

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION  
AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL IN APPLIED SCIENCES  
--T L E M C E N--



المدرسة العليا في العلوم التطبيقية  
École Supérieure en  
Sciences Appliquées

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا في العلوم التطبيقية  
-تلمسان-

Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme de Master

Filière : Automatique  
Spécialité : Automatique

Présenté par : Mr. REGGAB Ben Azouz et Mr. LAHLOUHI Redha

Thème

## Modélisation du système de direction Steer-By-Wire (SBW)

Soutenu publiquement, le 10 / 09 /2020, devant le jury composé de :

Mr. F.BOUKLI HACENE	Maître de Conférences A	ESSA. Tlemcen	Président
Mr. ABDI Sidi Mohammed	Maître de Conférences B	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
Mr. SENTOUH Chouki	Maître de Conférences A	UPFH. Valenciennes	Co-Directeur de mémoire
Mr. ARICHI Fayçal	Maître de Conférences B	ESSA. Tlemcen	Examineur 1
Mr. MOKHTARI Redha	Maître de Conférences B	ESSA. Tlemcen	Examineur 2

Année universitaire : 2019 / 2020

## Résumé :

Le travail présenté dans ce mémoire, consiste à étudier les différents systèmes de direction de véhicule, une modélisation par les Bondes Graphes ainsi qu'une modélisation par les lois de Newton sont réalisées pour les systèmes de direction filo commandés.

Ce mémoire est présenté dans cinq chapitres: généralités sur les systèmes de direction, modélisation de système DFC par Bondes Graph, Modélisation de système DFC par les lois de Newton, Comparaison entre les méthodes de modélisation et une conclusion générale.

## Abstract:

The work presented in this thesis, consists of studying different vehicle steering system, a modeling by the Bond Graph tool as well as a modeling by the Newton's laws are realized for the Steer-By-Wire systems.

This thesis is presented in five chapters: Generality on the steering systems, modeling of the SBW system by the Bond Graph tool, modeling of the SBW system by the Newton's laws, comparison between the modeling methods and a general conclusion.

ملخص:

العمل المقدم في هذه الأطروحة, يهتم بمختلف أنظمة توجيه عجلة القيادة للسيارات, نمذجة بأداة Bondes graphe و كذلك نمذجة بقوانين نيوتن تم تجسيدهم على أنظمة توجيه عجلة القيادة بالسلك. هذه الأطروحة مقدمة في ستة فصول: معلومات عامة حول أنظمة قيادة السيارة, نمذجة أنظمة توجيه عجلة القيادة بالسلك بأداة Bondes Graph, نمذجة أنظمة توجيه عجلة القيادة بالسلك بقوانين نيوتن, مقارنة بين مختلف النماذج و خلاصة عامة.

**Dédicace :**

A tous les membres de nos familles qui ont été une source constante de motivation, d'inspiration et de soutien. Particulièrement à nos chers parents que Dieu nos les

garde et les protège

A nos frères, sœurs et amis

A nos grands parents

A nos oncles et nos porches.

## **Remerciements :**

Avant tout, le grand et le vrai merci à Allah qui Nous a donné la force et la vie pour accomplir cette tâche, qui au début paraissait une mission difficile.

Nous tenons à remercier en premier lieu Mr. ABDI Sidi Mohammed, notre encadrant de mémoire pour son encouragement, son expérience, ses conseils et sa sympathie qui nous a permis de mener à bien ce mémoire. Nous sommes très reconnaissants envers Mr. SENTOUH Chouki, notre co-encadrant, pour son disponibilité malgré la distance qui nous sépare, son ouverture d'esprit, sa générosité.

Nous sommes très honorés par la présence de « Mr. **F. BOUKLI HACEN** », qui a accepté de présider le jury de notre mémoire, Nous sommes également très honorés par la présence de Mr « Mr. **ARICHI Fayçal** » et « Mr. **MOKHTARI Redha** » qui ont accepté d'être les rapporteurs de ce mémoire. Qu'ils trouvent ici nos plus vifs remerciements pour l'effort qu'ils ont fait pour lire notre manuscrit et l'intérêt qu'ils ont porté à notre travail.

Tous les enseignants du département d'automatique à qui nous devons respect et reconnaissance.

Nous ne saurons oublier de remercier nos parents pour leur contribution, leur soutien et leur patience, nos proches, nos amis et toutes les personnes qui nous ont aidés par leur soutien permanent de près ou de loin lors de nos études.

## Table des matières :

Dédicace .....	I
Remerciements .....	II
Table des Matières .....	III
Liste des figures .....	IV
Liste des Tableaux .....	V
Abréviations .....	VI
Introduction générale .....	VII
Chapitre I : Généralités sur les systèmes de direction .....	1
I.1 Introduction .....	2
I.2 La direction à boitier .....	3
I.3 La direction à crémaillère.....	4
I.3.1 Système direction à crémaillère assisté .....	4
Chapitre II : Modélisation de système DFC par Bond Graph.....	11
II.1 Introduction .....	12
II.2 Modélisation par bande graphe .....	13
II.2.1 Définition .....	13
II.2.2 Les phases de construction de BG .....	13
II.2.3 Equations d'état de modèle BG .....	15
II.3 Modélisation de système DFC par le BG.....	16
II.3.1 Modélisation de sous-système volant .....	16
II.3.2 Modélisation de sous-système des roues avant .....	22
Chapitre III : Modélisation de système DFC par les lois de Newton .....	29
III.1 Introduction .....	30
III.2 Modélisation par les lois de Newton .....	31
III.2.1 Définition .....	31
III.2.2 Enoncé des lois de Newton .....	31
III.3 Modélisation de système DFC par les lois de Newton.....	32
III.3.1 Modélisation de sous-système volant .....	32
III.3.2 Les équations dynamiques de sous-système volant .....	32
III.3.3 Modélisation de sous-système des roues avant.....	33
Chapitre IV : Comparaison entre les méthodes de modélisation.....	40

IV.1	Comparaison entre les deux modélisations .....	41
IV.1.1	Modèles issues par les bond graphe.....	41
IV.1.2	Modèles issues par les lois classiques de Newton .....	42
IV.1.3	La comparaison.....	42
	Conclusion générale.....	45
	Références : .....	47

## Liste des figures :

Figure I-1 Le schéma mécanique de système de direction à boitier .....	3
Figure I-2 Le schéma de système de direction à crémaillère .....	4
Figure I-3 Le modèle mécanique la DAH.....	5
Figure I-4 Le modèle mécanique de la DAEH .....	6
Figure I-5 Le modèle mécanique de la DAE .....	7
Figure I-6 Le modèle de DFC .....	9
Figure II-1 Le lien de puissance.....	13
Figure II-2 Affectation de causalité "flux Connu" .....	14
Figure II-3 Affectation de causalité "Effort Connu" .....	15
Figure II-4 Modèle de sous-système volant ‘Bonde graphe’ .....	16
Figure II-5 Modèle mécatronique équivalent de SSV .....	17
Figure II-6 Schéma bonde graphe de SSV .....	18
Figure II-7 Modèle de sous-système des roues avant ‘Bonde graphe’ .....	22
Figure II-8 Modèle mécatronique équivalent de SSRA.....	23
Figure II-9 Figure II 6 Schéma bonde graphe de SSRA.....	24
Figure III-1 Représentation des forces qui agissent sur le système DFC .....	30
Figure III-2 Modèle de sous-système volant ‘Lois de Newton’ .....	32
Figure III-3 Modèle de sous-système des roues avant ‘Lois de Newton’.....	33
Figure III-4 Modèle De Vélo .....	34
Figure III-5 Présentation vectorielle de couple d’auto-alignement .....	37

**Liste des Tableaux :**

Tableau II-1 Paramètres de modèle mécatronique de SSV.....	17
Tableau II-2 Paramètres de modèle mécatronique de SSRA.....	23
Tableau III-1 Paramètres de modèle de SSV .....	33
Tableau III-2 Paramètres de modèle de SSRA.....	34
Tableau III-3 Paramètres de modèle de vélo.....	35
Tableau III-4 Paramètres de modèle représentatif de couple d'auto-alignement.....	37

**Abréviations :**

BG	Bond Graph
SB	schéma bloc
GF	graphe de fluence
GIC	Graphe Informationnel Causal
REM	la Représentation Énergétique Macroscopique
DFC	Direction filo-commandé
SSV	Sous-système volant
SSRA	Sous-système des roues avant
DAH	Direction à assistance hydraulique
DAEH	Direction à assistance hydro-électrique
DAE	Direction à assistance électrique

## **Introduction générale :**

Les systèmes de direction des automobiles sont des systèmes complexes multi énergies qui nécessitent une étude précise et facile à interpréter. La modélisation est le processus de développement de modèles abstraits d'un système, elle permet d'étudier des phénomènes réels et de prédire le résultat avec un niveau approximatif donné. Les modèles des nouveaux systèmes et des systèmes qui existent sont utilisés lors de l'ingénierie, dont ces derniers aident à clarifier ce que fait ce système et peuvent être utilisés comme base pour discuter de ses forces et de ses faiblesses qui conduise ensuite à l'établissement des exigences pour le nouveau système. Les modèles du nouveau système sont utilisés pendant l'ingénierie pour aider à expliquer les exigences proposées aux autres parties prenantes du système [1], dont ces modèles sont utilisés pour discuter des propositions de conception et pour documenter le système en vue de sa mise en œuvre. Les modèles mathématiques sont souvent compliqués et difficiles à interpréter. C'est pour cela qu'au cours des dernières dizaines d'années, de nombreux outils graphiques ont été conçus, notamment: les schémas blocs (SB) , les graphes de fluence (GF), les Bond Graphs (BG), le Graphe Informationnel Causal (GIC) et la Représentation Énergétique Macroscopique (REM) [2].

Dans le premier chapitre des généralités sur les systèmes de direction des automobiles sont adoptées ou des différentes catégories de directions sont étudiées en terme des composants, principe de fonctionnement ainsi qu'en terme d'avantages et inconvénients.

Le deuxième chapitre présent la modélisation de système DFC par la technique de bonde graphe ou ce dernier est devisé en deux partie, chaque partie est modélisé séparément de l'autre dont un modèle mécatronique équivalent est adopté pour chaque une.

Le troisième chapitre décrit la modélisation de système DFC par les lois de Newton, où chaque sous-système est modélisé de façon, les dynamique de véhicule sont étudiées en adoptant un modèle de vélo équivalent.

Le quatrième chapitre prévoit une comparaison entre la modélisation par la technique de BG et par les lois de Newton de multiples point de vue.

Enfin une conclusion générale qui clôt le travail présenté dans cette mémoire et qui donne un résumé général sur la modélisation des systèmes DFC.

---

# Chapitre I : Généralités sur les systèmes de direction

---

**I.1 Introduction :**

Le système de direction d'une automobile est l'ensemble des organes qui permet de guider et orienter sa trajectoire [3], ce système de direction est distingué en deux catégories : une direction à boîtier et direction à crémaillère. Le dispositif de direction le plus classique consiste à faire tourner les roues à l'aide de volant placé devant le conducteur via la colonne de direction qui contient des joints universels [4], ainsi le système de direction permet également de réduire l'effort de conducteur en faisant le grand travail de diriger le véhicule. Les composants de système de direction peuvent aussi agir comme un absorbent du choc de la route avant qu'il atteigne le conducteur. Le fonctionnement de la direction a peu changé pendant ces dernières années, les choses qui ont changé concernent principalement l'efficacité de l'opération et la facilité de la maintenance de système ainsi que la durabilité de ces composants.

