

L'optimisation en régime permanent fournit une solution qui permet d'atteindre le point d'équilibre optimal ξ_E (caractérisé par la production maximale de biogaz) mais en raison des multiples états stationnaires caractéristiques de ce système, cet état peut être atteint uniquement à partir d'un ensemble restreint de conditions initiales (figure (II.1)). Donc, il est suggéré d'utiliser une optimisation transitoire pour élargir l'ensemble des conditions initiales amenant le système à l'optimum, tout en assurant une production maximale de biogaz pendant le transitoire.

Dans ce qui suit, nous considérons uniquement le taux de dilution u comme variable de contrôle. Les concentrations d'entrée ξ_{1in} et ξ_{2in} sont considérées comme constantes qui valent, respectivement 40 g/l et 175 mmol/l.

II.2 Synthèse de la loi de commande

II.2.1 Optimisation en régime permanent

L'optimisation en régime permanent est défini comme de la manière suivante : trouver la consigne optimale ($\hat{\xi}_s = \xi_E^{u_s}$) et le taux de dilution optimal correspondant $u_s \in [u_{min} \ u_{max}]$ pour lequel le débit de sortie de méthane $Q(\hat{\xi}_s)$ soit maximal. L'analyse des points d'équilibres du modèle AM2 résumée dans le chapitre précédent, montre que les seuls points d'équilibre intéressants sont ξ_E et ξ_F : les deux sont caractérisés par la production de méthane. Il est cependant, facile de voir que le débit de méthane produit en ξ_E est supérieur au débit de méthane produit en ξ_F . Par conséquent, la consigne optimale est un point d'équilibre de type ξ_E , ayant l'expression analytique :

$$\xi_s = \begin{pmatrix} \xi_{1,s} \\ \xi_{2,s} \\ \frac{1}{k_1}(\xi_{1in} - \xi_{1,s}) \\ \frac{1}{k_2}(\xi_{2in} - \xi_{2,s}) + \frac{k_2}{k_1 k_3}(\xi_{1in} - \xi_{1,s}) \end{pmatrix}$$

Ainsi, en ce point d'équilibre, le débit de méthane est donné par :

$$Q = \frac{1}{k_1 k_4} \mu_2(\hat{\xi}_2) \left[(\xi_{2in} - \hat{\xi}_{2,s}) + \frac{k_2}{k_3} (\xi_{1in} - \hat{\xi}_{1,s}) \right] \quad (\text{II.1})$$

Pour déterminer u_s on calcule la solution

$$\frac{dQ}{d\hat{\xi}_{2,s}} = 0$$

Ce qui donne

$$\frac{1}{k_1 k_4} \left[(\xi_{2in} - \hat{\xi}_{2,s}) + \frac{k_2}{k_3} (\xi_{1in} - \hat{\xi}_{1,s}) \right] \mu_2'(\hat{\xi}_2) - \mu_2(\hat{\xi}_2) \left(1 + \frac{k_2}{k_3} \frac{d\xi_1}{d\xi_2} \Big|_{\xi_2 = \hat{\xi}_{2,s}} \right) = 0 \quad (\text{II.2})$$

A l'équilibre

$$\mu_1(\hat{\xi}_1) = \mu_2(\hat{\xi}_2) = u_s \quad (\text{II.3})$$

Après dérivation, nous obtenons

$$\frac{\mu'_1(\xi_1)}{d\xi_2} = \frac{\mu'_2(\xi_2)}{d\xi_1} \quad (\text{II.4})$$

Par suite

$$\left. \frac{d\xi_1}{d\xi_2} \right|_{\xi_2=\xi_{2,s}} = \frac{\mu'_2(\hat{\xi}_{2,s})}{\mu'_1(\hat{\xi}_{1,s})} \quad (\text{II.5})$$

Où, $\mu'_1(\xi_1)$ est la dérivée de $\mu_1(\xi_1)$ par rapport ξ_1 et $\mu'_2(\xi_2)$ est la dérivée de $\mu_2(\xi_2)$ par rapport ξ_2 .

Il est à noter que tous les équilibres du système en point de consigne optimale seront en fonction de u_s . En remplaçant (II.3) et (II.5) dans (II.2) et nous obtenons des conditions suffisantes pour déterminer le point d'équilibre optimal ξ_s et le taux de dilution optimal u_s . En considérant les valeurs des paramètres identifié dans [4] résumée dans le tableau (II.1), le taux de dilution optimal obtenu est $u_s = 0,5179 \text{ jour}^{-1}$ et le point de consigne optimal correspondant est : $\xi_s = [5.39 \ 29.65 \ 0.82 \ 0.9]'$.

Symbole	Valeur	Unité
m_1	1.2	j^{-1}
K_1	7.1	g/l
m_2	0.74	j^{-1}
K_2	9.28	$mmol/l$
K_i	256	$mmol/l$
k_1	42.14	g/g
k_2	116.5	$mmol/g$
k_3	268	$mmol/g$
k_4	453	$mmol/g$

Tableau II.1 – Valeurs des paramètres du modèle AM2

Nous portons votre attention que le démarrage du bioréacteur avec le taux optimal u_s est un choix risqué. En effet, Comme souligné dans le chapitre précédent, pour des taux de dilution élevés, les équilibres ξ_E et ξ_B sont localement asymptotiquement stables. Dans ce cas de figure, la convergence du système vers un équilibre ou l'autre est déterminée par la condition initiale du système. Dans [16], les auteurs ont souligné que plus le taux de dilution est élevé, plus la zone de stabilité du point opérationnel est petite. Ainsi, il faut partir soit d'une condition initiale proche du point optimal, au mieux, du point optimal lui même, sinon les trajectoires se dirigent vers le lessivage. D'un point de vue pratique, démarrer le bioreacteur au point optimal, signifie que la concentration

initiale de la biomasse est élevée (ce qui n'est pas réalisable à notre sens).

La figure (II.1), illustre le portrait de phase du système fonctionnant avec le taux de dilution $u_s = 0.5179$.

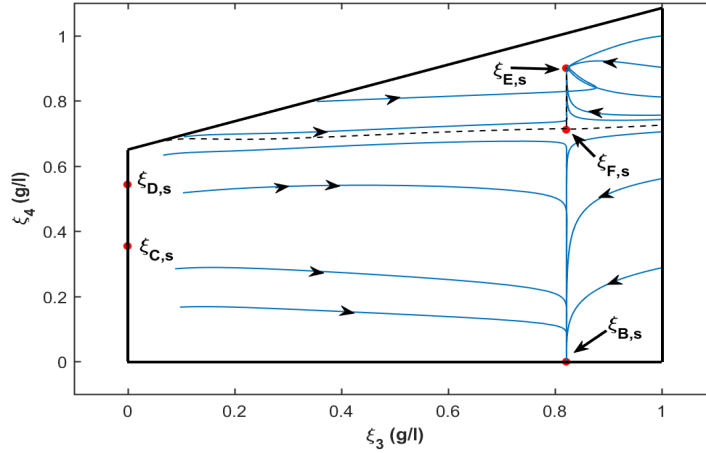


FIGURE II.1 – Le portrait de phase du système dans le plan Δ fonctionnant avec le taux de dilution $u_s = 0.5179$

II.2.2 Optimisation en régime transitoire

L'optimisation en régime transitoire a pour le but d'élargir l'ensemble des conditions initiales menant le système à l'optimum, tout en assurant une production maximale de biogaz pendant le transitoire. Le problème est formulé comme un problème de contrôle optimal en temps final libre. Le problème posé est le suivant :

Trouver le taux de dilution $u_s \in [u_{min} \ u_{max}]$ qui conduit, en un temps fini, le système (I.8), (I.9) d'un état initial à l'instant $t = 0$ au voisinage S du point d'équilibre optimal en régime permanent $\hat{\xi}_s$, tout en minimisant la fonctionnelle :

$$J(u) = \int_0^{t_f} [\alpha_1 u - Q] dt = \int_0^{t_f} [\alpha_1 u - k_4 \mu_1(\xi_2) \xi_4] dt \quad (\text{II.6})$$

où t_f représente le temps final de l'intervalle de contrôle et α_1 est un coefficient de pondération.

