#### **REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES --T L E M C E N--



المدرسةالعليا في العلوم التطبيقية École Supérieure en Sciences Appliquées وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme de Master

Filière : Automatique

Spécialité : Automatique

Présenté par :

**MEDJHOUD Imed Eddine** 

OUAKAF Assam

<u>Thème</u>

Etude comparative de quelques commandes robustes. Application au système de lévitation magnétique

Soutenu publiquement, le 06/07/2020, devant le jury composé de :

M BOUKLI-HECENE Fouad	Maître de conférences (A)	ESSA. Tlemcen	Président
M MERAD Lotfi	Professeur	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
M ABDI Sidi Mohammed	Maître de conférences (B)	ESSA. Tlemcen	Examinateur
M MOKHTARI Rida	Maître de conférences (B)	ESSA. Tlemcen	Examinateur

Année universitaire : 2019/2020

# Remerciements

Nous tenons à remercier tout premièrement 'ALLAH' le tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donné durant toutes ces longues années Nous voudrions aussi exprimons Nos sincères remerciements à M. MERAD Lotfi, Notre encadreur de projet de fin d'étude, pour son aide et ses conseils précieux tout le long de ce travail.

Nos remerciements s'adressent ensuite aux membres de jury M.BOUKLI-HECENE Fouad, M. ABDI Sidi Mohammed, et M. MOKHTARI Rida Pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour notre travail et d'avoir acceptés de le juger. Nous voudrions remercier M. Mohammed MSIRDI et M. Ahmed TAHOUR pour leurs aides et leurs conseils judicieux. Enfin, nos remerciements vont à tous ceux qui nous ont soutenus de près ou de loin

à réussir ce travail

## Dédicaces

Nous dédions ce travail ....

# A nos très chères mères

Affables, honorables, aimables, vous représentez pour nous le symbole de la bonté par

excellence, la source de tendresse, et l'exemple de dévouement.

Vous n'avez pas cessé de nous encourager et de prier pour nous.

## A nos très chers pères

Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le

respect que nous avons toujours eu pour vous.

Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour nous éduquer et pour

notre bien-être.

Ce travail est le fruit des sacrifices que vous avez consentis pour notre

éducation et notre formation.

# A nos chers sœurs et frères

En témoignage de l'attachement, de l'amour et de l'affection que nous portons

pour vous.

Nous vous dédions ce travail avec tous nos vœux de bonheur, de santé et de

réussite.

# A nos chères amis

En témoignage de l'amitié qui nous uni et des souvenirs de tous les moments que

nous avons passé ensemble, nous vous dédions ce travail et nous vous

souhaitons une vie pleine de santé et de bonheur

ملخص:

الهدف من المشروع هو تجميع منظم يعتمد على أوضاع منزلقة للتحكم في نظام رفع مغناطيسي ومقارنة أداء هذا النوع من المنظم مع منظمات أخرى وهي: المتحكم الإشتقاقي-التكاملي -التناسقي ، منظم ضبابي.

تظهر نتائج المحاكاة مزايا تقنية وضع الانزلاق لأنها قوية ضد الاضطرابات وتغيرات المعلمات في النموذج. يتم تحديد وإيجابيات كل نوع تحكم والميزة التي يتقدم فيها نوع على الآخر مزايا وعيوب كل منظم في شكل منحني محاكاة

الكلمات المفتاحية: رفع مغناطيسي, المتانة ،المتحكم الضبابي ،المتحكم الإشتقاقي-التكاملي –التناسقي ,وسائط الانز لاق

#### Résumé :

L'objectif du projet est de synthétiser un régulateur basé sur les modes glissants pour la commande d'un système de lévitation magnétique et de comparer les performances de ce type de régulateur avec d'autres régulateurs à savoir : PID, régulateur flou.

Les résultats de simulation montrent le bienfondé de la technique des modes glissants vu qu'elle est robuste vis-à-vis des perturbations et des changements des paramètres dans le modèle. Les avantages et inconvénients de chaque régulateur sont esquissés sous forme de courbes de simulation.

Mots clés : lévitation magnétique, robustesse, PID, logique floue, modes glissants

#### Abstract:

The objective of the project is to synthesize a regulator based on sliding modes for the control of a magnetic levitation system and to compare the performances of this type of regulator with other regulators namely: PID, fuzzy regulator.

The simulation results show the merits of the sliding mode technique since it is robust against disturbances and parameter changes in the model. The advantages and disadvantages of each regulator are outlined in the form of a simulation curves.

Keywords: magnetic levitation, robustness, PIF, fuzzy logic, sliding mode.

# Sommaire

Liste	des tableaux	I
Liste	des figures	II
Liste	des abréviations et des sigles	IV
Introd CH	luction générale APITRE I : Introduction à la lévitation magnétique et modélisation	01 on mathématique
I.	Introduction	02
II.	Historique de la lévitation magnétique	03
III.	Champ crée par un courant	05
	III.1 Loi de biot savart	05
	III.2 Champ magnétique	06
	III.3 Champ créé par un circuit quelconque	06
	III.4 Champ créé par un conducteur rectiligne	07
IV.	Loi de Lenz	07
V.	Stabilité d'un système non linéaire	
	V.1 Stabilité au sens de Lyapunov	08
	V.2 Exemple	09
VI.	Modalisation d'un système de lévitation magnétique	
	VI.1 Ensemble électromagnétisme	10
	VI.2 Formulation mathématique du modèle	11
	VI.3 Etude de la stabilité du système	12
VII.	Conclusion	13
VIII.	Références	

# CHAPITRE II : La commande par modes glissants

I.	Introduction	14
II.	Historique	15
III.	Mode glissant pour un système de second ordre	16
	III .1 Choix de la surface de glissement	16
	III .2 Condition de convergence	17
	III.3 Détermination de loi de commande	
IV.	Problème de broutement « chattering »	19
	IV.1 Analyse de problème	19
	IV.2 Lissage de la commande par modes glissant	20

V.	Application sur le système de lévitation magnétique21
	V.1 le système en boucle ouverte (sans commande)21
	V.2 Synthèse de commande par mode glissant d'un système de lévitation
	magnétique23
	V.3 Simulation de système et de commande24
	V.3.1. réponse indicielle
	V.3.2. Réponse du système pour des signaux périodiques
	V.4 Simulation de système et de commande avec la réduction du phénomène
	« Chattering »
	V.4.1. Performances du système
	V.4.2. Réponses du système pour des consignes de formes : carrée et
	sinusoïdale
	V.5 Test de robustesse de la commande
	V.5.1. Test de robustesse de la commande vis-à-vis des perturbations
	V.5.2. Test de robustesse de commande vis-à-vis des variations de masse
	V.6 Modélisation 3D du système de lévitation magnétique sous MATLAB41
VI.	Avantages et inconvénients de la commande par modes glissants42
VII.	Conclusion
VIII.	Références

# CHAPITRE III : Etude comparative entre les commandes synthétisées

I.	Introduction	44
II.	Comparaison des réponses indicielles	44
III.	Comparaison entre les signaux de commandes des régulateurs	45
IV.	Comparaison des réponses pour une trajectoire imposée (signal périodique)	47
V.	Comparaison de la réponse indicielle vis-à-vis des perturbations	48
VI.	Comparaison de la réponse indicielle vis-à-vis des changements de la masse	49
VII.	Comparaison théorique (complexité de la résolution)	50
VIII.	Conclusion	50
Conc	lusion générale	51

# Liste des Tableaux

Tableau I.1: Paramètres du système Maglev	12
Tableau II.1: Paramètres du système Maglev	21

# Liste des figures

# **CHAPITRE I**

Figure I.1 : Loi Biot et Savart	.6
Figure I.3 : Signe de la variation du flux magnétique         Figure I.4 : Schéma de principe du dispositif	.8 10
Figure I.5: Croquis du système de lévitation magnétique CHAPITRE II	11
Figure II.1 : Schématisation du mode de glissement dans le plan de phase	16
Figure II.2 : le phénomène de broutement	19
Figure II.3 : Boucle de commande avec dynamique de l'actionneur négligée dans la	
conception de commande idéale	20
Figure II.4 : Fonction saturation remplace la commande discontinue	21
Figure II.5 : Modèle de simulation du système en boucle ouverte	2
Figure II.6 : Position de la balle pour un courant constant « step »	22
Figure II.7 : Position de la balle avec un courant de forme « carré »	23
Figure II.8 : Position de la balle avec un courant de forme « sinusoïde »	23
Figure II.9 : Schéma block de la commande sous Simulink2	24
Figure II.10 : Schéma block du système et la commande (en boucle fermée	25
Figure II.11 : Réponse indicielle zoom montrant le phénomène du broutement2	25
Figure II.12 : Courant pour lequel la bille atteint 0.01m avec un zoom montrant le	
broutement	26
Figure II.13 : Tension pour laquelle la balle atteint 0.01m avec un zoom montrant le	
broutement	27
Figure II.14 : Position de la balle pour un signal carré avec un zoom montrant le	
broutement	27
Figure II.15 : Courant dans l'électroaimant pour un signal carré avec un zoom montrant le	
phénomène du broutement	3
Figure II.16 : Tension de commande pour un signal carré avec un zoom montrant le	
phénomène du broutement	3
Figure II.17 : Position de la balle pour un signal sinusoïdal avec un zoom montrant le	
phénomène du broutement	)
Figure II.18 : Courant dans l'électroaimant pour un signal sinusoïdal avec un zoom montrai	nt
le phénomène du broutement	)