## I.2 La direction à boîtier :

La direction à boîtier est constituée que par des organes mécaniques dont son principe de fonctionnement dépend complètement de l'effort fourni par le conducteur. En tournant le volant vers la droite ou vers la gauche le conducteur peut faire pivoter la bielle pendante vers l'arrière ou vers l'avant à l'aide de renvoi d'angle contenu dans le boîtier de direction.

La bielle pendante tire ou pousse la barre de direction qui par son rôle fait pivoter les roues en agissant sur le levier d'attaque. Les roues pivotent dans le même sens grâce aux rotule et le levier d'accouplement, la figure suivante montre le schéma mécanique de système de direction à boîtier [5] :

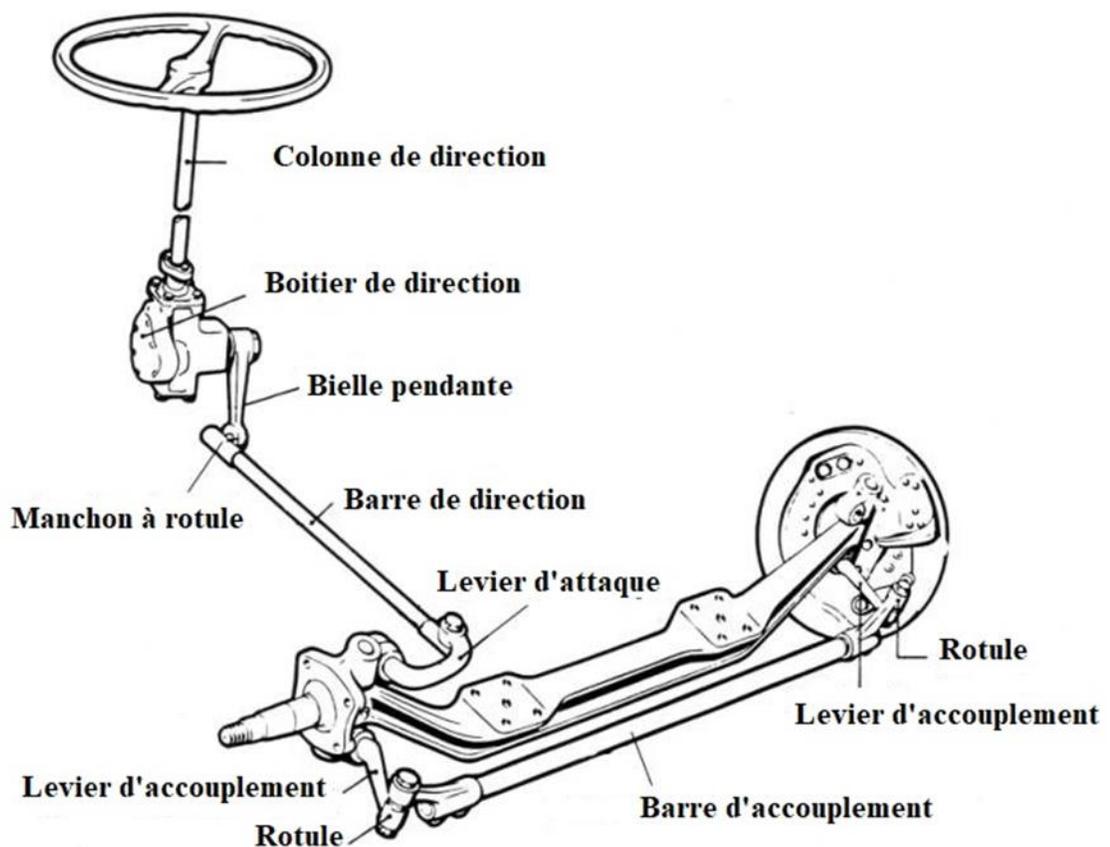


Figure I-1 Le schéma mécanique de système de direction à boîtier

### I.3 La direction à crémaillère :

La direction à crémaillère est peu compliquée mécaniquement par rapport à la direction à boîtier, son principe de fonctionnement consiste à tourner un pignon par l'intermédiaire d'une colonne de direction en tournant le volant vers la gauche ou vers la droite, ce pignon peut déplacer la crémaillère d'un côté vers l'autre dont cette dernière est reliée au levier par une biellette qui permet à la roue de se déplacer de haut vers le bas. La figure suivante le schéma de système de direction à crémaillère :

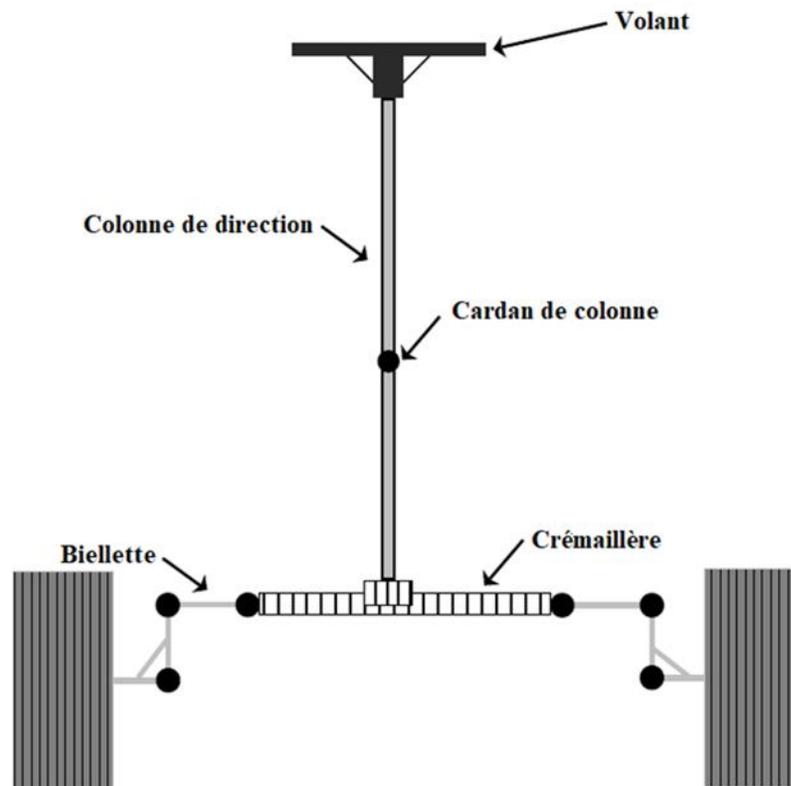


Figure I-2 Le schéma de système de direction à crémaillère

#### I.3.1 Système direction à crémaillère assisté :

##### I.3.1.1 Le système de direction à assistance hydraulique :

Le système de direction assistée hydraulique est le premier système d'assistance de direction développé pour les véhicules commerciaux. Comme son nom l'indique, l'énergie utilisée pour fournir une assistance au conducteur est hydraulique, le débit de fluide requis est fourni par

une pompe hydraulique généralement entraînée par un arbre moteur. La valve placée sur la colonne de direction distribue le fluide au cylindre auxiliaire selon le sens de l'effort appliqué par le conducteur sur le volant vers un vérin qui agit directement sur la crémaillère. La figure suivante montre le modèle mécanique de la DAH :

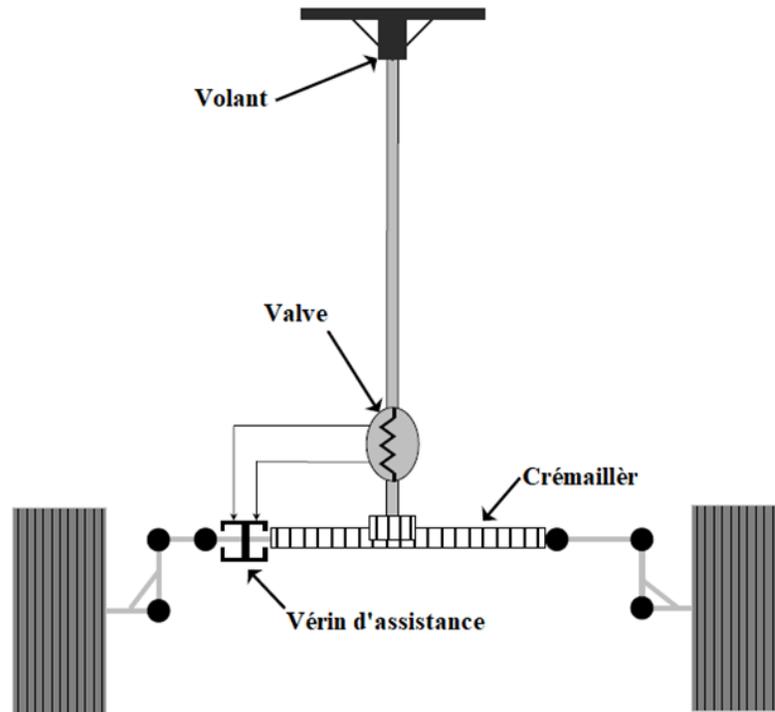


Figure I-3 Le modèle mécanique la DAH

#### I.3.1.1.1 Les avantages et les inconvénients de la DAH :

Le principal avantage réside dans le diagnostic des pannes et sa simplicité de réparation dont la majorité sont simples et connus (fuites hydrauliques, pompe direction défectueuse...) ainsi le système contient peu d'éléments électriques.

Les inconvénients de la DAH se posent dans la difficulté de maintenance dont l'accessibilité aux pièces de système est compliquée ainsi que le coût de cette opération est élevé. La DAH consomme plus de carburant car elle fonctionne en mode continu

### I.3.1.2 Le système de direction à assistance hydro-électrique :

LE DAEH se compose presque des mêmes pièces que le système hydraulique mais avec des suppléments comme le calculateur, le distributeur et le réservoir d'huile et son refroidisseur. Le principe de fonctionnement du système consiste à entraîner la pompe hydraulique de manière électrique dirigé par le calculateur et non mécaniquement. La figure suivante montre le modèle mécanique de la DAEH

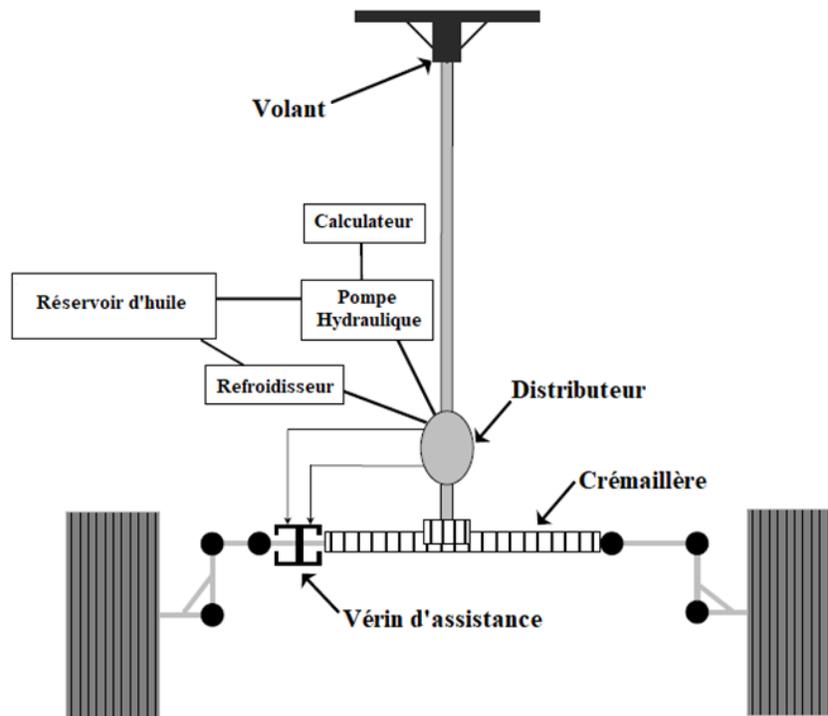


Figure I-4 Le modèle mécanique de la DAEH

#### I.3.1.2.1 Les avantages et les inconvénients de la DAEH :

L'avantage de ce système par rapport au système hydraulique est que la pompe hydraulique gère le régime de sa puissance en fonction du besoin de la voiture dont la pression hydraulique est indépendante de la vitesse de rotation du moteur. Lors d'un virage ou d'une conduite à basse vitesse La DAEH sera en plein régime au contraire elle sera à bas régime dans les situations d'une conduite sur une ligne droite ou à grande vitesse. La DAEH économise le carburant par rapport au système hydraulique car la pression de l'huile est générée qu'en cas de besoin. L'opération de

maintenance est facile puisque l'ensemble d'électropompe est disposé dans un endroit accessible, ainsi les risques des fuites hydrauliques sont limités parce que le système ne contient pas une pompe hydraulique et ces longues canalisations d'alimentation et de retour.