Le premier terme signifie la minimisation du travail de la pompe pendant le transitoire ou la minimisation du volume total de culture envoyé à travers le réacteur dans des conditions non optimales, tandis que le second terme signifie la maximisation du débit de sortie du biogaz et implicitement pour la maximisation de la croissance des bactéries méthanogènes.

C'est un problème de contrôle optimal classique, qui peut être résolu en utilisant le principe maximum de Pontryagin.

L'hamiltonienne du système s'écrit :

$$H = [\alpha_1 u - k_4 \mu_1(\xi_2) \xi_4] + p_1 u(w_1 - x_1) + p_2 u(w_2 - x_2) + p_3 [u(w_3 - x_3) + \mu_1(\xi_1) x_3] + p_4 [u(w_4 - x_4) + \mu_2(\xi_2) x_4]$$

Où p représente le vecteur adjoint tel que : $p = [p_1 \ p_2 \ p_2 \ p_2]^T$

Le Principe du Maximum de Pontryagin (PMP) énonce que la trajectoire optimale minimise l'hamiltonien du système [9] le long des trajectoires optimales. Par conséquent, maximiser la fonction objectif (II.6) revient à maximiser l'hamiltonien [19]. Pour calculer la solution optimale, nous devons résoudre un ensemble d'équations canoniques appelées conditions nécessaires d'optimalité qui régissent la dynamique de l'état d'une part et de l'état adjoint d'autre part. Ces équations sont détaillées dans l'annexe A 5 - 6)

$$\text{— état :} \quad \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}$$

$$\text{— état adjoint :} \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

L'hamiltonien est affine en la commande u , nous pouvons le réécrire sous forme

$$H = s_1(x, p) u + s_2(x, p) \quad (\text{II.7})$$

telle que

$$s_1(x, p) = \alpha_1 + \sum_0^4 p_i (w_i - x_i) \quad (\text{II.8})$$

$$s_2(x, p) = p_3 \mu_1(s_1) x_3 + (p_4 - k_4) \mu_2(s_2) x_4 \quad (\text{II.9})$$

Notons que

- La dynamique du système est stationnaire ;
- Le temps final t_f est libre ;
- L'indice de coûts ne contient pas de terme dans la condition finale ;
- L'ensemble cible S ne dépend pas du temps.

Dans ces conditions, le long d'une trajectoire optimale

$$H = s_1(x, p)u + s_2(x, p) = 0, \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (\text{II.10})$$

Donc par le principe du maximum, si nous nous trouvons dans un intervalle de temps $[t_1, t_2]$:

$$s_1(x, p) > 0 \Rightarrow u(t) = u_{min} \quad \text{pour} \quad t_1 < t < t_2 \quad (\text{II.11})$$

$$s_1(x, p) < 0 \Rightarrow u(t) = u_{max} \quad \text{pour} \quad t_1 < t < t_2 \quad (\text{II.12})$$

$$s_1(x, p) = 0 \Rightarrow (t_1, t_2) \quad \text{est un intervalle singulier} \quad (\text{II.13})$$

Dans le cas d'un intervalle singulier, le principe du maximum de Pontryagin ne fournit aucune information sur la commande u , qui doit être calculée à l'aide d'autres méthodes [19]. Cependant, nous pouvons montrer que pour le système (I.8), (I.9), des intervalles singuliers ne peuvent pas se produire. La preuve se trouve dans l'Annexe A. Ainsi, nous concluons que

- la stratégie de contrôle optimale est de type bang-bang [19];
- dans l'espace d'états du système (I.8), (I.9), il existe une surface de commutation $s_1(x) = 0$ telle que pour $x \notin S$:
 - $s_1(x, p) > 0 \Rightarrow u(t) = u_{min}$
 - $s_1(x, p) < 0 \Rightarrow u(t) = u_{max}$
- pour $x \in S$, $u = u_s$

II.2.3 Surface de commutation

La surface de commutation $s_1(x) = 0$ dépend du choix de l'ensemble cible S et du paramètre de pondération α_1 dans l'indice de coût J . Sa détermination nécessite la solution d'un ensemble d'équations différentielles canoniques non linéaires, les équations des états et les états adjointes avec des conditions initiales à $t = 0$, conditions finales et conditions de transversalité à $t = t_f$, qui constituent généralement un problème numérique difficile à résoudre [19]. Afin d'éviter ce problème, la commutation est choisie pour avoir lieu sur une surface de commutation sélectionnée de manière heuristique, conduisant ainsi, à une solution sous-optimale mais simple. Cependant, c'est aussi un problème délicat, car la surface de commutation doit satisfaire plusieurs conditions qui doivent être vérifiées par simulation de sorte que la surface de commutation soit dans la région d'attraction $\xi_E^{u_{max}}$ dans le but d'assurer la convergence du système vers l'ensemble cible S après la commutation de u_{min} à u_{max} . Sinon, le système va se diriger vers le lessivage $\xi_B^{u_{max}}$ donc pas de production de biogaz.

Nous proposons ici, de commuter (switcher) le taux de dilution de u_{min} vers u_{max} jusqu'à ce que la trajectoire du système atteigne la limite de stabilité $\partial\Omega(\hat{\xi}_E^{u_{max}})$.

II.3 Discussion des résultats de simulation

La stratégie de contrôle décrite dans la section précédente indique que le système doit démarrer avec un taux de dilution u_{min} jusqu'à ce que la surface de commutation soit atteinte, puis passer à u_{max} .

Cette stratégie est appliquée jusqu'à ce que l'ensemble cible S est atteint. Une fois la surface de commutation est atteinte, le taux de dilution optimal u_s est appliqué qui, à son tour, amènera les trajectoires vers le point optimal ξ_s (point où la quantité de biogaz est maximale).

Pour appliquer cette stratégie de contrôle, les étapes suivantes doivent être effectuées.