Figure II.19 : Tension de commande pour un signal sinusoïdal avec un zoom montrant le	
phénomène du broutement	C
Figure II.20 : Position de la balle avec un zoom montrant l'élimination du broutement30	)
Figure II.21 : Courant dans l'électroaimant avec un zoom montrant l'élimination du	
broutement	1
Figure II.22 : Tension de commande avec un zoom montrant l'élimination du broutement3	32
Figure II.23 : Position de la balle avec un zoom montrant l'élimination du broutement	32
Figure II.24 : Courant dans l'électroaimant avec un zoom montrant l'élimination du	
broutement	33
Figure II.25 : Tension de commande avec un zoom montrant l'élimination du broutement3	33
Figure II.26 : Position de la balle avec un zoom montrant l'élimination du broutement?	33
Figure II.27 : Courant dans l'électroaimant avec un zoom montrant l'élimination du	
broutement	34
Figure II.28 : Tension de commande avec un zoom montrant l'élimination du broutement?	34
Figure II.29 : Position de la balle avec des perturbations	35
Figure II.30 : La commande avec une perturbation	35
Figure II.31 : Position de la balle avec introduction des perturbations	36
Figure II.32 : Courant dans l'électroaimant avec introduction des perturbations	37
Figure II.33: Tension de commande avec introduction des perturbations	7
Figure II.34 : Position de la balle pour m=40g	38
Figure II.35 : Signaux de commande pour m=40g	38
Figure II.36 : Position de la balle pour m=60g	39
Figure II.37 : Signaux de commande pour m=60g	39
Figure II.38 : Position de la balle pour m=100g	40
Figure II.39 : Signaux de commande pour m=100g	40
Figure II.40 : Position de la balle pour m=130g	41
Figure II.41 : Modélisation du système en 3D4	11

# **CHAPITRE III**

Figure III.1. Réponses indicielles du système	44
Figure III.2. Différents signaux de commande	45
Figure III.3. Zoom sur la partie (a) des signaux de commandes	46
Figure III.4. Zoom sur la partie (b) de graphe des signaux de commande         Figure III.5. Suivi de trajectoire	46 47

Figure III.6. Réponse indicielle avec perturbations	48
Figure III.7. Réponses indicielles pour m=60g	49

#### Liste des abréviations et des sigles

- Maglev : Magnetic Levitation
- SMC : sliding mode control
- VSS : variable structure of system
- **S** : surface de glissement
- sign(s): Fonction de glissement
- sat(s) : Fonction *signum* de la fonction de glissement
- **u**<sub>eq</sub> : Commande équivalente d'un système
- *u*<sub>dis</sub> :Commande discontinue d'un système
- *x* : Position en mètres de la balle
- i : Courant en ampères dans l'électroaimant
- g: Accélération gravitationnelle, m/s^2
- $x_d$ : Position désirée en mètres de la bille
- **k** : La constant magnétique
- **x** : la position de la balle
- **u** : la tension
- **m** : la masse de la balle (ou bille)

INTRODUCTION GENERALE

#### **Introduction générale**

Durant ces dernières années, les efforts de nombreux centres de recherche dans le monde, étaient concentrés pour contrôler des systèmes de lévitation magnétique (Maglev), et l'adapter aux applications les plus récentes : (Train à grande vitesse, pompe cardiaque,...) et pour répondre aux exigences d'intégration dans l'architecture des différents équipements de commande des processus industriels.

Il est donc nécessaire de concevoir des systèmes de lévitations bien adaptés aux exigences de leurs applications, avec un bon contrôle robuste et optimal. C'est pour cette raison, que nous proposons d'étudier dans ce mémoire la commande par mode de glissement vu que celle-ci est réputée pour sa robustesse.

Notre travail va porter sur la commande du système de la lévitation magnétique, ce système est classé parmi les systèmes qui sont fortement instables. Pour cela, notre étude est scindée en trois chapitres :

Le premier chapitre sera consacré à une brève présentation du système de lévitation magnétique. Ensuite, nous procédons à la formalisation du modèle mathématique du système Maglev.

Le deuxième chapitre s'intéresse à la technique du réglage par mode de glissement. Cette technique sera décrite par son évolution historique, son principe et ses différentes étapes qui font d'elle une technique de qualité susceptible de contrôler des systèmes fortement instables. En dernier lieu, nous aurons à exploiter les qualités qu'offre cette technique de réglage pour une mise en œuvre d'un contrôle robuste du système Maglev.

Des études comparatives seront faites en troisième chapitre dans le but de valider la technique utilisée (modes glissants). Ces études seront abordées en comparant les performances de cette technique avec d'autres techniques de réglage telles que : PID et logique floue

L'étude menée nous permet de démontrer l'efficacité de chaque technique et son impact sur le contrôle des systèmes Maglev, afin de faire le meilleur compromis lors du contrôle de ce type de système.

Enfin, ce manuscrit sera clôturé par une conclusion générale récapitulative des travaux entamés. Par ailleurs, nous suggérerons quelques perspectives à envisager dans le futur pour la commande des systèmes de lévitation magnétique.

1

# Chapitre I : Introduction à la lévitation magnétique et modélisation mathématique

#### I. Introduction

Aujourd'hui, le système de lévitation magnétique ou en abrégé Maglev est un système très utilisable qui peut être appliqué dans de nombreux domaines d'application tels que les roulements magnétiques, les trains à grande vitesse, l'isolation des vibrations, la lévitation de la production d'énergie éolienne, la lévitation du métal en fusion dans fours à induction et lévitation de laboratoires de métaux pendant la fabrication. Ce Maglev peut être classé comme un système répulsif et ce système basé sur la source des forces de lévitation. Ce type de systèmes est normalement instable et il est décrit comme hautement non linéaire où il est difficile de contrôler le système. Il est très difficile de construire des contrôleurs de rétroaction haute performance pour réguler la position de la boule de lévitation. En 1996, Walter Barietetal est sorti avec l'idée de contrôleurs d'espace d'état linéaire et non linéaire pour le système de lévitation magnétique. D'après l'auteur, les deux contrôleurs de l'espace d'état sont comparés ensemble en termes de performance dans le contrôle de la position de la balle. Le premier contrôleur est basé sur la transformation et un retour d'état non linéaire est utilisé pour linéariser le système. D'après cet article, l'erreur de suivi de position du système était une oscillation d'environ  $\pm 0,45$  mm [1].

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'explorer cet axe de recherche plus en avant, en proposant le modèle mathématique permettant de décrire le système Maglev et ceci après la présentation d'un bref historique de la lévitation et de la théorie du champ magnétique.

#### II. Historique de la technologie de la lévitation magnétique

#### • 1842 : Le théorème d'Earnshaw

Le théorème d'Earnshaw prouve qu'en utilisant uniquement des matériaux paramagnétiques (tels que le fer ferromagnétique), il est impossible pour un système statique de léviter de manière stable contre la gravité. Par exemple, l'exemple le plus simple d'ascenseur avec deux aimants dipôles simples repoussant est très instable, car l'aimant supérieur peut glisser latéralement ou se retourner, et il s'avère qu'aucune configuration d'aimants ne peut produire de stabilité. Cependant, les servomécanismes, l'utilisation de matériaux diamagnétiques, la supraconduction ou les systèmes impliquant des courants de Foucault permettent d'atteindre la stabilité. Dans certains cas, la force de levage est fournie par lévitation magnétique, mais la stabilité est fournie par un support mécanique portant peu de charge. C'est ce qu'on appelle la pseudo-lévitation [2]

#### • 1913 : brevet d'<u>Emile Bachelet</u>

En mars 1913 Bachelet obtient un brevet pour son «appareil émetteur à lévitation» (brevet n° 1 020 942) pour un système de suspension électromagnétique **[2]** 