Le principal inconvénient de la DAEH réside toujours dans le vérin de circuit hydraulique où la majorité des pannes se présentent dans cette pièce.

### I.3.1.3 Le système de direction à assistance électrique :

Le système de direction assistée électrique est apparu à la fin des années 80, il utilise le courant électrique fourni par deux sources qui sont l'alternateur et la batterie. Ce système de direction consiste à réduire l'effort de conducteur à tout moment, en manœuvre de parking ou en conduite. La DAE assiste le conducteur quand un effort sur le volant apparaît dont le couple d'assistance est fourni par un moteur électrique monté sur la colonne de direction, par conséquent ce couple est ajouté au couple conducteur déjà appliqué sur le volant. La figure suivante montre le modèle mécanique de la DAE :

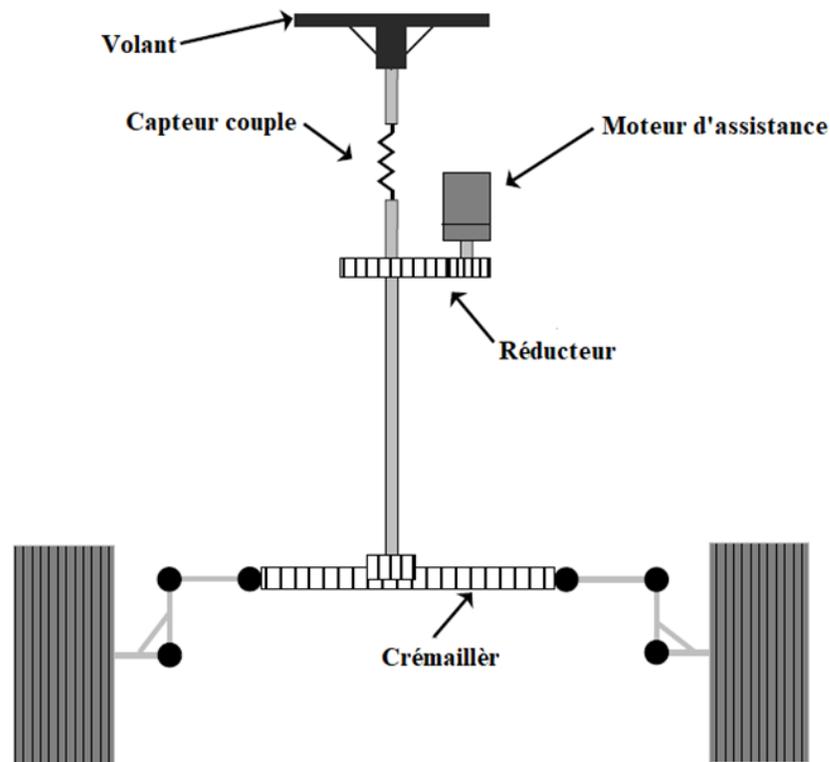


Figure I-5 Le modèle mécanique de la DAE

### **I.3.1.3.1 Les avantages et les inconvénients de la DAE :**

L'avantage de la DAE est dans sa simplicité dont il est moins mécaniquement complexe qu'un système hydraulique, le système est peu encombrant il ne contient pas de circuit hydraulique, adaptable sur les crémaillères classiques et sa maintenance est allégée. En terme d'énergie la DAE utilise un moteur électrique dédié alimenté par la batterie qui assiste le conducteur au contraire aux systèmes hydrauliques qui utilise la puissance du moteur pour prendre la charge de pilote dont le moteur perd également jusqu'à 10 chevaux dans certains cas, donc la DAE consomme moins de carburant.

Le principal inconvénient des systèmes de DAE se présente dans leur coût ou elle est relativement nouvelle et coûteuse par rapport à la direction hydraulique traditionnel ainsi les pannes électriques de systèmes ne peuvent pas être réparés sans équipement de diagnostic spécialisé et des outils avancés.

### **I.3.1.4 Système de direction filo-commandé :**

Un système de direction filo-commandé vise à éliminer le lien physique (Mécanique) entre le volant et les roues d'une voiture en utilisant des moteurs à commande électrique pour changer la direction des roues, il est devisé en général sous trois principaux sous-système, le sous-système volant, le sous-système des roues avant ainsi que l'unité de control [6], le premier sous-système contient deux capteur principale, un capteur de position et un capteur de couple, ce sous-système comporte un moteur qui fournit un couple de feedback, le deuxièmes sous-système contient un capteur de position, la crémaillère, le pignon et autre mécanisme mécanique ainsi que le moteur des roues avant, le troisième sous-système représente la liaison entre les deux premier sous-système, son rôle est de commander et stabiliser le système de pilotage filo commandé , Le feedback moteur du volant est utilisé afin de donner au conducteur la véritable sensation d'interaction entre les roues avant et la surface de la route pendant la conduite. Le moteur des roues avant génère le couple de commande des deux roues avant à travers le rack le pignon et l'arbre de direction, la commande de moteur de direction sert à commander l'angle de braquage des roues en suivant l'angle référence de volant [7] . La figure suivante montre le modèle de DFC :

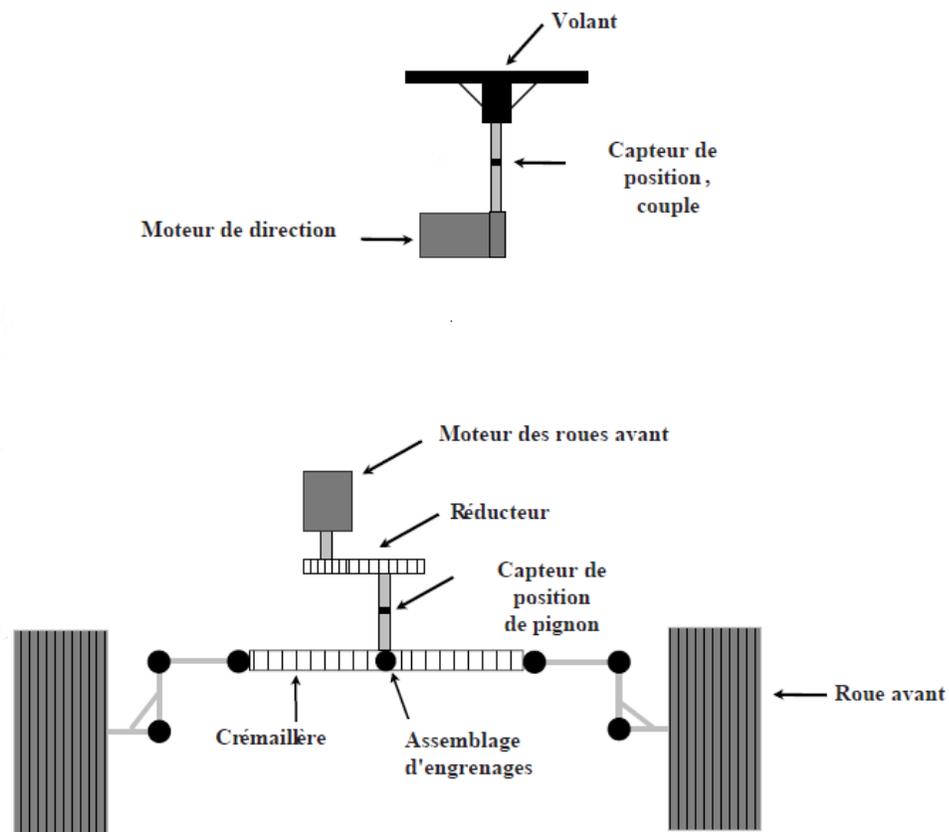


Figure I-6 Le modèle de DFC

#### I.3.1.4.1 Moteur de direction :

Le moteur utilisé dans la partie de volant est de type servomoteur, l'objectif derrière l'utilisation de ce dernier est ses caractéristiques, le servomoteur est capable d'atteindre des positions prédéterminées puis de les maintenir [8], la précision de servomoteur nous aide à maintenir ou atteindre des angles très précises spécialement dans le cas où le couple d'auto-alignement se présente dans le système des roues avant, le choix de ce dernier sera fait selon le type des voitures et selon les limites de couple de conducteur.

#### I.3.1.4.2 Les capteurs utilisés dans SSV:

Les capteurs intégrés dans le SSV sont : le capteur de couple et le capteur de position respectivement, Le capteur de couple est utilisé afin de mesurer le couple exercé par le conducteur sur le système de manière que le moteur direction génère un couple opposé pour avoir une véritable sensation de la conduite et le capteur d'angle est utilisé dont le but est de mesurer l'angle de rotation du volant dans l'intention de générer un angle de référence des roues.

**I.3.1.4.3 Moteur des roues avant :**

Le Moteur utilisé dans cette partie est synchrone a aimant permanent de trois phase, ce dernier est choisi en raison de caractéristiques de la machine synchrone, sa possibilité de garder sa vitesse constante qu'elle que soit la charge, elle peut aussi supporter des chutes de tension importante sans décrocher ce qui augmente la fiabilité de système.

**I.3.1.4.4 Les capteurs utilisés dans SSRA:**

Le deuxième sous-système contient qu'un seul capteur de position il serve à mesurer la position des deux roues avant pour générer le signal de référence à partir de l'unité de contrôle

**I.3.1.4.5 Les avantages et les inconvénients de la DFC :**

Le système DFC est également idéal pour les véhicules semi-autonomes et autonomes car il permet à la voiture de contrôler facilement et en grande souplesse sa propre direction comme il n'y a pas de liaison mécanique entre le volant et les roues la réponse et l'actionnement du système de direction peuvent être facilement adaptés aux conditions à tout moment. Le système DFC offre des avantages en termes de réduction de poids car il ne sera pas nécessaire de faire passer la colonne de direction dans le compartiment moteur, en terme de sécurité il a l'avantage particulier d'abaisser les dégâts sur le conducteur au cas où le véhicule subit a une collision frontale.

Les inconvénients de la DFC apparaissent dans l'augmentations du nombre de moteurs dans le véhicule ce qui implique l'augmentation de consommation d'énergie. L'un des principaux défis de la direction filo-commandé réside dans sa capacité de gérer les pannes, en effet il est nécessaire de prévoir un système capable non seulement de détecter les défauts mais aussi un système qui peut s'adapter en mode de fonctionnement défaillant.

---

## Chapitre II : Modélisation de système

### DFC par Bond Graph

---

**II.1 Introduction :**

Afin de modéliser le système DFC par la méthode de bonde graphe ce dernier est divisé sur deux parties, dont la première représente la modélisation de SSV et la deuxième représente la modélisation de SSRV. Dans le but de simplifier ce processus les sous-système qui constituent le DFC sont convertis vers un modèle mécatronique plus proches de ces derniers. Le modèle mécatronique exprime les composants qui forment les deux sous-système de manière électrique et mécanique c.-à-d. de représenter les caractéristiques physiques de ces composants par leur équivalent dans le domaine électrique ou mécanique, enfin ces derniers sont regroupés dans un seul schéma qui va simplifier la conversion de modélisation par le BG ou les équations qui régissent le système complet sont extraites de à partir de ce dernier.