II.3.1 Définition des niveaux de contrôle u_{min} , u_{max} et de l'ensemble cible S

Le niveau maximal u_{max}

La stratégie de contrôle repose sur la convergence du système vers l'ensemble des équilibres, en particulier vers un point d'équilibre de type ξ_E . Par conséquent, u_{min} et u_{max} doivent être choisis de telle sorte que les équilibres de type ξ_E et ξ_F se présentent comme des équilibres physiques pour ces niveaux du taux de dilution.

$$u_{min} < u_{max} < \mu_2^M$$

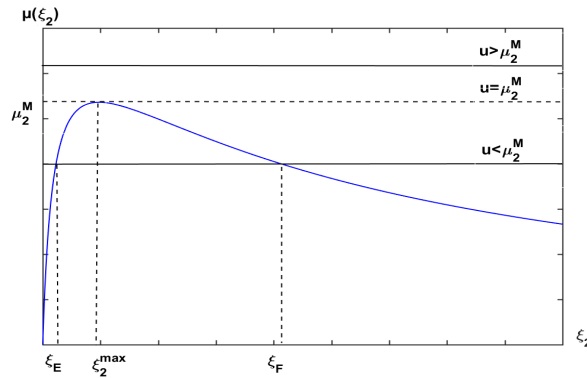


FIGURE II.2 – Les solutions possibles de $\mu_2(\xi_2) = u$

Le taux de dilution maximal $u_{max} > u_s$ doit être choisi de telle sorte que ξ_E et ξ_F soient des points d'équilibre physique, ce qui signifie que $u_{max} < \mu_2^M$ (voir figure II.2). Des valeurs de u_{max} supérieure à $\mu_2^M = \mu_2(\xi_2^{max}) = \frac{m_2}{1 + 2\sqrt{\frac{K_2}{K_i}}}$ correspondent à des situations dans lesquelles il n'y a pas de production de biogaz lors du lessivage total ou du lavage aux méthanogènes.

La valeur de $\mu_2^M = 0.536$, alors on prend $u_{max} = 0.535 \text{ jour}^{-1}$.

Le niveau minimal u_{min}

En ce qui concerne le taux de dilution minimal $u_{min} < u_s$, comme nous l'avons cité auparavant, permis les principaux objectifs de la stratégie de contrôle est d'éviter le lessivage des bactéries méthanogènes, qui peut se produire par un taux de dilution

anormalement élevé pour lors du démarrage du système. Par conséquent, la valeur minimal du contrôle u_{min} , doit être suffisamment basse pour empêcher l'apparition de ce phénomène, au moins à partir d'une large gamme de conditions initiales du système. Ainsi, deux alternatives peuvent être possibles :

$u_{min} < \bar{u}$ et $u_{min} > \bar{u}$. \bar{u} est le taux de dilution pour lequel $\xi_{2,F} + \frac{k1}{k2}\xi_{1,F} = \xi_{2in} + \frac{k1}{k2}\xi_{1in}$, il est calculé à partir de $(\mu_1(\xi_1) = u)$ et $(\mu_2(\xi_2) = u)$.

Pour les valeurs des paramètres données dans le tableau (II.1) $\bar{u} = 0.3495 \text{ jour}^{-1}$.

- **Cas $u_{min} > \bar{u}$** : le système converge vers l'équilibre $\xi_E^{u_{min}}$ ou $\xi_B^{u_{min}}$ ($\xi_B^{u_{min}}$ le point d'acidification du système fonctionnant avec le taux de dilution u_{min}) selon la condition initiale et plus u_{min} est grand plus la zone de stabilité de $\xi_B^{u_{min}}$ est grande. Donc il faut faire attention à l'état initial du système.

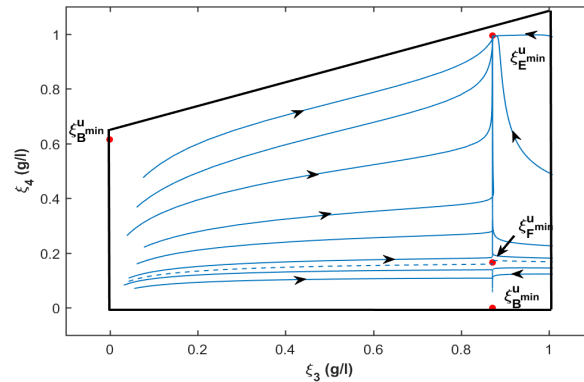


FIGURE II.3 – Le portrait de phase du système fonctionnant avec le taux de dilution $u_{min} = 0.38$

- **Cas $u_{min} < \bar{u}$** : dans ce cas le système possède quatre équilibre et uniquement $\xi_E^{u_{min}}$ est localement asymptotiquement stable. Ainsi, à partir de toute condition initiale caractérisée par la présence des deux bactéries, le système converge vers $\xi_E^{u_{min}}$ comme le montre la figure (II.4) :

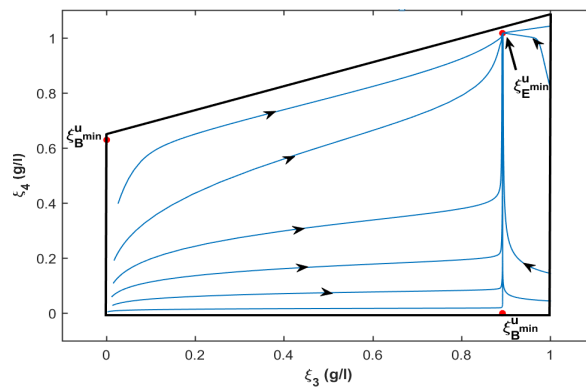


FIGURE II.4 – Le portrait de phase du système fonctionnant avec le taux de dilution $u_{min} = 0.3$

Ainsi, Le niveau de contrôle minimal sélectionné dans notre étude est :
 $u_{min} = 0.3 \text{ jour}^{-1}$.

L'ensemble cible S

L'ensemble cible S détermine le moment de commutation entre u_{max} et u_s , il est défini comme une ellipsoïde dont le centre est le l'équilibre optimal $\xi_{E,s}$ et de rayon $r_i, i = 1...4$ tel que $\xi_E^{u_{max}}$ se trouve à l'intérieur de l'ensemble cible S [20]

$$\sum_{i=1}^4 \frac{(\xi_i - \xi_{i,s})^2}{r_i^2} \leq 1$$

Les paramètres $r_i, i = 1...4$, sont choisis de sorte que $\xi_E^{u_{max}}$ (le point d'équilibre nominal du système obtenu avec le taux de dilution u_{max}) se trouve à l'intérieur de l'ensemble cible S . Cela empêche le système de se stabiliser autour de $\xi_{E,s}$, sans pouvoir passer au taux de dilution optimal u_s [20].