#### • 1933 : Super diamagnétisme (l'effet Meissner)

L'effet Meissner (ou effet Meissner – Ochsenfeld) est l'expulsion d'un champ magnétique d'un supraconducteur lors de sa transition vers l'état supraconducteur lorsqu'il est refroidi en dessous de la température critique. Les physiciens allemands Walther Meissner et Robert Ochsenfeld ont découvert ce phénomène en 1933 en mesurant la distribution du champ magnétique à l'extérieur des échantillons supraconducteurs d'étain et de plomb [2]. Les échantillons, en présence d'un champ magnétique appliqué, ont été refroidis en dessous de leur température de transition supraconductrice, après que les échantillons ont annulé presque tous les champs magnétiques intérieurs, ils n'ont détecté cet effet qu'indirectement car le flux magnétique est conservé par un supraconducteur: lorsque le champ intérieur diminue, le champ extérieur augmente. L'expérience a démontré pour la première fois que les supraconducteurs étaient plus que des conducteurs parfaits et fournissaient une propriété unique définissant l'état supraconducteur. La capacité de l'effet d'expulsion est déterminée par la nature de l'équilibre formé par la neutralisation à l'intérieur de la cellule unitaire d'un supraconducteur [2]

# • 1934 : Hermann Kemper «véhicule monorail sans roues attachées». Brevet Reich numéro 643316 [2]

#### • 1939 : l'extension de Braunbeck

En 1939, <u>Braunbeck</u> a réfuté <u>le théorème de Earnshaw</u>c en montrant qu'il existe des champs magnétiques dans lesquels les petits <u>diamagnétiques</u> corps peuvent flotter dans une position stable. Il est le pionnier de l'étude sur la diffraction des ondes, en particulier à de courtes longueurs d'onde. Braunbek est également l'auteur d'un certain nombre de livres de physique [2]

- 1961 : lévitation électrodynamique utilisant des aimants supraconducteurs et des 8 bobines de figure à "flux nul"[2]
- 1970 : Spin stabilisé en suspension magnétique (Roy M. Harrigan)

La lévitation magnétique stabilisée par rotation est un phénomène de lévitation magnétique par lequel un aimant en rotation ou un ensemble d'aimants est lévité via des forces magnétiques au-dessus d'un autre aimant ou ensemble d'aimants, et stabilisé par effet gyroscopique en raison d'un spin qui n'est ni trop rapide, ni trop lent pour permettre une précession nécessaire [2].

#### • 1974 : Rivière magnétique

La rivière magnétique est un système de lévitation magnétique électrodynamique conçu par Fredrick Eastham et Eric Laithwaite en 1974. Il se compose d'une fine plaque conductrice sur un moteur à induction linéaire AC. En raison du flux transversal et de la géométrie, cela lui confère une portance, stabilité et propulsion tout en étant relativement efficace. Le nom fait référence à l'action qui assure la stabilité le long de l'axe longitudinal, qui agit de manière similaire à l'écoulement de l'eau dans une rivière **[2]**.

#### • 1979 :« transrapid » passagers transportés par trains

« Transrapid » est un train monorail à grande vitesse développé en Allemagne utilisant la lévitation magnétique. La planification du système Transrapid a commencé en 1969 avec une installation d'essai pour le système à Emsland, en Allemagne, et achevée en 1987. En 1991, la préparation technique pour la demande a été approuvée par la Deutsche Bundesbahn en coopération avec des universités renommées **[2]**.

- 1981 : Premier système de lévitation magnétique à attache simple présenté au public [2]
- 1984 : Navette maglev basse vitesse à Birmingham (Eric Laithwaite et al) [2].
- 1997 : Grenouille vivante à lévitation diamagnétique (Andre Geim) [2].
- 1999 :« Inductrack » lévitation électrodynamique à aimant permanent [2].

Inductrack (ou Inductrak) a été inventé par une équipe de scientifiques du Lawrence Livermore National Laboratory en Californie, dirigé par le physicien Richard F. Post, pour une utilisation dans les trains maglev pour faire léviter les volants d'inertie. À vitesse constante, la puissance n'est requise que pour pousser le train vers l'avant contre l'air et la traînée électromagnétique. Au-dessus d'une vitesse minimale, à mesure que la vitesse du train augmente, l'écart de lévitation, la force de levage et la puissance utilisée sont largement constants. Le système peut soulever 50 fois le poids de l'aimant [2].

#### • 2005 : palier électrodynamique homopolaire

Un roulement magnétique est un type de roulement qui supporte une charge par lévitation magnétique. Les roulements magnétiques supportent les pièces mobiles sans contact physique. Par exemple, ils sont capables de faire léviter un arbre rotatif et de permettre un mouvement relatif avec une friction très faible et sans usure mécanique. Les roulements magnétiques supportent les vitesses les plus élevées de toutes sortes de roulements et n'ont pas de vitesse relative maximale. Les roulements magnétiques sont utilisés dans plusieurs applications industrielles telles que la production d'énergie électrique, le raffinage du pétrole, le fonctionnement des machines-outils et la manipulation du gaz naturel **[2].** 

#### III. Champ magnétique créé par un courant

#### **III.1** Loi de Biot et Savart

Dans un conducteur filiforme (dont la section est faible par rapport au rayon de courbure), chaque élément  $\vec{udl}$  du circuit crée en un point M quelconque de l'espace un champ magnétique élémentaire  $\vec{db}$  défini par la loi de Biot et Savart (figure I.1) :

$$\overrightarrow{db} = \frac{u_0}{4\pi} * \frac{\overrightarrow{\iota dl} \wedge \overrightarrow{u}}{r^2}$$
(I.1)

Dans cette expression, *r* représente la distance entre le point M et l'élément de circuit *dl* tandis que  $\vec{u}$  représente le vecteur unitaire de la droite reliant  $\vec{dl}$  et le point M Remarque : La quantité  $\vec{ldl}$  est appelée élément de courant et peut se noter di. [3]



Figure I.1 : Loi Biot et Savart

#### III.2 Champ magnétique

Un champ très utile en électromagnétisme est le champ **H** appelé *champ magnétique* ou *excitation magnétique*. Il est essentiel quand on traite des milieux matériels, ce qui n'est pas le cas ici. Dans le vide, il est simplement proportionnel au champ **B** :

$$B = \mu_0 H \tag{I.2}$$

Le champ **H** d'une boucle C de courant filiforme *I* est donc donné par (I.1) où l'on substitue (I.2):

$$B = \frac{1}{4\pi} \oint_{\mathcal{C}} \frac{i d \vec{l} \wedge \hat{r}}{r^2}$$
(I.3)

Il faut noter que cette expression ne dépend pas du milieu si celui-ci est infiniment étendu. Par contre, le champ **B** dépend de la perméabilité magnétique  $\mu_0$  de ce milieu, l'unité de **H** est l'ampère/mètre [A m<sup>-1</sup>]. [4]

#### III.3 Champ créé par un circuit quelconque

Le champ magnétique créé en un point M quelconque au voisinage d'un circuit (C) parcouru par un courant *i* s'obtient en intégrant, c'est-à-dire en sommant l'ensemble des champs élémentaires  $\vec{db}$  créés par chaque élément  $\vec{dl}$  du circuit et définis par la loi de Biot et Savart [3]:

$$B = \oint_{\mathcal{C}} \frac{u_0}{4\pi} * \frac{\vec{\iota d l} \wedge \vec{u}}{r^2} \tag{I.4}$$

Soit, en considérant que  $\frac{u_0}{4\pi}$  est une constante :

$$B = \frac{u_0}{4\pi} \oint_C \frac{\vec{\iota d l} \wedge \vec{u}}{r^2} \tag{I.5}$$

De même, le courant étant le même dans tout le circuit, on aura donc :

$$B = \frac{u_0 * i}{4\pi} \oint_C \frac{\vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2} \tag{I.6}$$

#### III.4 Champ créé par un conducteur rectiligne

Un conducteur rectiligne filiforme, de longueur infinie, parcouru par un courant *i*, crée en tout point M situé à son voisinage à une distance  $r_0$  du conducteur, un champ magnétique B(M) d'intensité :

$$B = \frac{\mu_0 * i}{2\pi r_0}$$
(I.7)

Ce champ étant à la fois orthogonal au conducteur et à la normale au conducteur orientée vers M, il en résulte que le champ B(M) est dirigé comme indiqué sur la figure I.2 [2]:



Figure I.2 : Direction de champ magnétique B

#### IV. Loi de Lenz

« Le flux magnétique produit par le courant induit dans un circuit fermé tend à s'opposer à la variation du flux qui le cause. » C'est un des énoncés possibles de la loi de Lenz. Elle s'apparente à la loi de l'action et de la réaction en mécanique. Cette loi permet de déterminer facilement le sens du courant induit dans un circuit par suite d'une variation du flux magnétique. Ainsi, dans le circuit de la figure I.3.b, placé dans un champ **B** décroissant, le courant est induit dans le sens indiqué, de façon que son champ **B'** tende à maintenir la valeur de **B**. Une inversion du sens de **B** ou de son taux de variation d**B**/dt entraîne une inversion du courant. Précisons que dans cet exemple le champ décroît à partir d'une valeur **B**o alors que le courant est nul. Supposons maintenant que le circuit C soit fait d'un matériel supraconducteur, donc de résistance électrique nulle. Supposons de plus que le champ et le courant sont initialement nuls : le flux magnétique initial à travers C'est nul. D'après la loi de Lenz, si on crée un champ magnétique au moyen d'un autre circuit C', il doit alors induire

dans le premier un courant d'intensité tel que le flux magnétique reste parfaitement nul à travers ce circuit pour toute valeur du courant dans l'autre. En pratique, pour les conducteurs ordinaires, la résistance n'est pas nulle. À l'apparition du courant supposé continu et constant dans C', un courant circule dans C qui annule momentanément le flux magnétique, mais ce courant décroît plus ou moins vite de façon exponentielle : le flux net augmente donc à travers C. [3]



Figure I.3 : Signe de la variation du flux magnétique

#### V. Stabilité d'un système non linéaire

L'étude de la stabilité d'un système non linéaire est l'analyse du comportement des systèmes non linéaires, en particulier au voisinage des points d'équilibre. Ils existent deux méthodes dans le contexte de l'étude de la stabilité locale ou globale à savoir [6] :

- Plan de phase.
- Théorie de Lyapunov

#### V.1 Stabilité au sens de Lyapunov

Dans ce chapitre, on va décrira seulement la théorie de Lyapunov, vu qu'elle sera utilisée dans notre application.