## II.2 Modélisation par bande graphe :

### II.2.1 Définition :

La modélisation par BG est une technique graphique utilisée pour modéliser des systèmes dans tous les domaines de la science en utilisant un langage unifié, en particulier les systèmes d'ingénierie multi-énergie complexes qui incluent les sous-systèmes mécaniques, électriques, hydrauliques...etc [9]. La particularité des BG est due au fait que cette théorie est basée sur la représentation des phénomènes de transfert d'énergie au sein du système, où l'intérêt de l'utilisation de cette méthodologie réside essentiellement d'une part dans l'approche énergétique unifiée de tous les domaines de la physique et dans la mise en évidence graphique de la causalité qui joue un rôle primordial.

### II.2.2 Les phases de construction de BG :

La construction d'un modèle BG nécessite de passer par trois niveaux principales pour modéliser complètement le système étudié, ces trois phases sont représentées par : la phase fonctionnelle, la phase physique et le phase structurelle et mathématique.

#### II.2.2.1 La phase fonctionnelle:

Cette phase est basée sur l'étude de couplage effort et flux de système déjà décomposé en sous-systèmes qui échangent de la puissance, cet échange de puissance est représenté par une demi-flèche dont sa direction indique le sens du transfert de puissance ou les variables de cette dernière sont représentées en l'effort  $e(t)$  et le flux  $f(t)$ , dont leur produit exprime la puissance instantanée échangée par le lien dans. La figure suivante montre le lien entre ces variables:

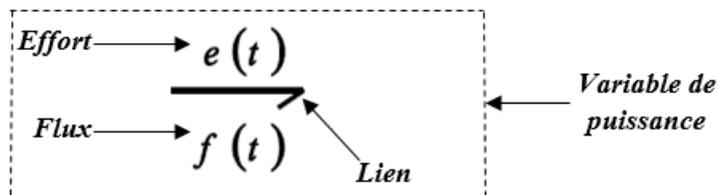


Figure II-1 Le lien de puissance

#### II.2.2.2 La phase physique:

Cette phase consiste à représenter les aspects physique des composants de système modélisé par leur équivalent électrique dont les éléments passifs  $C, I, R$  expriment les inductances, les capacités et les résistances de ce système, ces éléments ont un port.

Les éléments de source d'énergie tels que  $Se$  et  $Sf$  qui sont des éléments actifs à un port représentent des sources d'effort ou de flux respectivement. Les transformateurs ( $TF$ ) et les gyrateurs ( $GY$ ) qui sont des éléments à deux ports, représentent respectivement les transformateurs et les gyrateurs, ces éléments conservent la puissance.

Les jonctions 0 et 1 sont des éléments multiports expriment les relations en série et en parallèle entre les éléments (effort commun ou flux commun) et servent à interconnecter les éléments dans des modèles de sous-systèmes ou de systèmes.

### II.2.2.3 La phase structurelle et mathématique :

De façon complètement indépendante du sens de transfert de la puissance, cette étape concerne la construction de manière systématique les équations qui réagissent le système, ceci commence par l'étape principale qui est l'affectation de la causalité, ce qui veut dire la représentation des relations de cause à effet au sens algorithmique ou schéma-bloc ou le trait causal est placé près ou loin de l'élément pour lequel l'effort ou le flux est connu qui correspond aux schémas donnés. En d'autres termes, l'effort est une sortie du système A et une entrée pour le système B et réciproquement pour le flux. Les figures suivantes expriment l'affectation de causalité dans le cas où l'effort est connu et dans le cas où le flux est connu respectivement :

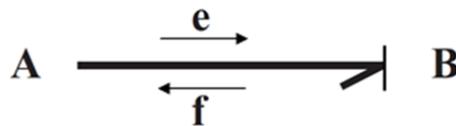


Figure II-2 Affectation de causalité "flux Connu"

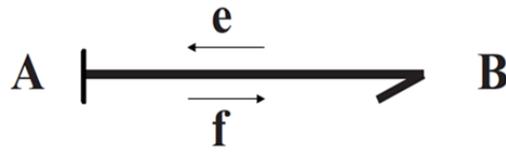


Figure II-3 Affectation de causalité "Effort Connu"

ensuite nous définissons les variables d'état qui sont traduits dans le bond graph par les éléments  $C$  et  $I$ , puis on extrait les équations des jonctions et des éléments en fonction de flux et d'effort en prenant en compte le trait de causalité et le sens de transfert de la puissance, finalement en manipulant les équations obtenues pour avoir des équations sous les deux formes suivants :

$$\dot{p}_i = \alpha p_j + \beta q_k \dots \quad (2.1)$$

$$\dot{q}_k = \gamma p_i + \delta p_j \dots \quad (2.2)$$

Où :

$\dot{p}_i$  Et  $\dot{q}_k$  sont l'effort et le flux respectivement.

$p_j$  Et  $q_k$  sont le moment et le déplacement respectivement et représentent les variables d'état.

### II.2.3 Equations d'état de modèle BG :

Les variables d'état sont les variables d'énergie associées aux éléments  $I$  et  $C$  [10] tel que :

$$x = \begin{bmatrix} p & \mathbf{1} \\ q & \mathbf{c} \end{bmatrix} \rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} e & \mathbf{1} \\ f & \mathbf{c} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Dans le cas où tous les éléments  $I$  et  $C$  sont en causalité intégrale les équations d'état dans le cas linéaire sont sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Fd \\ y = Cx + Du + E_d \end{cases} \quad (2.4)$$

Où :

$u$  et  $d$  représentent l'entrée de système et les perturbation d'entrée respectivement et les dérivés des variables d'état sont données en fonction des variables d'état et des entrées.

Afin de suivre l'obtention des équations états nous serons besoins de passer vers les étapes suivantes représentés par l'extraction des lois de structure aux jonctions en tenant compte de la causalité et l'extraction des lois associées aux éléments en prenant en compte leur causalité ou les dérivés des variables d'état sont données en fonction des variables d'état et des entrées.

### II.3 Modélisation de système DFC par le BG:

#### II.3.1 Modélisation de sous-système volant :

Afin de modéliser le SSV dans la figure II.4 par le BG un modèle mécatronique équivalent de système est adopté représenté dans la figure II.5, dont le SSV contient un capteur d'angle de braquage de volant et un moteur de restitution ou ce dernier sert à fournir au conducteur un couple de retour en fonction de mouvement du véhicule.

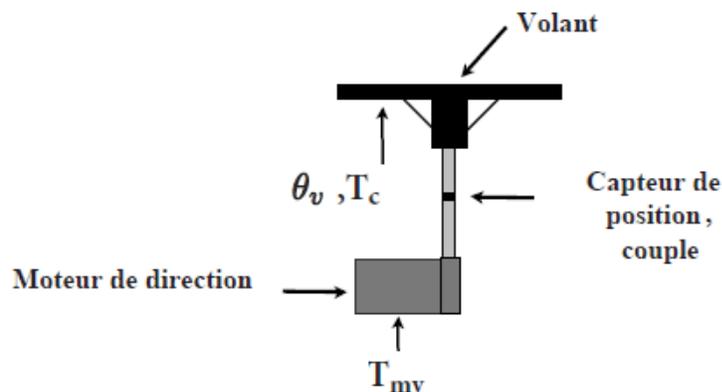


Figure II-4 Modèle de sous-système volant 'Bonde graphe'

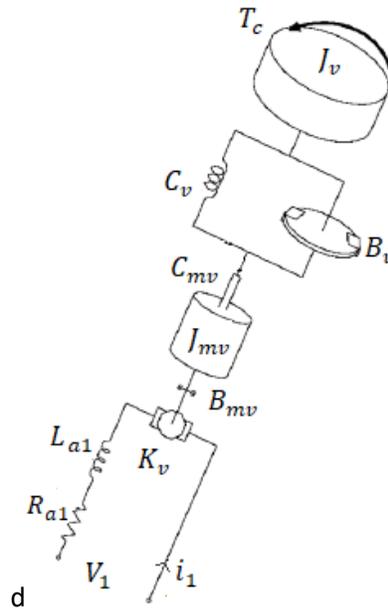


Figure II-5 Modèle mécatronique équivalent de SSV

La définition des paramètres de modèle mécatronique équivalent sont donnée dans le tableau suivant :

Tableau II-1 Paramètres de modèle mécatronique de SSV

Paramètre	Définition
$T_c$	Le couple conducteur (Nm)
$J_v$	L'inertie de volant et de la colonne de direction ( $Kg.m^2$ )
$C_v$	La rigidité de la colonne de direction ( $rad.Nm/s$ )
$B_v$	La résistance de la colonne de direction ( $Nm.\frac{s}{rad}$ )
$C_{mv}$	La constante de couple de moteur de direction ( $\frac{Nm}{rad}$ )
$J_{mv}$	L'inertie de moteur de direction ( $Kg.m^2$ )
$B_{mv}$	La résistance de l'arbre de moteur de direction ( $Nm.\frac{s}{rad}$ )
$L_{a1}$	L'inductance de moteur de direction de direction (H)
$R_{a1}$	La résistance d'enroulement de moteur de direction ( $\Omega$ )
$V_1$	Tension d'alimentation de moteur de direction (V)
$K_v$	Rapport de conversion
$i_1$	Le courant de moteur de direction (A)



$$e_5 = \frac{1}{C_v} \int f_5 dt \quad (2.8)$$

$$f_8 = C_{mv} \frac{de_8}{dt} \quad (2.9)$$

$$f_{10} = \frac{1}{J_{mv}} \int e_{10} dt \quad (2.10)$$

$$e_{11} = B_{mv} f_{11} \quad (2.11)$$

$$f_{14} = L_{a1} \int e_{14} dt \quad (2.12)$$

$$e_{15} = R_{a1} f_{15} \quad (2.13)$$

$$e_{16} = S_e = V_1 \quad (2.14)$$

### II.3.1.1.2 Les équations des jonctions :

Chaque jonction a des informations sur l'ensemble des flux et efforts entrant. Les équations des jonctions sont données par :

Pour la jonction numéro 1 :

$$1 : \begin{cases} f_1 = f_2 = f_3 = f_4 \\ e_2 = e_1 - e_3 - e_4 \end{cases} \quad (2.15)$$

Pour la jonction numéro 2 :

$$0 : \begin{cases} e_4 = e_5 = e_6 \\ f_5 = f_4 + f_6 \end{cases} \quad (2.16)$$

Pour la jonction numéro 3 :

$$0 : \begin{cases} e_7 = e_8 = e_9 \\ f_8 = f_7 - f_9 \end{cases} \quad (2.17)$$

Pour la jonction numéro 4 :

$$1 : \begin{cases} f_9 = f_{10} = f_{11} = f_{12} \\ e_{10} = e_9 - e_{11} - e_{12} \end{cases} \quad (2.18)$$

Pour la jonction numéro 5 :

$$\mathbf{1} : \begin{cases} f_{13} = f_{14} = f_{15} = f_{16} \\ e_{14} = e_{13} + e_{16} - e_{15} \end{cases} \quad (2.19)$$

### II.3.1.1.3 Les équations de transformateur et de gyrateur :

Le transformateur et le gyrateur dans le BG ont aussi des équations qui dépendent de l'informations sur le flux et l'effort entrant, ou les équations de ces derniers sont données par :

Pour le transformateur :

$$TF : \begin{cases} e_7 = \frac{1}{G} e_6 \\ f_6 = \frac{1}{G} f_7 \end{cases} \quad (2.20)$$