Les paramètres r_i de l'ensemble cible sont donnés par : $r_1 = 1.2$, $r_2 = 0.015$, $r_3 = 14.7$, $r_4 = 0.07$. La figure (II.5) définit l'ensemble cible sur le plan $(x_1 x_2)$:

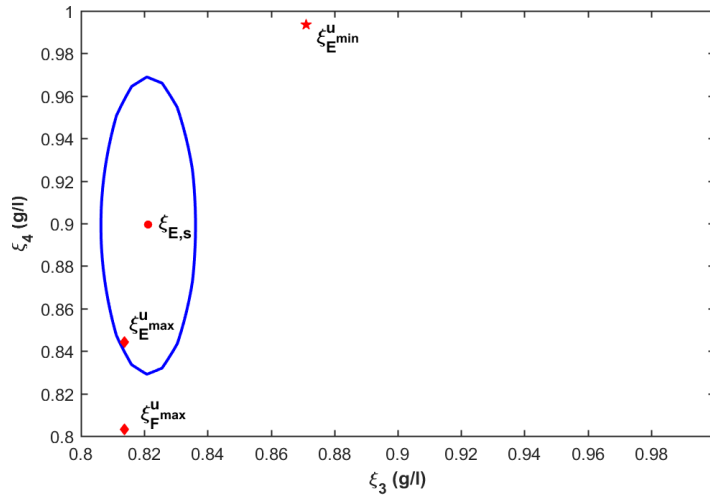


FIGURE II.5 – ellipsoïde déterminant l'ensemble cible S dans le plan $(x_1 x_2)$

Nous avons sélectionné la surface de commutation de u_{min} à u_{max} d'une manière heuristique tout en prenant en considération que cette surface se trouve dans la bassin d'attraction de $\xi_E^{u_{max}}$ pour assurer la convergence du système vers l'ensemble cible S :

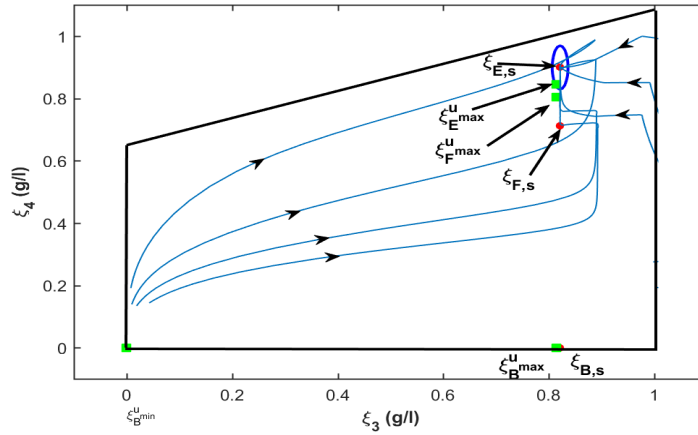


FIGURE II.6 – Le portrait de phase sur le plan Δ du système contrôlé

La loi de contrôle proposée a élargi la région d'attraction du point d'équilibre optimal x_s . A présent, le point d'équilibre optimal ξ_s peut être atteint à partir d'une région plus large en comparaison avec le système non contrôlé qui est illustré dans la figure (II.1)

II.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à une stratégie de contrôle optimal visant à maximiser la quantité de biogaz issu de la fermentation ont été proposées. Afin de se familiariser davantage avec ce type de commande, nous avons mis en exergue la commande sous-optimale proposée par [20].

L'approche adoptée le résultat de deux problèmes d'optimisation :

- i) la première est relative à la détermination d'un point d'équilibre optimal, il s'agit d'une optimisation statique.
- ii) Le second concerne une optimisation dynamique s'articulant autour du Principe du Maximum de Pontryaguin pour trouver le contrôle permettant au système d'aller d'un état initial vers un état final tout en maximisant la production de biogaz.

La synthèse de la loi de commande a été obtenue en utilisant le principe du maximum de Pontryaguin. Il suffit de démarrer avec un contrôle u_{min} pour atteindre la surface de commutation puis basculer vers u_{max} qui, à son tour va aider les solutions à atteindre un voisinage du point optimal puis et d'y rester grâce au contrôle optimal u_s . La stratégie de contrôle proposée a élargi d'une manière considérable le bassin d'attraction du point d'équilibre optimal.

CHAPITRE III

STRATÉGIE DE COMMUTATION POUR LA MAXIMISATION DU BIOGAZ

Ce chapitre présente une simple stratégie de commutation (switching strategy) pour optimiser le processus de digestion anaérobie. Cette loi a pour but d'amener le système le plus rapidement possible au voisinage du point optimal, c'est-à-dire où la production de biogaz est maximale.

La loi de commande consiste à commuter le taux de dilution entre u_{min} et u_{max} de sorte que le système soit entraîné au voisinage d'une consigne optimale caractérisée par la production maximale de la biogaz. La stratégie est similaire à celle proposée dans le chapitre précédent. Bien qu'ayant le même objectif, il existe une différence fondamentale entre les deux stratégies dans le type de mesure supposée.

III.1 Synthèse de la "switching" stratégie

La stratégie de commutation proposée dans ce chapitre a la même structure que le contrôle sous-optimal mais elle ne nécessite que la mesure du débit de sortie de biogaz, qui est l'une des mesures les plus courantes dans les systèmes de digestion anaérobie. Cette stratégie de commutation (switching control) fait passer le système d'un état initial arbitraire à un petit voisinage S du point optimal ξ_s , appelé en outre ensemble cible (II.5). Une fois la cible atteinte, le taux de dilution bascule vers la valeur optimale u_s , de sorte que le système se stabilise autour du point optimal. Le passage d'un état initial vers un état situé à l'intérieur de l'ensemble cible est réalisée en mesurant le débit de sortie de biogaz (la variable contrôlée) et en faisant passer le taux de dilution de u_{min} à u_{max} lorsqu'une diminution de Q est constatée.

La synthèse de la loi de commande est donnée par

- faire fonctionner le système de digestion anaérobie avec un taux de dilution minimal u_{min} jusqu'à ce qu'une diminution du débit de sortie de biogaz $Q(\xi)$ soit détectée;
- faire fonctionner le système avec un taux de dilution maximal u_{max} jusqu'à ce que

la cible fixée S soit atteinte ;

- faire fonctionner le système avec le taux de dilution optimal u_s .

L'avantage de cette stratégie de démarrage dépend d'une part du bon choix de u_{min} , u_{max} et de la définition de S et d'autre part de l'instant de commutation.

III.1.1 Définition des niveaux de contrôle, de l'ensemble cible S et de l'instant de commutation

Le choix des niveau de contrôle u_{min} , u_{max} et u_s est basé sur le même principe dans le contrôle sous-optimal.

La stratégie de contrôle repose sur la convergence du système vers le point d'équilibre de type ξ_E . Par conséquent, u_{min} et u_{max} doivent être choisis de telle sorte que les équilibres de type ξ_E et ξ_F se produisent comme équilibres physiques pour ces niveaux du taux de dilution. L'un des principaux objectifs de la stratégie de contrôle est d'éviter le lessivage des bactéries méthanogènes au démarrage, qui peut se produire en raison d'un taux de dilution trop élevé pour l'état initial du système. Par conséquent, u_{min} doit être suffisamment faible pour empêcher l'apparition de ce phénomène, au moins à partir d'un grand ensemble de conditions initiales du système. Ainsi, nous pouvons choisir

$$u_{min} < \bar{u} \quad (\text{III.1})$$

Dans ce cas le système converge vers un équilibre de type ξ_E à partir de toutes les conditions initiales caractérisées par la présence des deux bactéries, car le point d'acidification ξ_B est instable (voir figure (II.4)). Alternativement, nous pouvons sélectionner

$$u_{min} > \bar{u} \quad (\text{III.2})$$

mais dans ce cas, il faut bien choisir l'état initial du système. Plus u_{min} est supérieur à \bar{u} , plus la région de stabilité de $\xi_B^{u_{min}}$ (le point d'acidification du système fonctionnant avec le taux de dilution u_{min}) est grande [20] (voire figure (II.2)).