#### Théorème I.1 (Stabilité au sens de Lyapunov)

Soit  $x_e = 0$  un point d'équilibre du système  $\dot{x} = f(x, t)$  et  $v \subset R_n$  un voisinage de ce point d'équilibre. S'il existe une fonction de Lyapunov V définie sur v vérifiant  $\dot{V}(x) < 0$ ,  $\forall x \in v - \{0\}$ , alors le point d'équilibre  $x_e$  est stable au sens de Lyapunov [5].

#### Théorème I.2 (instabilité au sens de Lyapunov)

Considérons  $D \subset R_n$ un voisinage de  $x_e = 0$ . Choisissons r > 0 tel que la boule  $B_r = \{x \in R_n | ||x|| \le r\}$  soit contenue dans D. Définissons maintenant la région suivante de l'espace d'état :  $U = \{x \in B_r | V(x) > 0\}$ . Soit maintenant  $x_e = 0$  un point d'équilibre du système dynamique $\dot{x} = f(x, t)$ . Considérons  $V : D \to R^n$  une fonction de classe  $c^1$ telle que V(0) = 0 et  $\dot{V}(x) > 0$  sur U. S'il existe  $x_0$  tel que  $V(x_0) > 0$  pour  $||x_0||$  assez petit, alors  $x_e = 0$  est instable. [5]

#### V.1 Exemple :

Considérons le système décrit par l'équation différentielle du premier ordre:

$$\dot{x} = -x - x^3 \tag{I.8}$$

Le but est de déterminer si le point d'équilibre est stable sans avoir à résoudre l'équation différentielle. Soit alors la fonction:  $v(x) = \frac{1}{2}x^2$ 

On peut l'assimiler à une énergie puisque cette fonction est strictement positive.

Calculons maintenant la dérivée de cette fonction le long des trajectoires du système.

$$\dot{v}(x) = \frac{\partial v}{\partial x}\dot{x}$$
(I.9)  
D'où 
$$:\dot{v}(x) = x (-x - x^3) = -x^2 - x^4$$

Par conséquent, on dit que la fonction v est définie négative.

$$\dot{v}(x) < 0 \tag{I.10}$$

Cette énergie est donc toujours strictement décroissante. On dit que v est une fonction de Lyapunov que le point d'équilibre 0 est globalement asymptotiquement stable [6].

#### VI. Modalisation du système de lévitation magnétique

#### VI.1 Ensemble électromagnétique.

La figure I.4 représente le schéma synoptique d'un système de lévitation magnétique classique. Pour le récepteur optique, on peut utiliser des phototransistor montés en jusxtapostion et ceci afin d'avoir une course plus grande du capteur.



Figure I.4 : Schéma de principe du dispositif

La boule est une sphère creuse en fer blanc qui provient d'une mappemonde de stylo gadget. Il est possible d'en fabriquer facilement d'équivalentes à l'aide, par exemple, d'une boule de polystyrène entourée de lamelles de fer provenant d'une canette de boisson. L'électroaimant est composé d'une bobine didactique et de deux noyaux de fer (barres de transformateur démontable). La force magnétique étant d'autant plus grande que le flux magnétique est mieux canalisé, un noyau de fer est indispensable. A courant donné, plus la bobine comporte de spires, plus la force créée sera grande ; pratiquement on constate qu'une bobine de 1000 spires convient pour attirer la boule avec un courant inférieur à 2 ampères. La géométrie complexe du système ne permet pas un calcul direct de l'expression de la force magnétique *F*. Pour obtenir un modèle de cette force, on relève expérimentalement le courant minimal  $I_m$  de maintien de la bille à une hauteur donnée. Des cales en carton, placées entre le noyau de fer et la boule, permettent de faire varier la distance *x* entre le sommet de la boule et le noyau. Pour la valeur  $I_m$ , la force magnétique F compense exactement le poids *mg* de la boule, on relève ainsi I = I(*x*) à m donnée et donc à *F* donnée. **[7]** 

#### VI.2 Formulation mathématique du modèle

Soit le système suivant qui relie le courant de la bobine *i* et les positions de la balle [8]:

$$m\ddot{x} = mg - F_c \tag{I.11}$$

$$i = k_1 * u \tag{I.12}$$

Avec :

- m : masse de la balle
- g : la gravité

 $F_c = k \frac{i^2}{x^2}$ : avec k est constant dépend de l'électroaimant (la bobine) [8]

- i: le courant
- u: la tension
- x : la position
- Et  $M = \frac{k}{m}$

Donc la représentation d'état du système devient :  $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = g - \frac{kk_1^2}{m} \frac{u^2}{x^2} = g - M \frac{i^2}{x^2} \end{cases}$  (I.13)

La figure I.5 représente le croquis du système de lévitation magnétique utilisé dans notre cas.



Figure I.5 : Croquis du système de lévitation magnétique

x	Position de la balle	[0.0025, 0.025] m
i	Courant dans la bobine	[0, 3] A
и	Tension aux bornes de la bobine	[0, 5] V
g	Gravité	9,81 m*s <sup>-2</sup>
т	Masse de la balle	0.02kg
<i>k</i> <sub>1</sub>	constante	$0.397 \Omega^{-1}$
k	Constant magnétique	$0.0000825 \ kg^{-1}$

Les paramètres du système utilisés dans la simulation sont donnés par le tableau I.1

 Tableau I. 1: Paramètres du système Maglev

#### VI.3 Etude de la stabilité du système

Si on prendre le courant *i* qui circule dans la bobine avec une valeur incluse dans l'intervalle [0.5, 0.9] A, et la position de la balle  $x \in [0.01, 0.025] m$ , on choisit la fonction v de la manière suivante:

$$v(x) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 \qquad (I.14)$$

$$v(x) > 0 \quad \text{Et} \quad v(0) = 0$$

$$\text{Donc} : \dot{v}(x) = \frac{\partial v}{\partial x} \dot{x} = x_1 \dot{x}_1 + x_2 \dot{x}_2 = \qquad (I.15)$$

$$x_1 x_2 + x_2 \left(g - M \frac{i^2}{x_1^2}\right) = x_2 (9.81 + x_2 - 0.0041 \frac{i^2}{x_1^2})$$

$$\text{Si} \ x_1 x_2 + x_2 \left(g - M \frac{i^2}{x_1^2}\right) > 0 \text{ imlique } x_1 > - \left(g - M \frac{i^2}{x_1^2}\right) \text{ qui est toujour verfiée}$$

Alors selon le théorème I.2 (instabilité au sens de Lyapunov décrit précédemment), S'il existe  $x_0$  tel que  $v(x_0) > 0$  pour  $||x_0||$  assez petit, alors  $x_e = 0$  est instable, avec  $x_e$  est un point d'équilibre du système.

#### Remarque:

- Différents théorèmes de stabilité ont été énoncés en considérant comme point d'équilibre l'origine 0 de l'espace d'état *Rn*. En effet, on peut toujours se ramener à l'étude de la stabilité de 0 par un simple changement de variable [5].
- le système peut posséder un ou plusieurs points d'équilibre.

#### VII. Conclusion

Dans ce chapitre, un bref aperçu de la théorie de la lévitation magnétique a été présenté. Ensuite, nous avons décrit le modèle mathématique utilisé, à travers cette modélisation, nous avons montré que le système est instable, ce qui nous permet de chercher des lois de commandes robustes. Nous avons abouti à la commande par mode de glissement qui fera l'objet du chapitre suivant

#### **VIII. References**

[1] J.R. MIDDALA, « Modeling and Analysis of Magnetic Levitation System Using Fuzzy Logic Control », International Journal of Scientific Development and Research (IJSDR), Volume 2, Issue 6, June 2017, p.318-323

[2] www.wikipedia.org/wiki/Magnetic\_levitation#History

[3] Y.GRANJON., «Electromagnétisme et électrostatique - Exercices et méthodes», édition Dunod, 2019

[4] J.C. DION., « Electromagnétisme Phénomènes d'induction », Loze-Dion ,2002

**[5] B. BHIRI**., «Stabilité et stabilisation en temps fini des systèmes dynamiques. Automatique / Robotique », thèse de Doctorat en Automatique, Université de Lorraine, 2017

[6] E. NECHADI., « Cours sur les systèmes non linéaires », Université de Ferhat Abbas de Setif 1.