Pour le gyrateur :

$$Gy : \begin{cases} e_{12} = K_{sb} f_{13} \\ e_{13} = K_{sb} f_{12} \end{cases} \quad (2.21)$$

### II.3.1.2 Extraction des états de système :

Les équations d'état de SSV sont établies à l'aide du bond graphe présenté à la figure II.5, dont ces dernières sont donc écrites comme suit :

Équation de couple du conducteur qui agisse sur le volant :

$$\dot{p}_2 = \frac{B_v}{J_v} p_2 - \frac{1}{C_v} q_5 + T_c \quad (2.22)$$

Équation de vitesse angulaire au niveau de la colonne de direction :

$$\dot{q}_5 = \frac{GC_v}{J_v(G^2C_v - C_{mv})} p_2 + \frac{G^2C_v}{J_{mv}(G^2C_v - C_{mv})} p_{10} \quad (2.23)$$

Equation pour le couple à l'arbre du moteur de direction :

$$\dot{p}_{10} = -\frac{B_{mv}}{J_{mv}} p_{10} - K_{sb} \cdot L_{a1} p_{14} + \frac{1}{GC_v} q_5 \quad (2.24)$$

Équation de tension du moteur de direction à l'inductance :

$$\dot{p}_{14} = V_1 + \frac{K_{sb}}{J_{mv}} p_{10} - R_{a1} L_{a1} p_{14} \quad (2.25)$$

Equation d'angle de rotation la colonne de direction :

$$\theta_s = \frac{1}{J_v} p_2 \quad (2.26)$$

Par conséquent, le vecteur d'état d'équations d'état dans (2.2) est exprimé sous la forme :

$$x = [p_2 \quad p_{10} \quad p_{14} \quad q_5]^T \quad (2.27)$$

Dont la sortie de système est donnée par :

$$y = \theta_v \quad (2.28)$$

La tension d'alimentation de moteur de direction et le couple appliqué par le conducteur sont considérés comme des entrée du sous-système du volant, dont :

$$u = [V_1 \quad T_c]^T \quad (2.29)$$

### II.3.1.2.1 Les matrices d'états de SSV :

Ces matrices d'états sont extraites en combinant les résultats d'équations précédentes, où :

La matrice d'état  $A_v$  est donnée par :

$$A_v = \begin{bmatrix} \frac{B_v}{J_v} & 0 & 0 & \frac{1}{c_v} \\ 0 & -\frac{B_{mv}}{J_{mv}} & -K_{sb} \cdot L_{a1} & \frac{1}{GC_v} \\ 0 & \frac{K_{sb}}{J_{mv}} & -R_{a1} L_{a1} & 0 \\ \frac{GC_v}{J_v(G^2 C_v - C_{mv})} & \frac{G^2 C_v}{J_{mv}(G^2 C_v - C_{mv})} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

La matrice de commande  $B_v$  est donnée par :

$$B_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.31)$$

La matrice de sortie  $C_v$  est donnée par :

$$C_v = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

La matrice de couplage  $D_v$  est donnée par :

$$D_v = \mathbf{0} \quad (2.33)$$

### II.3.2 Modélisation de sous-système des roues avant :

Afin de modéliser le SSRA dans la figure II.7 par le BG un modèle nous avons aussi adopté pour cette partie un modèle mécatronique équivalent de système qui est représenté dans la figure II.8, dont le SSRA contient un capteur de position, la crémaillère, le pignon et autre mécanisme mécanique ainsi que le moteur des roues avant.

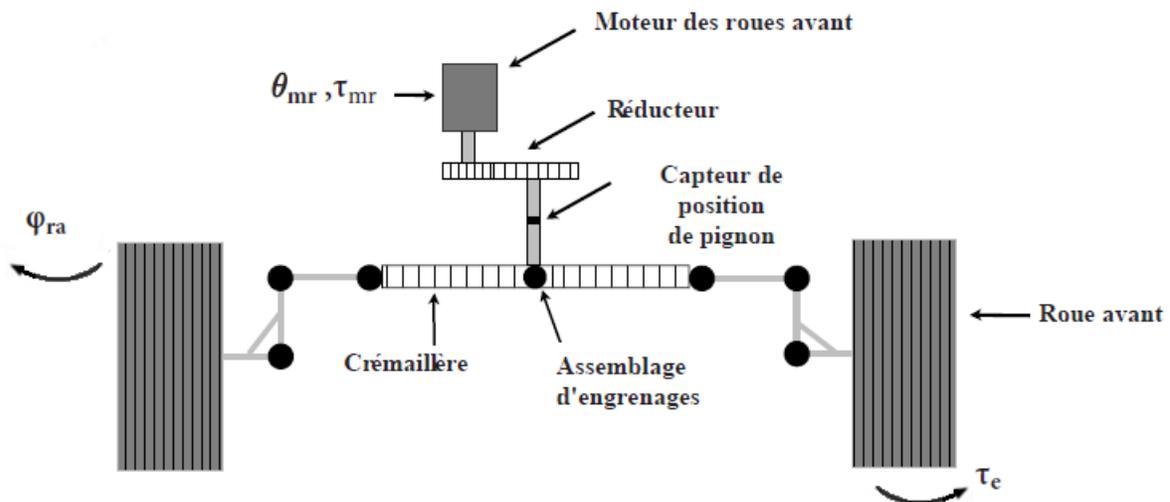


Figure II-7 Modèle de sous-système des roues avant 'Bonde graphe'

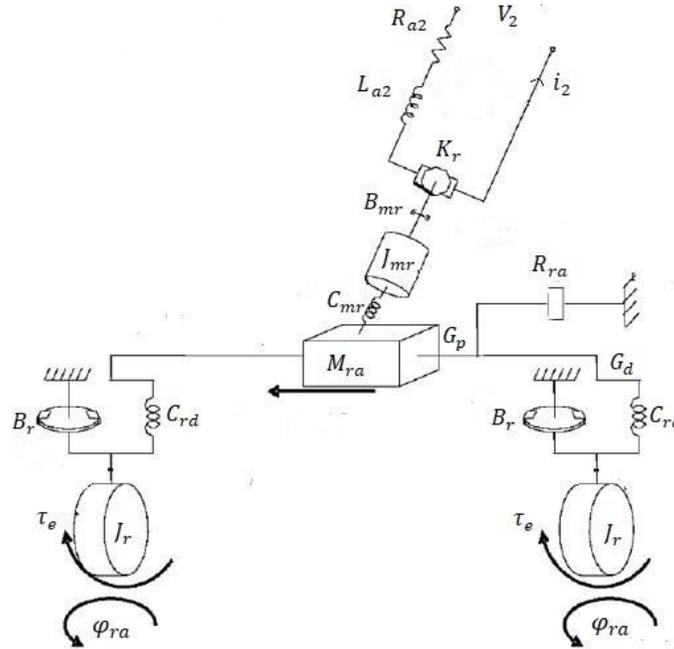


Figure II-8 Modèle mécatronique équivalent de SSRA

La définition des paramètres de modèle mécatronique équivalent sont donnée dans le tableau suivant :

Tableau II-2 Paramètres de modèle mécatronique de SSRA

Paramètre	Définition
$V_2$	Tension d'alimentation de moteur des roues avant (V)
$R_{a2}$	La résistance d'enroulement de moteur des roues avant ( $\Omega$ )
$L_{a2}$	L'inductance de moteur des roues avant (H)
$i_2$	Courant de moteur des roues avant (A)
$K_r$	Rapport de conversion
$B_{mr}$	La résistance de l'arbre de moteur des roues avant ( $Nm \cdot \frac{s}{rad}$ )
$J_{mr}$	Le moment d'inertie de moteur des roues avant ( $Kg \cdot m^2$ )
$C_{mr}$	La rigidité de l'arbre de moteur des roues avant ( $rad \cdot Nm/s$ )
$M_{ra}$	La masse du rack (Kg)
$G_p$	Rayon de pignon (m)
$G_d$	Rapport de transformation

$R_{ra}$	La résistance du rack ( $Nm. \frac{s}{rad}$ )
$B_r$	La résistance de rotule ( $Nm. \frac{s}{rad}$ )
$C_{rd}$	La rigidité de rotule ( $rad. Nm/s$ )
$T_e$	Couple d'auto alignement ( $Nm$ )
$J_r$	L'inertie de roue ( $Kg. m^2$ )
$\varphi_{ra}$	Angle de rotation des roues (rad)

La figure suivante montre la modélisation complète par BG de SSRA :

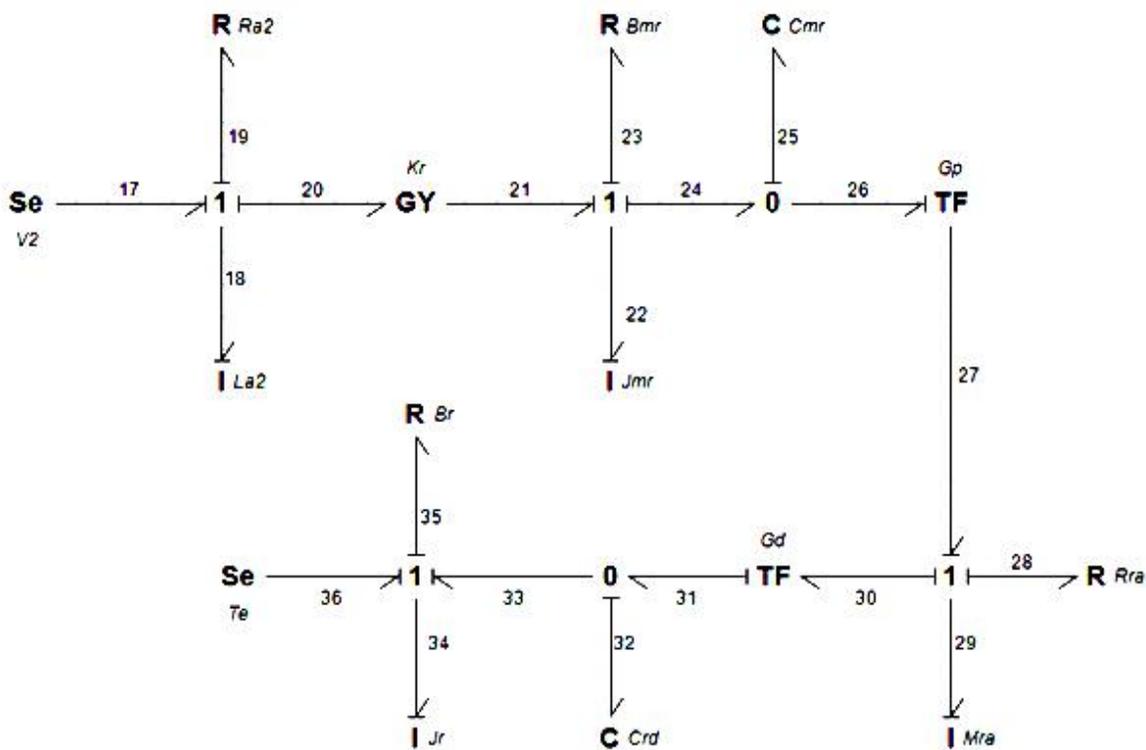


Figure II-9 Figure II 6 Schéma bonde graphe de SSRA

### II.3.2.1 Extraction des équations de modèle de SSRA :

#### II.3.2.1.1 Les équations des éléments :

Chaque élément dans le BG précédant a des informations qui va nous aider à extraire les équations en se basant sur le trait de causalité, dont les équations de ces derniers sont données par :

$$e_{17} = S_e = V_2 \quad (2.34)$$

$$f_{18} = \frac{1}{L_{a2}} \int e_{18} dt \quad (2.35)$$

$$e_{19} = R_{a2} f_{19} \quad (2.36)$$

$$f_{22} = \frac{1}{J_{mr}} \int e_{22} dt \quad (2.37)$$

$$e_{23} = B_{mr} f_{23} \quad (2.38)$$

$$e_{25} = \frac{1}{C_{mr}} \int f_{25} dt \quad (2.39)$$

$$e_{28} = R_{ra} f_{28} \quad (2.40)$$

$$f_{29} = \frac{1}{M_{ra}} \int e_{29} dt \quad (2.41)$$

$$e_{32} = \frac{1}{C_{rd}} \int f_{32} dt \quad (2.42)$$

$$f_{34} = \frac{1}{J_r} \int e_{34} dt \quad (2.43)$$

$$e_{35} = B_r f_{35} \quad (2.44)$$

$$S_e = T_e \quad (2.45)$$

### II.3.2.1.2 Les équations des jonctions :

Chaque jonction a des informations sur l'ensemble des flux et efforts entrant. Les équations des jonctions sont données par :