L'ensemble cible détermine le moment de la commutation entre u_{max} et u_{min} et il est défini comme :

$$\sum_{i=1}^4 \frac{(\xi_i - \xi_{i,s})^2}{r_i^2} \leq 1$$

Les paramètres $r_i, i = 1..4$ doit être choisi de telle sorte que $\xi_E^{u_{max}}$ (le point d'équilibre nominal du système fonctionnant avec le taux de dilution u_{max}) se trouve à l'intérieure de l'ensemble cible S . Cela empêche le système de se stabiliser dans $\xi_E^{u_{max}}$, sans possibilité de passer au taux de dilution optimal [20].

En considérant les valeurs des paramètres identifié dans [4] récapitulé dans le tableau (II.1) : Les valeurs de $u_{min} = 0,3 \text{ jour}^{-1}$ et $u_{max} = 0,535 \text{ jour}^{-1}$. Le taux de dilution optimal obtenu à partir de l'optimisation en régime permanent est $u_s = 0,5179 \text{ jour}^{-1}$ et le point de consigne optimal correspondant est $\xi_s = [5.39 \ 29.65 \ 0.82 \ 0.9]'$ (les calculs sont bien détaillés dans le chapitre précédent). Les paramètres de l'ensemble cible ont été choisis de sorte que $r_1 = 1.2$, $r_2 = 0.015$, $r_3 = 14.7$, $r_4 = 0.07$ (voire figure (II.5) qui définit l'ensemble cible sur le plan $(x_1 \ x_2)$).

L'instant de commutation : est l'instant de commutation de taux de dilution de u_{min} à u_{max} lorsqu'une diminution du débit de sortie de biogaz est détectée [20].

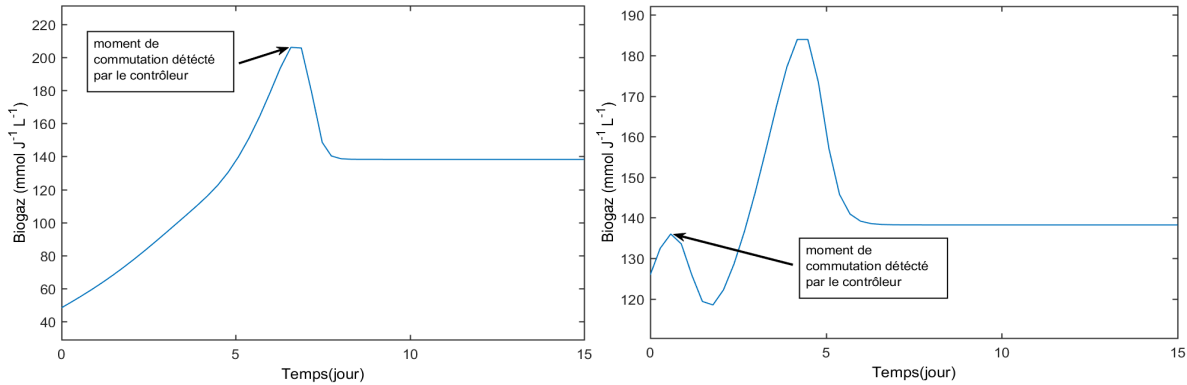


FIGURE III.1 – Le débit de sortie de biogaz pour le système fonctionnait avec le taux de dilution u_{min} pour deux cas selon la condition initiale ($\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.52]'$) ($\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.2]'$)

III.1.2 Quelques considérations sur l'instant de commutation

La figure (III.2) présente l'évolution temporelle du débit de biogaz pour une trajectoire du système contrôlé ($\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.52]'$), dans lequel la trajectoires converge vers le point d'acidification $\xi_{B,s}$. Cela se produit du fait que le contrôleur commute entre u_{min} et u_{max} à un moment où l'état du système n'est pas encore dans la région d'attraction de $\xi_E^{u_{max}}$. Notez que, bien que le taux de dilution change lorsqu'une diminution du débit de sortie de biogaz est détectée, cette diminution peut être soit une petite variation, soit être liée à un maximum local (comme c'est le dans notre cas la Figure (III.1))(l'évolution des état est dans annexe B figure 5).

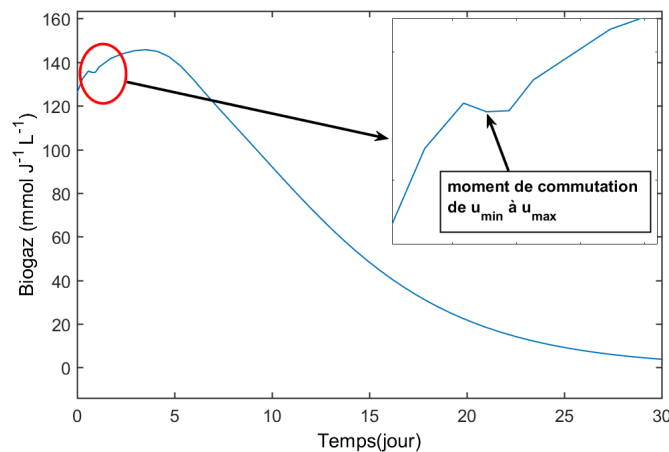


FIGURE III.2 – L'évolution temporelle de débit de sortie de biogaz pour une trajectoire du système contrôlé ($\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.52]'$)

Pour surmonter ce problème, la stratégie de commutation est reconsidérée, de sorte que les retours (de u_{max} à u_{min}) sont autorisés à chaque fois que le débit de sortie de

biogaz diminue. Cette approche résout le problème du lessivage des bactéries méthanogènes. La figure (III.3) montre la réponse du système commandé en utilisant stratégie de commutation multiple pour l'état initial générant la convergence vers le lessivage dans l'approche de commutation cité dans le chapitre précédent.