[7] V. BOITIER, S. KESSEDJIAN., « Cours : Maquette de sustentation magnétique».
 Bulletin De l'union Des Physiciens, N° 825, Vol 94, Juin 200, pp 1155-1168.

[8] S. YADAV, J.P.TIWARI, S.K.NAGAR., «Digital Control of Magnetic Levitation System using Fuzzy Logic Controller», International Journal of Computer Applications (ISBN:0975 8887), Vol 41, N°.21, Mars 2012, p22-25 Chapitre II : La commande par modes glissants

#### I. Introduction

Au cours de toute l'histoire de la théorie du contrôle automatique, l'intensité de l'investigation des systèmes avec des actions de contrôle discontinues a été maintenue à un niveau élevé. En particulier, au premier stade, les régulateurs à relais ou «tout ou rien» se classent en bonne place pour la conception de systèmes de rétroaction. La raison en était double: facilité de mise en œuvre et haute efficacité du matériel. Les monographies de Flugge-Lotz et Tsypkin ont été de toute évidence les premières généralisations théoriques de la grande diversité des méthodes d'analyse et de conception des systèmes de relais. Dans les systèmes dont la commande est une fonction d'état discontinue, des «modes glissants» peuvent apparaître. L'action de commande commute à haute fréquence si le mode de glissement se produit dans le système. L'étude des modes de glissement englobe un large éventail de domaines hétérogènes, des problèmes mathématiques purs aux aspects d'application. Les systèmes à modes glissants se sont révélés être un outil efficace pour contrôler des centrales dynamiques non linéaires d'ordre élevé fonctionnant dans des conditions d'incertitude, un problème courant pour de nombreux processus de technologie moderne. Cela explique le haut niveau d'activité de recherche et de publication dans le domaine et l'intérêt constant des ingénieurs praticiens pour le contrôle du mode coulissant au cours des deux dernières décennies [1]. La théorie des modes glissants comme les littératures montre, c'est l'une parmi les commandes qui a plusieurs applications dans les différents domaines (automatique, électrotechnique, mécanique...etc.).

Dans ce chapitre on discutera sur la commande par modes glissants en général et leur implémentation au système de lévitation magnétique. Ensuite, on présentera les avantages et inconvénients de ce type de commande.

#### II. Historique

Historiquement, les modes de glissement ont été découverts comme mode spécial dans (variable structure of system VSS). Ces systèmes comprennent une variété des structures, avec des règles pour basculer entre les structures en temps réel afin d'obtenir des performances du système appropriées, alors que l'utilisation d'une seule structure fixe peut être instable. Le résultat est VSS, qui peut être considéré comme une combinaison de soussystèmes où chaque sous-système a une structure de contrôle fixe et est valide pour des régions spécifiées du comportement du système. Il est apparu que le système en boucle fermée peut être conçu pour posséder de nouvelles propriétés qui ne sont présentes dans aucune des sous-structures constitutives seules. De plus, dans un mode spécial, appelé mode glissant, ces propriétés comprennent l'insensibilité à certaines perturbations externes (dites appariées) et les incertitudes du modèle ainsi que la robustesse à la dynamique parasitaire.

L'obtention d'une dynamique d'ordre réduit du système compensé dans un mode glissant (appelé effondrement dynamique partiel) est également une propriété utile très importante des modes glissants. L'un des premiers livres en anglais à être publié sur ce sujet est « Discontinuous Automatic Control ». Le développement de ces nouvelles idées a commencé en Union soviétique à la fin des années 50. L'idée de (Sliding mode control : SMC) repose sur l'introduction d'une fonction «sur mesure», nommée variable glissante. Dès que la variable de glissement correctement conçue devient nulle, elle définit le collecteur de glissement (ou la surface de glissement). La conception appropriée de la variable coulissante donne des performances de système en boucle fermée appropriées tandis que les trajectoires du système appartiennent au collecteur coulissant. L'idée du SMC est d'orienter la trajectoire du système vers le collecteur coulissant correctement choisi puis de maintenir le mouvement sur le collecteur par la suite au moyen d'un contrôle, exploitant ainsi les principales caractéristiques du mode coulissant: son insensibilité aux perturbations externes et internes compensées par le contrôle, la précision ultime et la convergence en temps fini des variables glissantes à zéro. Le premier texte bien cité en anglais sur SMC a été par Itkis et publié en 1976. En 1980, les principales contributions à la théorie des SMC avaient été achevées et rapportées par la suite dans la monographie d'Utkin de 1981 (en russe) et sa version anglaise « Ulterior Sliding Modes in Optimization and Control Problems ». Une revue complète a été publiée par DeCarlo « Variable structure control of nonlinear multivariable systems » [2]

#### III. Mode glissant pour un système de second ordre

La commande par mode de glissement consiste à concevoir une loi de commande qui puisse guider le vecteur d'état d'un système donné vers un hyperplan S=0, communément appelé surface de glissement. Une fois ce sous-espace d'état atteint, le vecteur d'état possèdera alors une dynamique stable qui dépendra directement du choix de la surface de glissement, et qui fera en sorte que le vecteur d'état convergera vers le point d'équilibre. Nous dirons alors que le vecteur d'état «glisse» sur l'hyperplan jusqu'à atteindre le point d'équilibre. La figure II.1 schématise ce processus dans le plan de phase, c'est-à-dire dans le cas particulier d'un système mono variable d'ordre deux. Ainsi nous pouvons constater que la commande par mode de glissement est divisée en deux étapes, ou deux modes: Dans une première phase, le vecteur d'état doit atteindre la surface de glissement, nous parlons alors du mode d'atteinte, ou« reaching mode» en anglais. Dans une deuxième phase, et après avoir atteint la surface de glissement S=0, le vecteur d'état doit glisser sur cette surface jusqu'à atteindre le point d'équilibre, nous Parlons alors de mode de glissement, ou de «sliding mode». Donc la conception de la commande par mode de glissement est divisée en deux parties distinctes :

- Premièrement, il faut choisir adéquatement la surface de glissement pour y assurer la convergence du vecteur d'état vers le point d'équilibre.
- Deuxièmement, il faut concevoir la loi de commande de telle manière que le vecteur d'état puisse atteindre la surface de glissement et y glisser. Afin de bien comprendre les étapes dans la conception de la commande par mode de glissement [3]



#### III.1 Choix de la surface de glissement



Considérons le système du second ordre :

$$\ddot{x} = f(\dot{x}, x) + b(\dot{x}, x) * u$$
 (II.1)

Où *f* et *b* sont des fonctions non linéaires, et b est supposée inversible. *u* est l'entrée du système. Soit  $x_d$  la consigne désirée et soit *e* l'erreur de poursuite définie par :  $e = x - x_d$ . Tout d'abord, il faut commencer par choisir la fonction de glissement *S*. Le choix typique de *S* est Fait tout simplement comme suit :

$$s = \alpha e + \dot{e} \tag{II.2}$$

Où  $\alpha$  est un coefficient positif. Ainsi, lorsque la surface de glissement *S*=0 est atteinte, le système vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\alpha e + \dot{e} = 0 \tag{II.3}$$

D'après (l'équation II.3), l'erreur de poursuite vérifie alors une équation différentielle linéaire du premier ordre et tendra exponentiellement vers 0. Le choix de la fonction de glissement S'étant fait, la deuxième étape consiste à concevoir une loi de commande qui puisse amener le vecteur d'état à glisser sur la surface S=0. Pour cela, il faut que la loi de commande soit conçue de telle manière à ce que la condition suivante (appelée également condition d'atteinte, ou« reaching condition») [3]

#### **III.2** Condition de convergence

$$\mathbf{s} \, \ast \, \overset{\cdot}{\mathbf{s}} < \mathbf{0} \tag{II.4}$$

Si la condition (équation II.4) est vérifiée, alors la fonction de glissement et sa dérivée sont de signe contraire quel que soit le temps. Ceci implique donc que 0 est un centre attracteur pour *S*, ce qui veut dire que la vérification de la condition (équation II.4) implique que *S* convergera vers 0. Le temps de convergence, ou le temps d'atteinte (« reaching time ») *tr* dépend directement du choix de S. D'une autre perspective, la condition (équation II.4) assure que la fonction de Lyapunov  $\frac{1}{2}s^2$  admet une dérivée temporelle strictement négative, ce qui implique que *S* convergera vers 0. Généralement, pour que la condition (équation II.4) soit vérifiée en tout emps, *S* est usuellement choisi comme suit :

$$s = -k * sign(s) \quad \forall t$$
 (II.5)