Pour la jonction numéro 1 :

$$\mathbf{1} : \begin{cases} f_{17} = f_{18} = f_{19} = f_{20} \\ e_{18} = e_{17} - e_{19} - e_{20} \end{cases} \quad (2.46)$$

Pour la jonction numéro 2 :

$$\mathbf{1} : \begin{cases} f_{21} = f_{22} = f_{23} = f_{24} \\ e_{22} = e_{21} - e_{23} - e_{24} \end{cases} \quad (2.47)$$

Pour la jonction numéro 3 :

$$\mathbf{0} : \begin{cases} e_{24} = e_{25} = e_{26} \\ f_{25} = f_{24} - f_{26} \end{cases} \quad (2.48)$$

Pour la jonction numéro 4 :

$$\mathbf{1} : \begin{cases} f_{27} = f_{28} = f_{29} = f_{30} \\ e_{29} = e_{27} - e_{28} - e_{30} \end{cases} \quad (2.49)$$

Pour la jonction numéro 5 :

$$\mathbf{0} : \begin{cases} e_{31} = e_{32} = e_{33} \\ f_{32} = f_{31} - f_{33} \end{cases} \quad (2.50)$$

Pour la jonction numéro 6 :

$$\mathbf{1} : \begin{cases} f_{33} = f_{34} = f_{35} = f_{36} \\ e_{34} = e_{33} - e_{35} + e_{36} \end{cases} \quad (2.51)$$

### II.3.2.1.3 Les équations des transformateurs et de gyrateurs :

Les transformateurs et les gyrateurs dans le BG ont aussi des équations qui dépendent de l'informations sur le flux et l'effort entrant, ou les équations de ces derniers sont données par :

Pour les transformateurs :

$$TF : \begin{cases} e_{27} = \frac{1}{G_p} e_{26} \\ f_{26} = \frac{1}{G_p} f_{27} \end{cases} \quad (2.52)$$

$$TF : \begin{cases} e_{30} = G_d e_{31} \\ f_{31} = G_d f_{30} \end{cases} \quad (2.53)$$

Pour le gyrateur :

$$Gy : \begin{cases} e_{20} = K_r f_{21} \\ e_{21} = K_r f_{20} \end{cases} \quad (2.54)$$

### II.3.2.2 Extraction des états de système :

Les équations d'état de SSRA sont établies à l'aide du bond graphe présenté à la figure II.9, dont ces dernières sont donc écrites comme suit :

Équation de tension d'alimentation du moteur des roues avant :

$$\dot{p}_{18} = V_2 - \frac{R_{a2}}{L_{a2}} p_{18} - \frac{K_r}{J_{mr}} p_{22} \quad (2.55)$$

Equation de couple à l'arbre du moteur des roues avant :

$$\dot{p}_{22} = \frac{K_r}{L_{a2}} p_{18} - \frac{B_{mr}}{J_{mr}} p_{22} + \frac{1}{C_{mr}} q_{25} \quad (2.56)$$

Équation pour de vitesse angulaire de l'arbre de sortie du moteur des roues avant :

$$\dot{q}_{25} = \frac{1}{J_{mr}} p_{22} + \frac{1}{G_p M_{ra}} p_{29} \quad (2.57)$$

Equation pour la force qui agisse sur le rack :

$$\dot{p}_{29} = -\frac{R_{ra}}{M_{ra}} p_{29} + \frac{1}{G_p C_{mr}} q_{25} - \frac{G_d}{C_{rd}} q_{32} \quad (2.58)$$

Equation pour la vitesse linéaire de la barre d'accouplement :

$$\dot{q}_{32} = \frac{G_d}{M_{ra}} p_{29} - \frac{1}{J_r} p_{34} \quad (2.59)$$

Equation pour le couple d'auto-alignement :

$$\dot{p}_{34} = -\frac{B_r}{J_r} p_{34} + \frac{1}{C_{rd}} q_{32} + T_e \quad (2.60)$$

Equation d'angle des roues avant :

$$\varphi_{ra} = \frac{1}{J_r} p_{34} \quad (2.61)$$

Par conséquent, le vecteur d'état d'équations d'état dans (2.2) est exprimé sous la forme :

$$\mathbf{x} = [\mathbf{p}_{18} \quad \mathbf{p}_{22} \quad \mathbf{p}_{29} \quad \mathbf{p}_{34} \quad \mathbf{q}_{25} \quad \mathbf{q}_{32}]^T \quad (2.62)$$

Dont la sortie de système est donnée par :

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\varphi}_{ra} \quad (2.63)$$

La tension d'alimentation de moteur de roues avant et le couple d'auto-alignement sont considérés comme des entrée du sous-système des roues avant, dont :

$$\mathbf{u} = [V_2 \quad T_e]^T \quad (2.64)$$

### II.3.2.2.1 Les matrices d'états de SSRA :

Ces matrices d'états sont extraites en combinant les résultats d'équations précédentes, où :

La matrice d'état  $A_{ra}$  est donnée par :

$$A_{ra} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{a2}}{L_{a2}} & -\frac{K_r}{J_{mr}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_r}{L_{a2}} & -\frac{B_{mr}}{J_{mr}} & 0 & 0 & \frac{1}{C_{mr}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{ra}}{M_{ra}} & 0 & \frac{1}{G_p C_{mr}} & -\frac{G_d}{C_{rd}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_r}{J_r} & 0 & \frac{1}{C_{rd}} \\ 0 & \frac{1}{J_{mr}} & \frac{1}{G_p M_{ra}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G_d}{M_{ra}} & \frac{1}{J_r} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

La matrice de commande  $B_{ra}$  est donnée par:

$$B_{ra} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.66)$$

La matrice de sortie  $C_{ra}$  est donnée par:

$$C_{ra} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_r} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

La matrice de couplage  $D_{ra}$  est donnée par:

$$D_{ra} = \mathbf{0} \quad (2.68)$$

---

# Chapitre III : Modélisation de système DFC par les lois de Newton

---

### III.1 Introduction :

Dans le but d'étudier le comportement des systèmes DFC la modélisation par les lois de Newton est adoptée, dont l'étude des sous-systèmes SSV et SSRA qui forment le système général sont modélisés séparément. La modélisation de SSV comporte l'étude des forces appliquées sur le volant et appliquées par le moteur. La modélisation de SSRA comporte l'étude détaillée de modèle de véhicule ainsi que l'ensemble des composants mécaniques qui forment le sous-système. Afin d'extraire les équations dynamiques qui régissent le SSRA et afin de simplifier l'étude de système de modèle de véhicule ce dernier est représenté par un vélo, la figure I.1 représente l'ensemble des forces qui agissent sur le système en général :

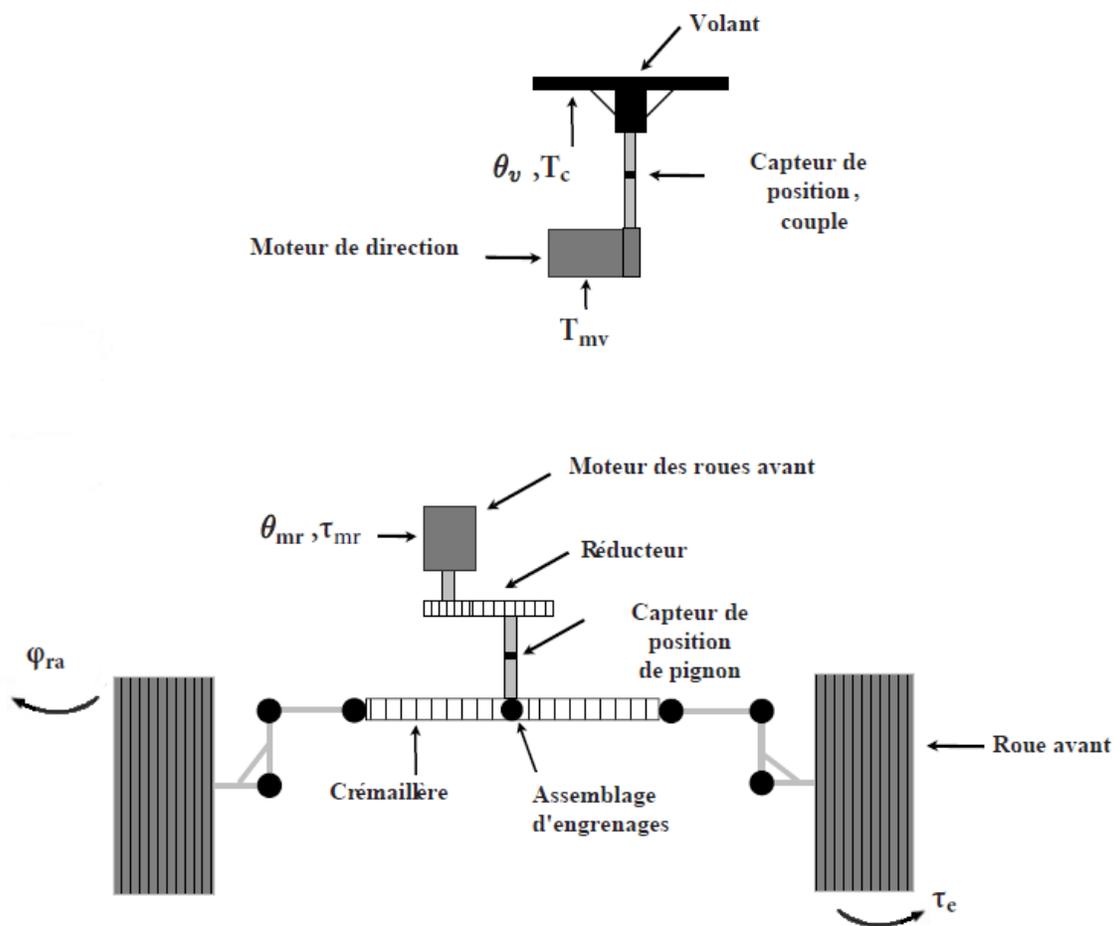


Figure III-1 Représentation des forces qui agissent sur le système DFC

## III.2 Modélisation par les lois de Newton :

### III.2.1 Définition :

La modélisation par les lois de Newton consiste à utiliser les principes de base de la grande théorie de Newton sur le mouvement des objets exposées dans son livre (*Philosophiae naturalis principia mathematica*) en 1687 [11], ou il est appelée la théorie des mécanique newtonienne ou mécanique classique, cette théorie est basée sur trois lois principales où ils sont utilisées de façon dépendante selon le cas étudié.