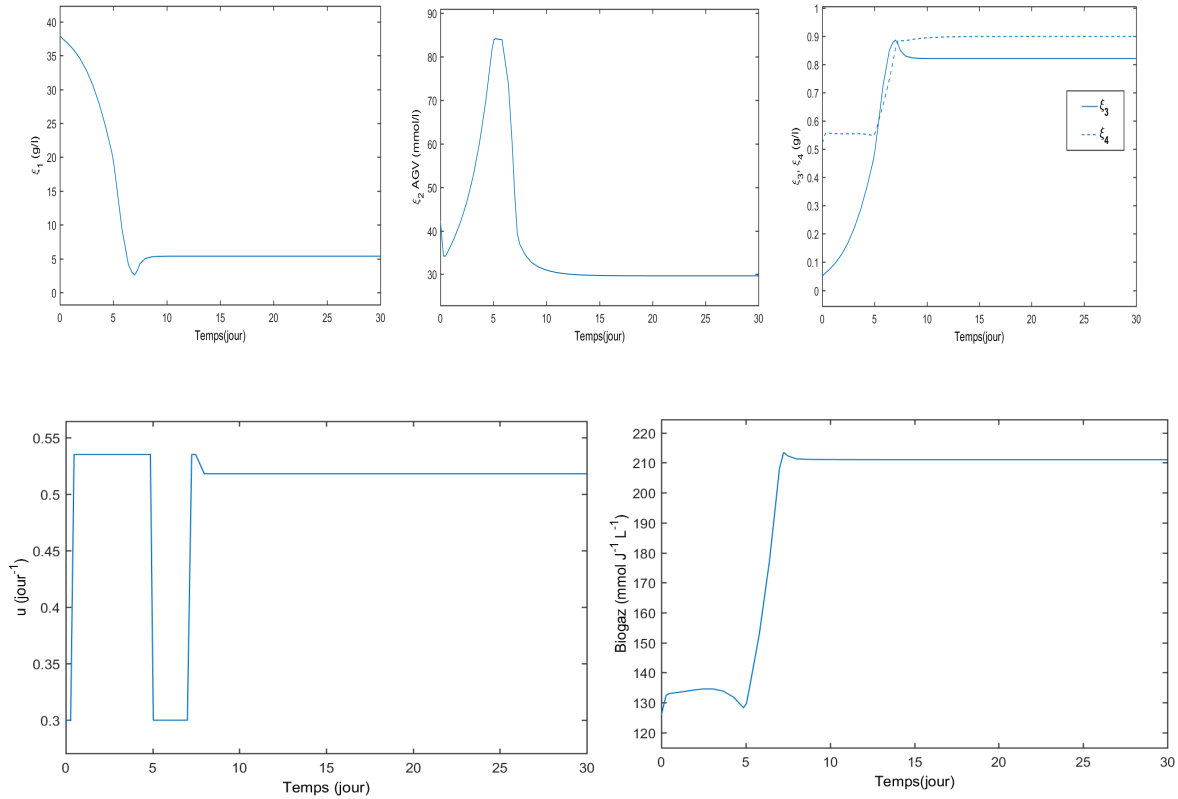


FIGURE III.3 – Évolution temporelle des états, de la séquence de contrôle et du débit de sortie de biogaz pour une trajectoire du système ($\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.52]$)

III.2 Discussion des résultats de simulation et étude comparative

Les simulations ont été réalisées en considérant les valeurs des paramètres du tableau (II.1). Les mêmes conditions initiales sont choisies pour la simulation des deux contrôles précédents (contrôle sous-optimal et contrôle par commutation) tableau (III.1).

	$\xi_1(0)$	$\xi_2(0)$	$\xi_3(0)$	$\xi_4(0)$
valeur	37.89	127.23	0.05	0.2

Tableau III.1 – Conditions initiales du système

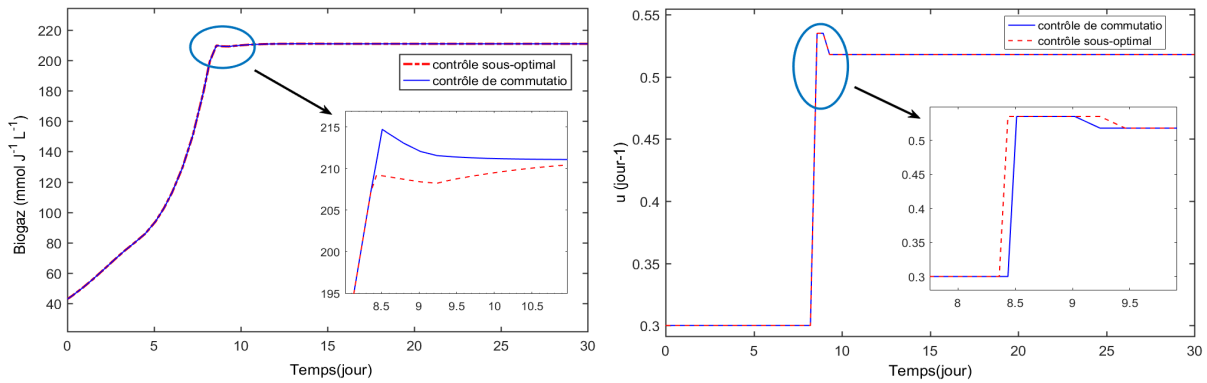


FIGURE III.4 – Évolution temporelle du débit de sortie de biogaz pour une trajectoire du système ($\xi_s(0) = [37.89 \ 127.23 \ 0.05 \ 0.2]$) des deux contrôle proposés

En comparant les résultats présentés, on peut remarquer que Les résultats sont très similaires. Dans la stratégie de commutation, le taux de dilution mets plus de temps à commuter de u_{min} vers u_{max} en comparaison avec la stratégie de contrôle sous-optimale. Nous remarquons aussi que le passage de la même condition initiale à un état se trouvant à l'intérieur de l'ensemble cible est plus rapide en utilisant la stratégie de commutation.

On remarque aussi que la stratégie de contrôle de commutation suit les même état de celle du contrôle sous-optimal sauf que elle a plus d'avantage, tel que elle nécessite que la mesure du débit de sortie de biogaz, qui est facilement obtenu dans les processus de digestion anaérobie. Bien que l'ensemble cible soit défini en fonction des états du système dans la présente implémentation pour des raisons de comparaison, le passage de u_{max} à u_s peut également être effectué en mesurant uniquement le biogaz, après que le système s'est installé dans $x_E^{u_{max}}$ (ou le débit de sortie de biogaz est constant et connu).

III.3 Conclusion

Une simple stratégie de commutation du taux de dilution pour un processus de digestion anaérobie a été présentée. L'idée est de partir d'un état initial arbitraire vers un état optimal qui est caractérisé par production maximal de biogaz.

L'avantage principal de cette méthode est qu'elle nécessite que la mesure du débit de sortie de biogaz, qui est mesuré en ligne, ce qui rend cette stratégie de contrôle simple et facile à implémenter. Cette façon de contrôler le système peut présenter un risque en cas de perturbations extérieures (surcharge organique) selon la zone du plan de phase dans laquelle le système se trouve. Dans ce cas, une étude qualitative des trajectoires est nécessaire pour informer l'opérateur des risques encourus.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

LA digestion anaérobie est un processus biologique complexe, qui fait intervenir des organismes vivants dont les caractéristiques évoluent dans le temps et qui peut facilement être déstabilisé. Les conséquences de mauvaise conduite d'un digesteur anaérobie constituent un vrai risque. Un manque d'expertise conduit le système vers l'acidification du milieu, dans le cas extrême, nécessitant l'arrêt de l'unité de traitement, ce qui n'est pas rentable ni du point de vu pratique ni du point de vue économique. A ce effet, il est nécessaire de contrôler ce type de procédé.

Les stratégies de contrôle reposent bien évidemment sur des modèles mathématiques qui contiennent des informations pertinentes sur les variables clés du système et qui décrivent au mieux le comportement dynamique de ce dernier.

Plusieurs modèles ont été proposés pour la digestion anaérobie, mais du point de vue de l'automatique, le modèle AM2 à deux étapes, développé dans le cadre du projet AMOCO reste le modèle le plus utilisé pour le contrôle et l'observation. Il est nécessaire de l'analyser mathématiquement en toute généralité, afin d'obtenir des informations qualitatives sur son comportement.