Avec le coefficient *k* appelé aussi gain discontinu et strictement positif. (Équation II.5) est appelée loi d'atteinte ou loi de convergence ou encore «reaching law ». En intégrant temporellement (équation II.5) entre 0 et  $t_r$ , nous trouvons que le temps d'atteinte de la surface de glissement est fini et est donné par la relation suivante [**3**] :

$$t_r = \frac{|s(0)|}{k} \tag{II.6}$$

#### **III.3** Détermination de loi de commande

Pour choisir la loi de commande pour que la loi de convergence (équation II.5) soit vérifiée il faudra exprimer S en fonction de la commande *u*. Or :

$$\dot{S} = \alpha \dot{e} + \ddot{e} = \alpha \dot{e} + \ddot{x} - \ddot{x_d} = \alpha \dot{e} - \ddot{x_d} + f(\dot{x}, x) + b(\dot{x}, x) * u$$
(II.7)

Ainsi, pour que (équation II.5) soit vérifiée, il suffirait que :

$$\alpha \dot{e} - \dot{x_d} + f(\dot{x}, x) + b(\dot{x}, x) * u = -k * sign(s)$$
 (II.8)

$$u = b^{-1}(\ddot{x_d} - \alpha \dot{e} - f) - b^{-1}k * sign(s)$$
(II.9)

En isolant alors la commande dans (II.9), nous déduisons la loi de commande suivante qui permettra au vecteur d'état d'atteindre la surface de glissement et de converger vers la trajectoire désirée:

$$u_{eq} = b^{-1}(\ddot{x_d} - \alpha \dot{e} - f)$$
(II.10)

L'autre, de nature discontinue, est appelé contrôle discontinu et correspond à :

$$u_{dis} = b^{-1} k * sign(s) \tag{II.11}$$

L'interprétation du rôle de chacun de ces termes est différente: Lorsque la surface de glissement S=0 est atteinte, le contrôle discontinu s'annule théoriquement (puisque sign(0)=0) et seul le terme équivalent de la loi de commande subsiste. Nous déduisons alors que le rôle de  $u_{eq}$  est de garder le vecteur d'état sur la surface de glissement lorsque celle-ci est atteinte. Le rôle de  $u_{eq}$  peut être également perçu comme un compensateur des non

linéarités introduites par la fonction f. Par ailleurs, le rôle du terme discontinu  $u_{dis}$  est principalement de vérifier la condition d'atteinte (équation II.4), et donc de guider le vecteur d'état vers la surface de glissement. Ainsi, comme nous l'avons mentionné précédemment, le rôle de la loi de commande est double, puisqu'en effet, il consiste à guider le vecteur d'état sur la surface de glissement et à le garder sur cette dernière pour qu'il converge vers l'équilibre **[3]** 

#### IV. Problème de broutement «chattering »

Presque depuis que des idées de modes glissants ont été avancées, le bruit audible de certains contrôleurs de modes glissants a irrité les ingénieurs de contrôle et a souvent conduit à des ressentiments, voire au rejet de la technique. Le phénomène est surtout connu sous le nom de « chattering » (figure II.2). Deux causes principales ont été identifiées: premièrement, la dynamique rapide de la boucle de contrôle, qui était négligée dans le modèle de système, est souvent excitée par la commutation rapide des contrôleurs en mode glissant. Deuxièmement, les implémentations numériques dans des microcontrôleurs avec des taux d'échantillonnage fixes peuvent conduire à des « chattering » de discrétisation. [1]



Figure II.2 : le phénomène de broutement

#### IV.1 Analyse de problème

Le terme « chattering » décrit le phénomène des oscillations d'amplitude de finité et de fréquence apparaissant dans des nombreuses implémentations en modes glissants. Ces oscillations sont causées par la commutation haute fréquence d'un contrôleur de modes glissants excitant une dynamique sans modèle dans la boucle fermée. La «dynamique non modélisée» peut être celle des capteurs et actionneurs négligée dans le processus de modélisation principal car elle est généralement beaucoup plus rapide que la dynamique du système principal. Cependant, comme les systèmes en modes glissant «idéal» sont infiniment

rapides, toute la dynamique du système doit être prise en compte dans la conception de la commande. Heureusement, empêcher « chattering » ne nécessite généralement pas de modèle détaillé de tous les composants du système. Au contraire, un contrôleur de modes glissants peut être d'abord conçu selon des hypothèses idéalisées sans dynamique non modélisée. Dans une deuxième étape de conception, les « chattering » possibles doivent être évités par l'une des méthodes connues. La solution du problème de « chattering » est d'une grande importance lors de l'exploitation des avantages d'un contrôleur de modes glissants dans un système réel. Dans une certaine mesure, le « chattering », sans traitement approprié dans la conception de la commande, a été un obstacle majeur à la mise en œuvre du mode glissant pour un large éventail d'applications **[1]** 



Figure II. 3 : Boucle de commande avec dynamique de l'actionneur négligée dans la conception de commande idéale

#### IV.2 Lissage de la commande par modes glissants

Nous avons vu que la commande par modes glissants contient un terme discontinu sur la surface. Cette discontinuité suppose que les commutations entre les deux parties de l'espace d'état d'éliminées par la surface de glissement se font instantanément. Cette hypothèse n'est malheureusement pas vérifiée en pratique car il n'existe pas d'organe de commande ayant cette performance. C'est pour cette raison qu'un phénomène de broutement appelé aussi (Chattering) apparait sur la surface de glissement. Pour éviter ce phénomène dangereux pour les systèmes, la fonction signe est remplacée par la fonction saturation

$$Sat(x) = \begin{cases} sgn(x) & si \ |x| \ge \epsilon \\ \frac{x}{\epsilon} & si \ |x| \le \epsilon \end{cases}$$
(II.12)

En considérant la classe de système suivante :

$$\ddot{x} = f(\dot{x}, x) + b(\dot{x}, x) * u$$
 (II.13)

Et en remplaçant la fonction sgn(x) par la fonction sat(x). La commande s'écrira :

$$u = b^{-1}(\ddot{x}d - \alpha \dot{e} - f) + b^{-1}k * sat(s)$$
(II.14)

Si  $|s| \ge \epsilon$ , on aura  $s\dot{s} < -k|s|$ . Si  $|s| < \epsilon$  on aura  $s\dot{s} < -\frac{k}{\epsilon} * s^2$ , ce qui veut dire que la convergence vers S = 0 sera exponentielle et non pas en temps fini [4–7]





# V. Application au système de lévitation magnétique

#### V.1 Analyse du système en boucle ouverte (sans commande)

La représentation d'état du système est donnée par l'équation I.13 du chapitre

précédent :

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = g - \frac{k}{m} \frac{i^2}{x^2} = g - M \frac{i^2}{x^2} \end{cases}$$

(II.15)

Les paramètres du système utilisés dans la simulation sont donnés par le tableau II.1

x	Position de la balle	[0.0025, 0.025] m
i	Courant dans la bobine	[0, 3] A
и	Tension aux bornes de la bobine	[0, 5] V
g	Gravité	9,81 m x $s^{-2}$
т	Masse de la balle	0.02 kg
<i>k</i> <sub>1</sub>	constante	$0.397 \ \Omega^{-1}$
k	Constant magnétique	$0.0000825 \ kg^{-1}$

Tableau II. 1: Paramètres du système Maglev

Pour effectuer nos différentes simulations, nous avons fait appel au logiciel Matlab (Simulink) La figure II.5 représente la modèle de simulation en boucle ouverte sans commande :



Figure II. 5 : Modèle de simulation du système en boucle ouverte

Les figures II.6, II.7 et II.8 représentent respectivement la sortie de système (dans notre cas : la position de la balle), avec des signaux différents (courant dans l'électroaimant) tels que : courant constant, courant ayant la forme d'un signal carré et ayant la forme d'une sinusoïde.



Figure II. 6 : Position de la balle pour un courant constant « step »



Figure II. 7 : Position de la balle avec un courant de forme « carrée »



Figure II. 8 : Position de la balle avec un courant de forme « sinusoïde »

D'après les figures, il est clair que le système de lévitation magnétique est fortement instable en boucle ouverte.