### III.2.2 Énoncé des lois de Newton :

Les lois générales du mouvement de Newton sont données dans [12] comme suit :

#### III.2.2.1 Énoncé de la première loi de Newton : le principe d'inertie :

Dans un référentiel galiléen si un système est soumis à des forces qui se compensent, alors son centre d'inertie est au repos ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme, en revanche si un système est au repos ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme, il est soumis à des forces qui se compensent. Mathématiquement, l'expression des forces se compensent signifie que la somme vectorielle ou résultante des forces exercées sur le système est égale au vecteur nul, ce que l'on peut écrire symboliquement par :

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad (3.1)$$

#### III.2.2.2 Énoncé de la deuxième loi de Newton : relation fondamentale de la dynamique :

Dans un référentiel galiléen : la résultante des forces exercées sur le système est égale au produit de sa masse et du vecteur-accélération de son centre d'inertie ce que l'on peut écrire par :

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \quad (3.2)$$

#### III.2.2.3 Énoncé de la troisième loi de Newton : loi d'action-réaction :

L'action est toujours égale à la réaction ; c'est-à-dire que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales et vice versa, ou de manière moderne, on exprime que :

Tout corps A exerçant une force sur un corps B subit une force d'intensité égale, de même direction mais de sens opposé, exercée par le corps B, dont on peut l'écrire par :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} \quad (3.3)$$

### III.3 Modélisation de système DFC par les lois de Newton :

#### III.3.1 Modélisation de sous-système volant :

Afin de modéliser le SSV dans la figure III.2 par les lois de Newton, l'ensemble des couples qui agissent sur le SSV sont représenté dans la figure de modèle de ce sous-système.

#### III.3.2 Les équations dynamiques de sous-système volant :

L'équations dynamiques qui réagissent le sous-système volant montrée dans Figure III.2 Sont modélisées en utilisant les lois de Newtons dans [7] par :

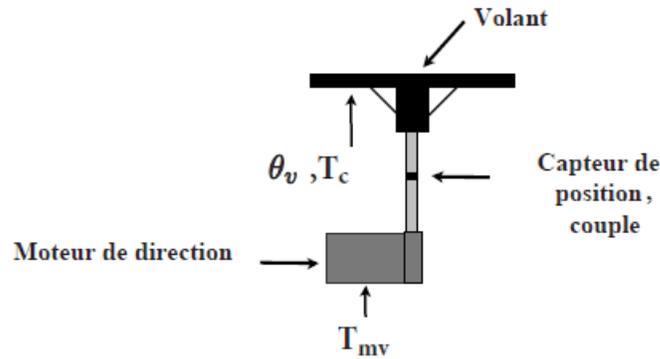


Figure III-2 Modèle de sous-système volant 'Lois de Newton'

Dont l'équation dynamique de rotation de volant est donnée par :

$$J_v \ddot{\theta}_v + B_v \dot{\theta}_v + C_v \theta_v + T_{mv} = T_c \quad (3.4)$$

Dont la représentation d'état de SSV est donnée par:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{C_v}{J_v} & -\frac{B_v}{J_v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_v} \end{pmatrix} (T_c - T_{mv}) \quad (3.5)$$

$$y(t) = (1 \quad 0)x(t)$$

Dont La définition des paramètres de modèle de SSV est donnée dans le tableau suivant :

Tableau III- 1 Paramètres de modèle de SSV

Paramètre	Définition
$\theta_v$	L'angle de rotation du volant ( <i>rad</i> )
$T_c$	Le couple conducteur ( <i>Nm</i> )
$T_{mv}$	le couple de moteur de direction ( <i>Nm</i> )
$J_v$	Le moment d'inertie de volant ( <i>Kg.m<sup>2</sup></i> )
$B_v$	Le coefficient de frottement visqueux ( <i>Nm.<sup>s</sup>/<sub>rad</sub></i> )
$C_v$	Le coefficient de rigidité ( <i>rad.Nm/s</i> )

### III.3.3 Modélisation de sous-système des roues avant :

Pour modéliser le SSRA dans la figure III.3 par les lois de Newton l'ensemble des couples qui agissent sur le SSRA sont représenté dans la figure de modèle de ce sous-système. Le système de modèle de véhicule est simplifié en utilisant un modèle de vélo dans la figure III.4.

#### III.3.3.1 Les équations dynamiques de sous-système roues-avant :

L'équation dynamique de moteur des roues avant montrée dans la Figure III.3 sont extrait en utilisant les lois de Newtons, cette équation est donnée dans [13] par :

$$I_{mr}\ddot{\theta}_{mr} + B_{mr}\dot{\theta}_{mr} + \tau_{mr} = \tau_{dis} + u \quad (3.6)$$

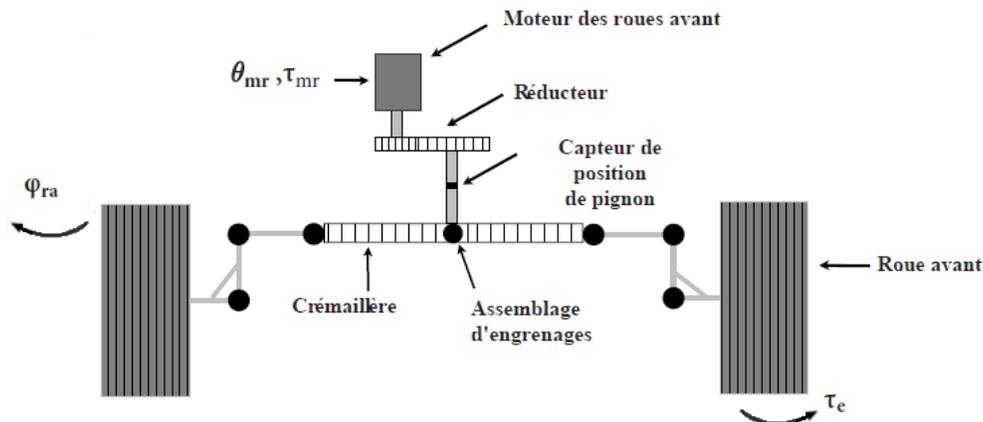


Figure III-3 Modèle de sous-système des roues avant 'Lois de Newton'

Dont La définition des paramètres de modèle de SSRA est donnée dans le tableau suivant :

Tableau III- 2 Paramètres de modèle de SSRA

Paramètre	Définition
$\theta_{mr}$	l'angle de rotation de moteur (rad)
$I_{mr}$	le moment d'inertie de moteur des roues ( $Kg.m^2$ )
$B_{mr}$	Le coefficient de frottement visqueux ( $Nm.\frac{s}{rad}$ )
$\tau_{12}$	le couple appliqué sur l'arbre moteur par les roues à travers le rack ( $Nm$ )
$\tau_{dis}$	les bruits causés par les pulsations du couple moteur des roues avant ( $Nm$ )
$\tau_{mr}$	Le couple de moteur des roues avant ( $Nm$ )

**III.3.3.2 Système de modèle de véhicule :**

le système de modèle de véhicule est simplifié en utilisant un modèle de vélo Dans la figure III.4 pour extraire les équations dynamiques de véhicule, la structure modélise les roues avant et arrières de véhicule par deux roues centrales avant et arrière, l'équation de rotation des roues centrales sont exprimées dans [13] :

$$I_{ra}\ddot{\phi}_{ra} + B_{ra}\dot{\phi}_{ra} + F_s \text{sign}(\dot{\phi}_{ra}) + \tau_e = \tau_s \tag{3.7}$$

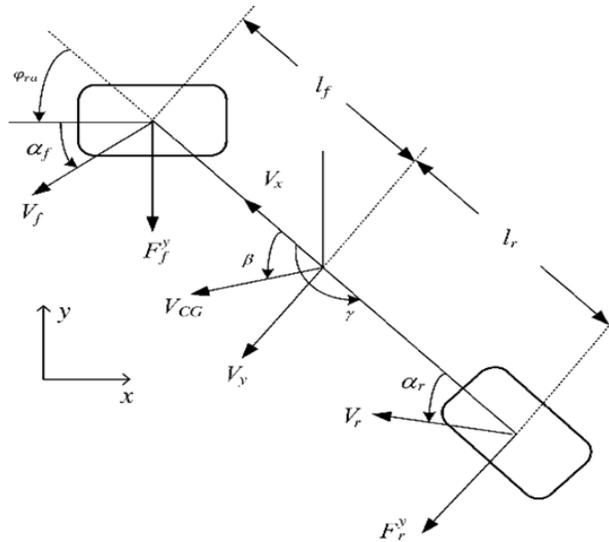


Figure III-4 Modèle De Vélo

Tel que :

Tableau III- 3 Paramètres de modèle de vélo

Paramètre	Définition
$I_{ra}$	l'inertie des roues avant ( $Kg.m^2$ )
$B_{ra}$	le frottement visqueux ( $Nm.\frac{s}{rad}$ )
$F_s$	la constante de frottement de Coulomb ( $Nm$ )

Et  $sign(\dot{\varphi}_{ra})$  est la fonction signe exprimée par :

$$\begin{cases} 1, & \text{si } \dot{\varphi}_{ra} > 0 \\ 0, & \text{si } \dot{\varphi}_{ra} = 0 \\ -1, & \text{si } \dot{\varphi}_{ra} < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

$\tau_e$  le moment d'auto-alignement généré par les roues  $\tau_s$  le couple appliquée par le moteur sur les roues via le Rack et pignons Gearbox et  $\varphi_{ra}$  l'angle des roues avant.

Supposant qu'il n'y a pas de contrecoup entre le Rack et les pignons, nous obtenons le rapport  $k_r$  entre  $\varphi_{ra}$ ,  $\theta_{mr}$  et leurs dérivés

$$\frac{\varphi_{ra}}{\theta_{mr}} = \frac{\dot{\varphi}_{ra}}{\dot{\theta}_{mr}} = \frac{\ddot{\varphi}_{ra}}{\ddot{\theta}_{mr}} = \frac{1}{k_r} = \frac{\tau_{12}}{\tau_s} \quad (3.9)$$

En remplaçant (3.9) dans (3.6) l'équation devient :

$$I_{mr}k_r\ddot{\varphi}_{ra} + k_rB_{mr}\dot{\varphi}_{ra} + \frac{\tau_s}{k_r} = \tau_{dis} + u \quad (3.10)$$

D'où :

$$\tau_s = -I_{mr}k_r^2\ddot{\varphi}_{ra} - k_r^2B_{mr}\dot{\varphi}_{ra} + k_r\tau_{dis} + k_ru \quad (3.11)$$

Maintenant remplaçant (3.11) dans (3.7) :

$$(I_{ra} + I_{mr}k_r^2)\ddot{\varphi}_{ra} + (B_{ra} + k_r^2B_{mr})\dot{\varphi}_{ra} - k_r\tau_{dis} + \tau_e + F_s sign(\dot{\varphi}_{ra}) = k_ru \quad (3.12)$$

Posant :

$$\mathbf{a} = \frac{I_{ra} + I_{mr}k_r^2}{k_r} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{b} = \frac{B_{ra} + k_r^2 B_{mr}}{k_r} \quad (3.14)$$

$$\tau_{fkr} = \frac{F_s \text{sign}(\dot{\varphi}_{ra})}{k_r} \quad (3.15)$$

$$\tau_{ekr} = \frac{\tau_e}{k_r} \quad (3.16)$$

Le système devient :

$$\mathbf{a}\ddot{\varphi}_{ra} + \mathbf{b}\dot{\varphi}_{ra} - \tau_{dis} + \tau_{ekr} + \tau_{fkr} = \mathbf{u} \quad (3.17)$$

L'équation (3.17) représente le deuxième sous-système à commander.