Dans le cadre de cette étude, l'analyse des points d'équilibres du modèle a été étudié revue. Par la suite, nous avons explicité les deux stratégie de commande pour la maximisation du biogaz. Un contrôle sous-optimal qui consiste en une optimisation en régime permanent et en une optimisation transitoire. Cette stratégie de contrôle proposée élargit considérablement la région d'attraction du point d'équilibre optimal. Une autre loi de contrôle qu'elle suit les même étapes de celle du contrôle sous-optimal sauf qu'elle a plus d'avantage, à savoir, elle nécessite que la mesure du débit de sortie de biogaz, qui est facilement obtenu dans les processus de digestion anaérobie, ce qui rend cette stratégie de contrôle simple et facile à mettre en œuvre.

Beaucoup de perspectives relatives au contrôle et à l'observation de modèle AM2 sont ouvertes à la suite des travaux de cette étude. Certaines grandeurs requises pour cette stratégie de contrôle ne peuvent cependant pas être déterminées en-ligne. L'idée de

construire des observateurs pour les grandeurs manquantes, à partir de la seule mesure du débit de méthane et l'intégrer au contrôle présenterait un intérêt majeur.

Enfin, un point important à aborder concerne la mise en pratique des stratégies de commande proposées. Il serait intéressant de les tester sur un digesteur pilote.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Julio R Banga, Eva Balsa-Canto, Carmen G Moles, and Antonio A Alonso. Dynamic optimization of bioprocesses : Efficient and robust numerical strategies. *Journal of Biotechnology*, 117(4) :407–419, 2005.
- [2] G Bastin and D Dochain. On-line estimation and adaptive control of bioreactors, 379 p, 1990.
- [3] Boumédiène Benyahia. *Modélisation et observation des bioprocédés à membranes : Application à la digestion anaérobie*. PhD thesis, Université Montpellier 2 (Sciences et Techniques) ; Université Abou Bekraid, 2012.
- [4] Olivier Bernard, Zakaria Hadj-Sadok, Denis Dochain, Antoine Genovesi, and Jean-Philippe Steyer. Dynamical model development and parameter identification for an anaerobic wastewater treatment process. *Biotechnology and bioengineering*, 75(4) :424–438, 2001.
- [5] Amel Ghouali. *Analyse et contrôle optimal d'un bioréacteur de digestion anaérobie*. PhD thesis, Université Montpellier 2 (Sciences et Techniques), 2015.
- [6] SP Graef and JF Andrews. Mathematical modeling and control of anaerobic digestion. *Water Research*, 8(261-289) :pp, 1974.
- [7] Salvador Carlos Hernandez. *Stratégies de commande intégrée intelligente de procédés de traitement des eaux usées par la digestion anaérobie*. PhD thesis, 2005.
- [8] Zeyneb KHEDIM. *Contribution à la modélisation et au contrôle des systèmes de digestion anaérobie*. PhD thesis, 2018.
- [9] Edouard Laroche. Commande optimale. *ENSPS-3A ISAV*, 2009.
- [10] A Puñal, L Palazzotto, JC Bouvier, T Conte, and JP Steyer. Automatic control of volatile fatty acids in anaerobic digestion using a fuzzy logic based approach. *Water Science and Technology*, 48(6) :103–110, 2003.
- [11] P Renard, Denis Dochain, Georges Bastin, Henry Naveau, and E-J Nyns. Adaptive control of anaerobic digestion processes—a pilot-scale application. *Biotechnology and bioengineering*, 31(4) :287–294, 1988.
- [12] M Sbarciog, Mia Loccufier, and Erik Noldus. Anticipating operational and wash out conditions in biotechnological reactors. In *AIP Conference Proceedings*, volume 839, pages 618–629. American Institute of Physics, 2006.

-
- [13] M Sbarciog, Mia Loccufier, and Erik Noldus. Determination of appropriate operating strategies for anaerobic digestion systems. *Biochemical engineering journal*, 51(3) :180–188, 2010.
- [14] Mihaela Sbarciog, Mia Loccufier, and Erik Noldus. The computation of stability boundaries in state space for a class of biochemical engineering systems. *Journal of computational and applied mathematics*, 215(2) :557–567, 2008.
- [15] Mihaela Sbarciog, Mia Loccufier, and Erik Noldus. Optimality and stability in a class of bang–bang controlled biochemical reaction systems. *International Journal of Control*, 81(5) :836–850, 2008.
- [16] Mihaela Sbarciog, Mia Loccufier, and Erik Noldus. Optimization of a microorganisms growth process. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(12) :324–329, 2009.
- [17] Mihaela Sbarciog, Mia Loccufier, and Erik Noldus. The estimation of stability boundaries for an anaerobic digestion system. *IFAC Proceedings Volumes*, 43(6) :359–364, 2010.
- [18] Mihaela Sbarciog, Mia Loccufier, and Alain Vande Wouwer. On the optimization of biogas production in anaerobic digestion systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1) :7150–7155, 2011.
- [19] Mihaela Sbarciog, Mia Loccufier, and Alain Vande Wouwer. An optimizing start-up strategy for a bio-methanator. *Bioprocess and biosystems engineering*, 35(4) :565–578, 2012.
- [20] Mihaela Sbarciog, Jaime A Moreno, and Alain Vande Wouwer. A biogas-based switching control policy for anaerobic digestion systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(15) :603–608, 2012.
- [21] Jean-Philippe Steyer, Olivier Bernard, Damien John Batstone, and Irimi Angelidaki. Lessons learnt from 15 years of ica in anaerobic digesters. *Water Science and Technology*, 53(4-5) :25–33, 2006.
- [22] Jean-Philippe Steyer, Pierre Buffière, Damien Rolland, and René Moletta. Advanced control of anaerobic digestion processes through disturbances monitoring. *Water research*, 33(9) :2059–2068, 1999.
- [23] V Van Breusegem, JF Beteau, MC Tomei, A Rozzi, A Cheruy, and Georges Bastin. Bicarbonate control strategies for anaerobic digestion processes. *IFAC Proceedings Volumes*, 23(8) :247–252, 1990.

Annexe A

Les équations adjointes de système :

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

Où :

$$\dot{p}_1 = -\frac{\partial H}{\partial x_1} = p_1 u - p_3 x_3 \mu'_1(\xi_1) \quad (3)$$

$$\dot{p}_2 = -\frac{\partial H}{\partial x_2} = p_2 u + (k_4 - p_4) x_4 \mu'_2(\xi_2) \quad (4)$$

$$\dot{p}_3 = -\frac{\partial H}{\partial x_3} = p_3 [u - \mu_1(\xi_1) + k_1 x_3 \mu'_1(\xi_1)] + k_2(k_4 - p_4) x_4 \mu'_2(\xi_2) \quad (5)$$

$$\dot{p}_4 = -\frac{\partial H}{\partial x_4} = p_4 u + (k_4 - p_4) [\mu_2(\xi_2) - k_3 x_4 \mu'_2(\xi_2)] \quad (6)$$