#### V.2. Synthèse de la commande par mode glissant d'un système de lévitation

Le Modèle de notre système peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{cases} f(\dot{x}, x) = g \\ b(\dot{x}, x) = -M \frac{1}{x^2} \\ u = i^2 \end{cases}$$
(II.16)

D'après l'équation II.9, la commande de système de lévitation peut s'écrire de la façon suivante :

$$i^{2} = (-M\frac{1}{x^{2}})^{-1}(\ddot{x_{d}} - \alpha \dot{e} - g) - (-M\frac{1}{x^{2}})^{-1}k * sign(s)$$
$$i = \sqrt{\frac{x^{2}}{M}((-\ddot{x}_{d} + \alpha \dot{e} + g) + k * sign(s))}$$
(II.17)

Donc

Ainsi, la commande équivalente et la commande discontinue seront données par les équations :

$$u_{eq} = -\frac{x^2}{M} \left( \dot{x_d} - \alpha \dot{e} - g \right) \tag{II.18}$$

$$u_{dis} = -\frac{x^2}{M}k * sign(s) \tag{II.19}$$

Pour l'implémentation de la commande, nous fait appel au logiciel Matlab (figure II.9) :



Figure II.9 : Schéma block de la commande sous Simulink

## V.3 Simulation de la commande du système

La simulation du système avec la commande est représentée sur la figure II.10, Dans ce cas nous avons utilisé la fonction sign (Phénomène de chattering non pris en compte).



Figure II. 10 : Schéma block du système et la commande (en boucle fermée)

#### V.3.1. Réponse indicielle

La réponse indicielle est schématisée sur la figure II.11 (position désirée =0,01 m).



Figure II. 11 : Réponse indicielle avec zoom montrant le phénomène du broutement

#### V.3.1.1. Performances du système

- ✓ Stabilité : d'après la réponse indicielle du système, on déduit que ce dernier est stable, et a un comportement d'un système du 2<sup>ème</sup> ordre avec un pic de la position de la balle à 0.016 m puis se stabilise au point x=0.0105 m au bout de 0,6 s
- ✓ **Rapidité :** le système atteindre 95% de la valeur désirée au bout de 0,6 s.

- ✓ Précision : Un zoom sur l'allure de la réponse indicielle montre que l'erreur ne dépasse pas 6%, vu qu'on a imposé un intervalle de 2 cm permettant le déplacement de la balle, donc l'erreur est acceptable.
- ✓ **Broutement** : on remarque toujours que le signal de sortie, même après stabilisation présente des oscillations, et ceci est dû à la commutation de la commande ( $U_{dis}$ ) dont la fréquence très élevée. il est clair que la valeur du courant oscille dans autour de 0.49 et 0.54 A, de même que la tension [1.22, 1.34] V, Ceci est dû au phénomène de chattering qui doit pris en considération pour éviter l'endommagement de l'électroaimant (figures II.12 et II.13).

Les figures II.12 et II.13 montrent le comportement de la commande (le courant et la tension)



Figure II. 12 : Courant pour lequel la balle atteint 0.01m avec un zoom montrant le broutement



Figure II. 13 : Tension pour laquelle la balle atteint 0.01m avec un zoom montrant le broutement

✓ Sécurité du système: on remarque d'après les précédents graphes, que les deux grandeurs se stabilisent autour de valeurs acceptables, malgré l'apparition des pics (le courant monte jusqu'au 0.8 A, et la tension monte jusqu'au 2 V). Ces deux valeurs ne dépassent pas les valeurs nominales imposées au niveau du tableau II.1.

#### V.3.2. Réponse du système pour des signaux périodiques.

Dans ce cas, nous allons simplement imposer au niveau de la consigne des signaux périodiques ayants les formes (carrée et sinusoïdale).

#### • Signal carré (consigne)

Les figures II.14, II.15 et II.16 représentent respectivement la position de la balle, et la commande (courant et tension).







Figure II. 15 : Courant dans l'électroaimant pour un signal carré avec un zoom montrant le phénomène du broutement



Figure II. 16 : Tension de commande pour un signal carré avec un zoom montrant le phénomène du broutement

# • Signal sinusoïdal (consigne)

De même, on représente sur les figures II.17, II.18 et II.19, les résultats de simulation pour une consigne ayant la forme d'une sinusoïde.



Figure II. 17 : Position de la balle pour un signal sinusoïdal avec un zoom montrant le phénomène du broutement



Figure II. 18 : Courant dans l'électroaimant pour un signal sinusoïdal avec un zoom montrant le phénomène du broutement



Figure II. 19 : Tension de commande pour un signal sinusoïdal avec un zoom montrant le phénomène du broutement

#### V.4 Simulation du système avec élimination du phénomène de chattering

Dans cette étape, nous essayons de remplacer la fonction signe utilisée dans la commande par la fonction saturation et ceci pour palier au phénomène du chattering. Nous répétons les mêmes étapes que précédemment tout en imposant une consigne constante, puis ayant la forme d'un signal carré et enfin une consigne de forme sinusoïdale.

#### • Consigne constante

On impose dans ce cas, une consigne de 1cm (figure II.20).





#### V.4.1. Performances du système

- ✓ **Stabilité** : d'après la réponse indicielle du système, on déduit qu'il est stable, il a un comportement d'un système de 2<sup>ème</sup> ordre avec un pic de 0,016 m à *t* =0.16 *s*, puis elle stabilise au point *x*=0.0107m
- ✓ **Rapidité :** le système atteindre 95% de la valeur désirée au bout de 0,6 *s*
- Précision : le zoom sur la figure nous permet d'avoir une idée sur la précision. Elle ne dépasse pas 7%, ce qui acceptable vu qu'on pas dépassé l'intervalle imposé au départ.
- ✓ Broutement : il est clair sur la figure II.20, que le signal de sortie (la position) est lisse, et se superpose quasi-parfaitement avec la consigne imposée. il est claire que la valeur du courant se stabilise à 0.52 A, la valeur de tension se stabilise à 1.3V, et on remarque l'annulation du phénomène de broutement.

Les figures II.21 et II.22 représentent le comportement de commande (le courant et la tension)



Figure II. 21: Courant dans l'électroaimant avec un zoom montrant l'élimination du broutement



Figure II. 22: Tension de commande avec un zoom montrant l'élimination du broutement

Sécurité du système: on remarque ici, que les deux grandeurs se stabilisent autour des valeurs acceptables malgré l'apparition d'un pic (le courant monte jusqu'au 0.8 A, et la tension monte jusqu'au 2 V), mais ne dépassant pas la plage imposée dans le tableau (II. 1).

#### V.4.2. Réponses du système pour des consignes de formes : carrée et sinusoïdale

Dans ce qui suit, nous esquissons les résultats de simulation tout imposant à l'entrée des consignes de formes : carrée et sinusoïdale



#### • Signal carré

Figure II. 23: Position de la balle avec un zoom montrant l'élimination du broutement



Figure II. 24 : Courant dans l'électroaimant avec un zoom montrant l'élimination du broutement



Figure II. 25 : Tension de commande avec un zoom montrant l'élimination du broutement



• Signal sinusoïdal





Figure II.27:Courant dans l'électroaimant avec un zoom montrant l'élimination du broutement



Figure II. 28: Tension de commande avec un zoom montrant l'élimination du broutement

# V.5. Test de la Robustesse de la commande

#### V.5.1. Robustesse de la commande vis-à-vis des perturbations

Afin de montrer l'efficacité de la commande développée, nous allons fixer une consigne de 2cm, tout introduisant train d'impulsion sur la position de la balle (coup de pousse sur la balle) considéré comme perturbations (figure II.29).



Figure II. 29 : Position de la balle avec des perturbations

Le train d'impulsions présentes sur la balle à une période de 10s (imposé sur la balle). On remarque que la balle dévie de sa position à chaque impulsion puis revient, mais avec une erreur de 7%.

Les figures II.30.a et II.30.b représentent le comportement de la commande (le courant et la tension) en présence des perturbations



Figure II. 30 : Commande avec des perturbations

- (a) Courant dans l'électroaimant
  - (b) Tension de commande

D'après les deux signaux obtenus de la commande, il est claire que la perturbation a une influence sur les deux grandeurs telle que la tension chute à 0.75 v et le courant à 0.3 A, puis ils reviennent à leurs valeurs stables (i=1A, u=2.5v).

Donc on peut conclure que la commande est robuste, et rejette les interventions externes

#### • Signaux (carré et sinusoïdal) avec présence des perturbations

Toujours dans la même perspective de tests de robustesse, on impose au niveau de la consigne, des signaux de formes carré et sinusoïdal avec introduction des perturbations sous forme de train d'impulsion sur la position de la balle. Les simulations sont représentées sur les figures II.31, II.32 et II.33.



Figure II. 31: Position de la balle avec introduction des perturbations

(a) : Signal carré(b) Signal sinusoïdal



Figure II. 32: Courant dans l'électroaimant avec introduction des perturbations

(a) : Signal carré

(b) Signal sinusoïdal



Figure II. 33: Tension de commande avec introduction des perturbations

- (a) : Signal carré
- (b) Signal sinusoïdal

#### V.5.2. Test de la robustesse de la commande pour différentes valeurs de la masse

En dernier, nous finalisons par tester la robustesse de la commande vis-à-vis des changements de la masse de la balle. Nous esquissons ici sur les figures II.34, II.36, II.38 et II.40, la position de la balle pour les différentes masses.