Si (t_1, t_2) est un intervalle singulier, alors par (II.13) et (II.10) :

$$s_1(x, p) = 0 \quad (7)$$

$$s_2(x, p) = 0 \quad (8)$$

$$\dot{s}_1(x, p) = 0 \quad (9)$$

De (8) et (II.9) :

$$(k_4 - p_4) x_4 = p_3 x_3 \frac{\mu_1(\xi_1)}{\mu_2(\xi_2)} \quad (10)$$

$$x_4 = \frac{p_3 x_3 \mu_1(\xi_1)}{(k_4 - p_4) \mu_2(\xi_2)} \quad (11)$$

Tandis que de (9) et (II.8) :

$$\dot{s}_1(x, p) = -p_3 x_3 \mu'_1(\xi_1)(\xi_{1in} - \xi_1) + (k_4 - p_4) x_4 \mu'_2(\xi_2)(\xi_{2in} - \xi_2) - k_4 \mu_2(\xi_2) x_4 = 0 \quad (12)$$

On utilise (10) et (11) dans (12) et on obtient :

$$p_3 x_3 \left[-\mu'_1(\xi_1)(\xi_{1in} - \xi_1) + \frac{\mu_1(\xi_1)}{\mu_2(\xi_2)} \mu'_2(\xi_2)(\xi_{2in} - \xi_2) - \frac{k_4}{k_4 - p_4} \mu_1(\xi_1) \right] = 0 \quad (13)$$

Deux possibilités résultent de (13) :

— Cas 1 :

$$p_3 x_3 = 0 \quad (14)$$

Dans ce cas, $p_3 = 0$ et $x_3 = 0$. Alors $\dot{p}_3 = 0$, on remplace par (5) :

$$k_2(k_4 - p_4) x_4 \mu'_2(\xi_2) = 0 \quad (15)$$

comme $x_4 \neq 0$, alors :

$$p_4 = k_4 \quad (16)$$

et par conséquent $\dot{p}_4 = 0$ puisque k_4 est constant. Cependant, l'utilisation de (16) dans l'équation des coûts (6) conduit à :

$$\dot{p}_4 = p_4 u \quad (17)$$

Ce qui est en contradiction avec $\dot{p}_4 = 0$: Donc, dans ce cas l'intervalle singulier ne peut pas atteindre

— Cas 2 :

$$\left[-\mu'_1(\xi_1) (\xi_{1in} - \xi_1) + \frac{\mu_1(\xi_1)}{\mu_2(\xi_2)} \mu'_2(\xi_2) (\xi_{2in} - \xi_2) - \frac{k_4}{k_4 - p_4} \mu_1(\xi_1) \right] = 0 \quad (18)$$

Dans ce cas, on calcule $\mu'_1(\xi_1)$ et $\mu'_2(\xi_2)$:

$$\mu'_1(\xi_1) = m_1 \frac{K_1}{(K_1 + \xi_1)^2} \quad (19)$$

$$\mu'_2(\xi_2) = m_2 \frac{K_2 - \frac{\xi_2^2}{K_i}}{\left(K_2 + \xi_2 + \frac{\xi_2^2}{K_i}\right)^2} \quad (20)$$

Remplaçant (19) et (20) dans (18) :

$$K_1 \xi_2 \left(K_2 + \xi_2 + \frac{\xi_2^2}{K_i}\right) (\xi_{1in} - \xi_1) - \xi_1 (K_1 + \xi_1) \left(K_2 - \frac{\xi_2^2}{K_i}\right) (\xi_{2in} - \xi_2) + \frac{k_4}{k_4 - p_4} \xi_1 (K_1 + \xi_1) \xi_2 \left(K_2 + \xi_2 + \frac{\xi_2^2}{K_i}\right) = 0 \quad (21)$$

La relation (21) est une équation quadratique en ξ_1 avec les solutions :

$$\xi_{11} = f_1(p_4, \xi_2) \quad (22)$$

$$\xi_{12} = f_2(p_4, \xi_2) \quad (23)$$

Puisque $\xi_1 = x_1 - k_1 x_3$, alors :

$$x_{11} = f_1(p_4, \xi_2) + k_1 x_3 \quad (24)$$

$$x_{12} = f_2(p_4, \xi_2) + k_1 x_3 \quad (25)$$

Ce qui est en contradiction avec le fait que x_1 est la solution de :

$$\dot{x}_1 = u(\omega_1 - x_1) \quad (26)$$

Ainsi, il est conclu que des intervalles singuliers ne peuvent pas se produire.

Annex B

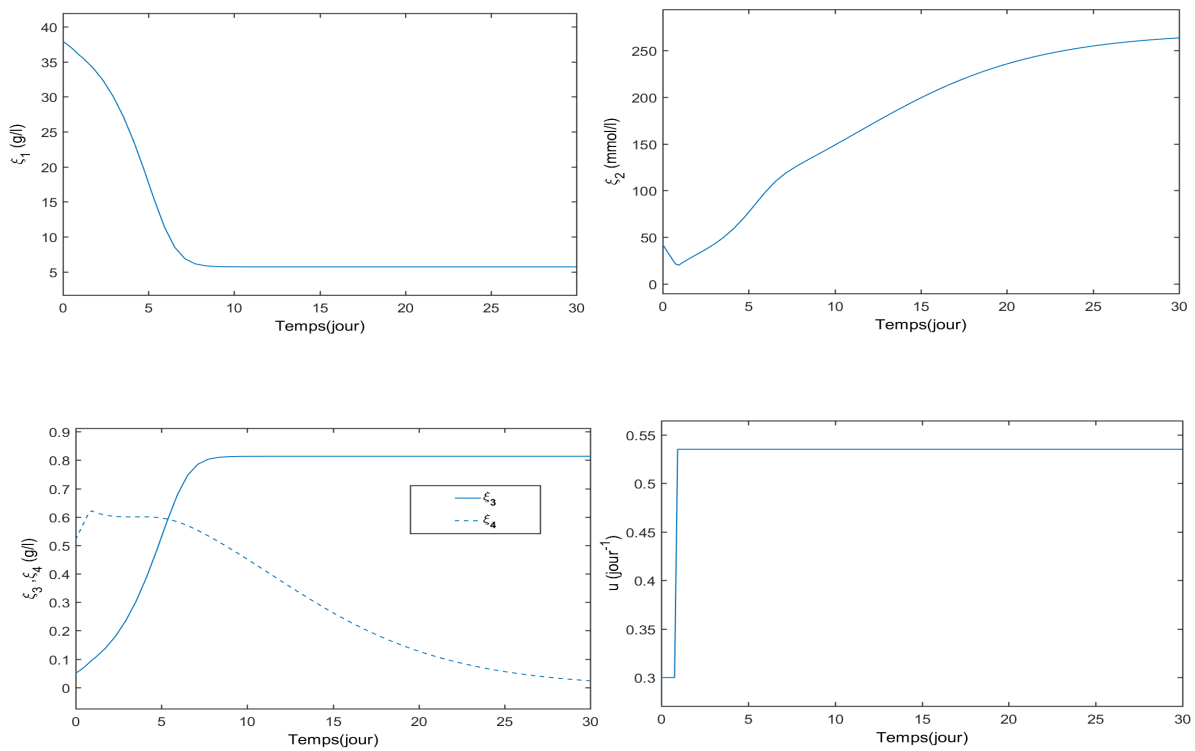


FIGURE 5 – Évolution temporelle des états, de la séquence de contrôle pour une trajectoire du système contrôlé ($\xi_s(0) = [37.89 \ 42.41 \ 0.05 \ 0.52]$)