• m=40g



Figure II. 34 : Position de la balle pour m=40g



Figure II. 35: Signaux de commande pour m=40g

- (a) Courant
- (b) Tension

• m=60g



Figure II. 36 : Position de la balle pour m=60g



Figure II. 37: Signaux de commande pour m=60g

(a) Courant(b) Tension

• m=100g



Figure II. 38: Position de la balle pour m=100g



Figure II. 39: Signaux de commande pour m=100g

- (a) Courant
- (b) Tension

• m=130g



Figure II. 40 : Position de la balle pour m=130g

On constate d'après les figures que notre système reste robuste pour une masse atteignant les 100g. Cependant, pour m=130g, l'électroaimant n'arrive à suspendre la balle (figure II.40). Par ailleurs, nous avons constaté que pour m=60g, la tension dépasse de 0.6 v le seuil imposé. Pour toutes ces raisons et à titre préventif, la masse de la balle ne doit pas dépasser 55g.

#### V.6 Modélisation en 3D du système de lévitation magnétique

Afin de montrer l'efficacité de l'approche utilisée, nous avons fait appel à l'outil V-REALM BUILDER disponible sous Matlab pour créer un modèle en 3D du système de lévitation magnétique. Cet outil nous permet de visualiser le mouvement de la balle comme dans la réalité (figure II.41).



Figure II. 41 : Modélisation du système en 3D

# VI. Avantages et inconvénients de la commande par mode glissant

Il est reconnu que la robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle présente le point fort d'une commande par mode glissant. De plus, la réduction de l'ordre du système constitue un autre point fort de ce type de commande, car elle permet de simplifier la complexité du système. Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients :

Un phénomène de « chattering » ou broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande et qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs.
Le système est soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré or que cette dernière (la commande élevée) n'est pas souhaitable [8].

# VII. Conclusion

Ce chapitre a fait l'objet de généralités sur la théorie des modes glissants et leurs applications en vue de l'implémentation de ce type de commande sur le système de lévitation magnétique. Cette commande est très utilisée dans le cas où le système à commander est plongé dans un milieu hostile.

Nous nous intéressons dans le chapitre suivant à une étude comparative des lois de commandes utilisées pour les systèmes de lévitation magnétique.

# **VIII. References**

[1] V. UTKIN, J. GULDNER, and J SHI, « Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems » Second Edition, by Taylor & Francis Group, LLC, 2009.

[2] Y. SHTESSEL, C. EDWARDS, L. FRIDMAN, A. LEVANT, « Sliding Mode Control and Observation », Springer Science+Business Media New York, 2014

[3] C. FALLAHAH, « Etude de la commande par mode de glissement sur les systèmes mono et multi variables», Mémoire présenté à l'école de technologie supérieure, Université du Québec, le 8 janvier 2007

[4] V.UTKIN, «Variable structure systems with sliding modes», IEEE Trans. Auto. Control, Vol 22, pp 212-222, 1977.

**[5] J.J.E SLOTINE and W. LI**, « Applied Nonlinear Control » Prentice-Hall International Editions, Englewood Clifis, 1991.

[6] K. KHALIL, « Nonlinear systems», Macmillan Publishing Company, New-York, 1992.

[7] H. SIRA-RAMIREZ, « Diferential geometric method in variable structure control», International Journal of Control ,Vol 48, 1988, pp 1359-1390.

[8] M. IDHIR et R. FERHAT « Etude comparative des régulateurs PID et Flou Application à un moteur à courant continu (MCC) » Mémoire de fin d'études, Université Abderrahmane Mira, Bejaïa, 2012

# CHAPITRE III : ETUDE COMPARATIVE ENTRE LES COMMANDES SYNTHETISEES

#### I. Introduction

Dans ce chapitre, nous essayons d'introduire une étude comparative qualitative entre l'ensemble des lois de commande synthétisées (PFE-Ingénieur) utilisant le modèle linaire du système et non linéaire développée au chapitre précèdent

Cette étude sera mise en exergues d'un point de vue comparaison de la réponse indicielle, et robustesse vis-à-vis des perturbations et de changements de la masse de la balle.

#### II. Comparaison des réponses indicielles

Dans le but d'analyser les réponses du système, nous allons tracer sur le même graphe l'ensemble des réponses utilisant les régulateurs (avance de phase, PID, Logique floue et modes glissants). Les résultats de simulation sont esquissés sur la figure III.1



Temps (s) Figure III.1. Réponses indicielles du système

Nous constatons d'un point de vue rapidité, le régulateur flou et l'avance de phase présentent un temps de réponse faible par rapport aux autres régulateurs. Cependant, l'erreur statique reste faible pour le cas d'un PID et avance de phase. Cette erreur est d'environ 5% pour le cas d'un régulateur par mode de glissement.

#### III. Comparaison entre les signaux de commande des régulateurs

Cette étape est très importante, puisque on analysera le comportement des signaux de commande.

D'après les figures III.2, III.3 et III.4, et au niveau du régime transitoire tous les signaux de commande présentent des oscillations et des variations brusques de la commande, sauf pour le cas de la commande par mode de glissement le comportement est différent, la sortie du régulateur varie progressivement jusqu'à la stabilisation dans le régime permanant.



Figure III.2. Différents signaux de commande

- (a) Régime transitoire de la commande
- (b) Régime permanant de la commande



Figure III.3. Zoom sur la partie (a) des signaux de commandes



Figure III.4. Zoom sur la partie (b) des graphes des signaux de commande

#### IV. Comparaison des réponses pour une trajectoire imposée

Les figure III.5.a et III.5.b représentent les réponses du système pour deux trajectoires imposées à savoir : signaux carré et sinusoïdal.

D'après la figure III.5, on constate la performance des régulateurs à avance de phase et Logique Floue à suivre la trajectoire imposée

Par ailleurs, le PID suit la trajectoire, mais présente un dépassement et le temps de réponse est relativement important, par contre la correction par mode glissant donne un comportement semblable avec une erreur relativement importante.



Figure III.5. Suivi de trajectoire

(a) Signal carré

(b) Signal sinusoïdal

## V. Comparaison de la réponse indicielle vis-à-vis des perturbations

La figure III .6 représente les réponses du système corrigé utilisants les diffirents régulateus avec introduction des perturbations sur la position de la balle.



Figure III.6. Réponse indicielle avec perturbations

On constate que la commande par mode de glissement reste robuste vis-vis des perturbations. On peut conclure que les commandes par mode glissant et par logique floue sont robustes ce qui confirme le bien fondé de ce type de commande.

#### VI. Comparaison de la réponse indicielle vis-à-vis des changements de la masse

La figure III.7 montre la réponse du système en remplaçant la balle de 20g par une autre balle de 60 g. La correction par mode glissement reste robuste vis-à-vis des changements ainsi que le PID. Cependant, le régulateur flou présente une erreur statique trop faible et cette dernière est assez remarquable pour l'avance de phase.



**Figure III.7.** Réponses indicielles pour m=60g

#### VII. Comparaison (étude théorique)

Dans cette partie, on discutera sur la complexité des calculs des paramètres des régulateurs.

Le calcul du régulateur à avance de phase est plus facile, et nécessite uniquement le tracé de Bode et d'équations à résoudre. Cependant, la technique des modes glissants nécessite des calculs plus complexes et le choix des paramètres lambda et *K* reste crucial pour la stabilité et la convergence.

Par contre, la régulation par logique floue nécessite beaucoup de connaissances sur le comportement du système, et la deuxième difficulté est le choix des fonctions d'appartenances et les nombre de règle d'inférences ce qui engendre un temps de simulation assez important qui reste tributaire du nombre de règles

#### VIII. Conclusion

Dans notre étude, nous avons examiné les performances des régulateurs synthétisés. Les résultats obtenus par simulation sont encourageants.

Notre étude comparative a été développée dans le but de montrer les avantages et inconvénients de chaque type de commande.

CONCLUSION GENERALE

#### **Conclusion générale**

Dans ce travail, nous avons examiné l'opération de commande du système de lévitation magnétique en utilisant le réglage par mode de glissement. L'objectif de ce travail a été de trouver une commande robuste pour le contrôle d'un système fortement instable en boucle ouverte.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la technique des modes glissants pour synthétiser le régulateur en utilisant le modèle non linéaire du système, les résultats de simulation montrent le bienfondé de cette technique. La suppression du phénomène de chattering a été réalisée en remplaçant la fonction signe par la fonction Saturation.

Dans une seconde étape, une étude comparative entre les différents régulateurs synthétisés a été entreprise avec plusieurs tests de robustesse, afin de mettre en exergue les performances de chaque régulateur.

Cette étude nous ouvre de nouvelles perspectives dans un domaine de recherche et de développement très important qui est la commande des systèmes non linéaires. On peut songer à utiliser l'approche neuronale ou neuro-floue pour la commande. L'approche neuronale permet non seulement d'établir des relations analytiques importantes pour la phase de contrôle, mais aussi une grande flexibilité puisqu'il n'y a aucune restriction quant au nombre de paramètres du système en entrée et en sortie.