La représentation d'état de système est donnée par:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & -\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{a}} \end{pmatrix} (\mathbf{u}) + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{a}} \end{pmatrix} (\tau_{dis} - \tau_{ekr} - \tau_{fkr}) \quad (3.18)$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{x}(t)$$

Nous pouvons écrire le sous-système dans (1.17) sous la forme suivante :

$$\mathbf{a}_0\ddot{\varphi}_{ra} + \mathbf{b}_0\dot{\varphi}_{ra} - \tau_{dis0} + \tau_{ekr0} + \tau_{fkr0} = \mathbf{u} + \boldsymbol{\eta} \quad (3.19)$$

Où  $\boldsymbol{\eta}$  représente les incertitudes  $\mathbf{a}_0, \mathbf{b}_0, \tau_{dis0}, \tau_{ekr0}, \tau_{fkr0}$  et  $\mathbf{k}_{r0}$  les paramètres du système nominal (système sans incertitudes), Tel que :

$$\boldsymbol{\eta} = -\Delta\mathbf{a}\ddot{\varphi}_{ra} - \Delta\mathbf{b}\dot{\varphi}_{ra} + \Delta\tau_{dis} - \Delta\tau_{fkr0} - \Delta\tau_{ekr0} \quad (3.20)$$

Où  $\Delta\mathbf{a}, \Delta\mathbf{b}, \Delta\tau_{dis}, \Delta\tau_{fkr0}$  et  $\Delta\tau_{ekr0}$  représente les incertitudes inconnus de système

**III.3.3.3 Les perturbations:**

**III.3.3.3.1 Couple d'auto-alignement :**

**III.3.3.3.1.1 Définition :**

Le couple d'auto-alignement est le couple crée par un pneu en contact avec une surface lorsqu'il tourne, ce dernier oriente le pneu autour de son axe vertical en présence d'un angle de glissement non nul, ce couple sert à faire tourner le pneu dans la direction désirée par le conducteur, dans autre cas dans le sens inverse [14]. Le couple d'auto alignement montré dans la figure III.5 est considéré comme la plus importante perturbation dans les systèmes DFC son expression est donnée dans [13] par :

$$\tau_e = (l_c + l_p)F_f^y \tag{3.21}$$

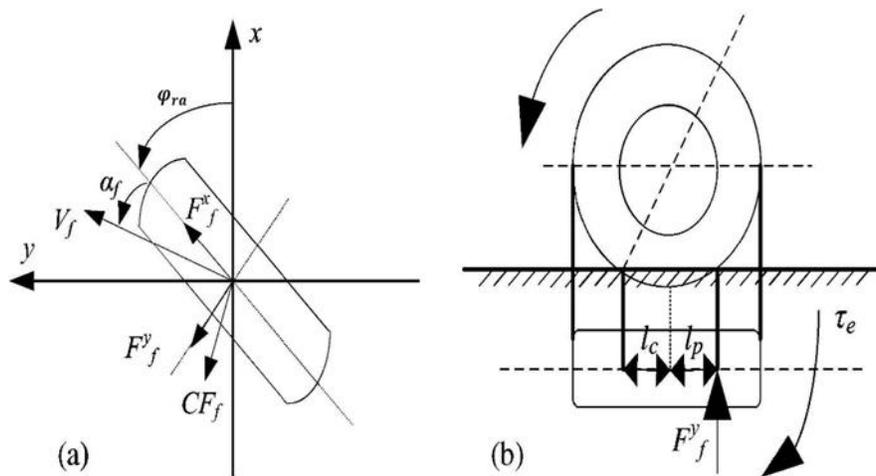


Figure III-5 Présentation vectorielle de couple d'auto-alignement

Tel que :

Tableau III- 4 Paramètres de modèle représentatif de couple d'auto-alignement

Paramètre	Définition
$l_c$	la distance entre le centre de roue et la terre (m)
$l_p$	la distance entre le centre de roue et la force latérale (m)
$F_f^y$	la force latérale relié à l'angle de glissement des pneus (Nm)

Nous admettons que l'expression de la force latérale est donnée par :

$$F_f^y = -C_f \alpha_f \quad (3.22)$$

Où :  $C_f$  représente les paramètres des roues dans différentes conditions de la route et  $\alpha_f$  angle de glissement des roues avant donnée par :

$$\alpha_f = \left( \beta + \frac{\gamma \cdot l_F}{V_{CG}} - \varphi_{ra} \right) \quad (3.23)$$

En remplaçant (3.23) dans (3.22) puis le résultat dans (3.21) l'expression de couple d'auto alignement devient :

$$\tau_e = -C_f (l_c + l_p) \left( \beta + \frac{\gamma \cdot l_F}{V_{CG}} - \varphi_{ra} \right) \quad (3.24)$$

Tel que :  $l_F$  la distance entre le centre de roue et le centre de gravité de véhicule  $\gamma$  la vitesse de lacet de véhicule,  $V_{CG}$  la vitesse longitudinale du véhicule et  $\beta$  l'angle de glissement de châssis donnée par :

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{l_r \tan \varphi_{ra}}{l_r + l_f} \right) \quad (3.25)$$

Tel que  $l_r$  est la distance entre les roues arrières et le centre de gravité.

Donc le couple d'auto alignement nominale est donnée par :

$$\tau_{ekr} = \frac{-C_f (l_c + l_p) \left( \beta + \frac{\gamma \cdot l_F}{V_{CG}} - \varphi_{ra} \right)}{k_r} \quad (3.26)$$

### III.3.3.2 Les perturbations de pulsations du couple moteur :

Les harmoniques dans le moteur et les offsets de son courant continue sont considéré comme les deux principales sources de  $T_{dis}$  [7], le moteur de direction utilisé est synchrone de

trois phases à aimant permanent, afin de simplifier l'étude de ces sources nous utilisons la transformation de Clarke et Park afin d'extraire l'expressions de perturbations de pulsations de couple moteur, il est exprimé dans par :

$$\tau_{dis} = \frac{3p}{2} [(\Psi_{d6\theta} + \Psi_{d12\theta})] i_q + \frac{3p}{2} \Psi_{d0} \Delta i_{qoff}(t) \quad (3.27)$$

Où  $p$  nombre des pôles de moteur,  $\Psi_{d6\theta}$  et  $\Psi_{d12\theta}$  sont les termes de 6ème et 12ème harmoniques respectivement,  $\Psi_{d0}$  est la constante inconnue d'amplitude moyenne de l'axe d de lien de flux et  $\Delta i_{qoff}$  est la perturbations de courant de l'axe q donnée par:

$$\Delta i_{qoff} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\theta_e + \varphi) \sqrt{(\Delta i_{a0}^2) + \Delta i_{a0} \Delta i_{b0} + (\Delta i_{b0}^2)} \quad (3.28)$$

Où  $\theta_e$  l'angle électrique de rotor qui est reliée à l'angle mécanique de rotor donnée par  $\theta_e = \frac{p}{2} \theta_{sm}$ , et  $\Delta i_{a0}$  et  $\Delta i_{b0}$  le décalage de courant mesurés dans les phase a et b respectivement et  $\varphi$  la constante de déplacement angulaire qui dépend de  $\Delta i_a$  et  $\Delta i_b$

Ensuite la première partie de l'équation (3.27) peut être décrite par :

$$\frac{3p}{2} [(\Psi_{d6\theta} + \Psi_{d12\theta})] i_q = \tau_{sm6} \cos(6\theta_{mr}) + \tau_{sm12} \cos(12\theta_{mr}) \quad (3.29)$$

Où  $\tau_{sm6}$  et  $\tau_{sm12}$  sont le 6ème et le 12ème amplitudes des harmoniques de couple respectivement

En utilisant l'équation (3.27), (3.28) et (3.29) l'équation de  $\tau_{dis}$  devient comme suit :

$$\tau_{dis} = \tau_{sm6} \cos(6\theta_{mr}) + \tau_{sm12} \cos(12\theta_{mr}) + \frac{6p\Psi_{d0}}{4\sqrt{3}} \sin(\theta_{mr} + \varphi) * \sqrt{(\Delta i_a^2) + \Delta i_a \Delta i_b + (\Delta i_b^2)} \quad (3.30)$$

---

## Chapitre IV : Comparaison entre les méthodes de modélisation

---

### IV.1 Comparaison entre les deux modélisations :

Reprenons les deux système d'états de DFC modélisé précédemment par le BG et les lois de Newton

#### IV.1.1 Modèles issues par les bond graphes :

Pour le SSV :

$$A_v = \begin{bmatrix} \frac{B_v}{J_v} & 0 & 0 & \frac{1}{c_v} \\ 0 & -\frac{B_{mv}}{J_{mv}} & -K_{sb} \cdot L_{a1} & \frac{1}{GC_v} \\ 0 & \frac{K_{sb}}{J_{mv}} & -R_{a1} L_{a1} & 0 \\ GC_v & G^2 C_v & 0 & 0 \\ \hline \frac{J_v(G^2 C_v - C_{mv})}{J_v(G^2 C_v - C_{mv})} & \frac{J_{mv}(G^2 C_v - C_{mv})}{J_{mv}(G^2 C_v - C_{mv})} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C_v = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_v} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_v = 0$$

Pour le SSRA :

$$A_{ra} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{a2}}{L_{a2}} & -\frac{K_r}{J_{mr}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_r}{L_{a2}} & \frac{B_{mr}}{J_{mr}} & 0 & 0 & \frac{1}{C_{mr}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{ra}}{M_{ra}} & 0 & \frac{1}{G_p C_{mr}} & -\frac{G_d}{C_{rd}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_r}{J_r} & 0 & \frac{1}{C_{rd}} \\ 0 & \frac{1}{J_{mr}} & \frac{1}{G_p M_{ra}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G_d}{M_{ra}} & \frac{1}{J_r} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{ra} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C_{ra} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_r} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{ra} = 0$$

#### IV.1.2 Modèles issues par les lois classiques de Newton :

Pour le SSV :

$$A_v = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-C_{vn}}{J_{vn}} & \frac{-B_{vn}}{J_{vn}} \end{pmatrix}$$

$$B_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{J_{vn}} \end{pmatrix}$$

$$C_v = (1 \quad 0)$$

Pour le SSRA :

$$A_{ra} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-b}{a} \end{pmatrix}$$

$$B_{ra} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{a} \end{pmatrix}$$

$$C_{ra} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

#### IV.1.3 La comparaison :

La comparaison entre les deux méthodes de modélisation de système DFC peut se résumer dans les points suivants :

##### IV.1.3.1 Pour les sous-système volant :

1- Entrées de système :

Par la modélisation classique l'angle désirée  $\theta_v$  et le couple  $T_c$  fournis par le conducteur sont considérés comme des entrées de système, Tant que par bond graph on prend la tension d'alimentation du moteur de direction  $V_1$  et le couple conducteur  $T_c$  agit sur le volant.

Le couple conducteur est commun entre les deux méthodes, la différence réside dans la deuxième entrées des deux modélisations  $\theta_v$  et  $V_1$ , Mais dans les machines électriques la variation de tension signifie le changement d'angle et vice versa autrement dit, l'angle désirée et proportionnelle à la tension ; donc on peut considérer cette différence comme une différence formelle.

#### 2- Sorties de système :

Les deux méthodes donnent l'angle désirées comme une sortie du SSV et entrée pour le SSRA

#### 3- Les perturbations :

-Pour le SSV modélisé par les lois de Newton, ce dernier prend le couple de moteur  $T_{mc}$  come une perturbation, par contre dans le SSV modélisé par la méthode des bondes graphes le couple moteur est représenté par un état  $P_{10}$  est pris en compte dans les équations qui forment le système, d'un autre par les perturbations au ce niveau n'existe pas dans la modélisation par BG de SSV.

#### 4- L'ordre du modèle :

Le modèle bond graph nous donne un système d'ordre cinq qui est assez grand en comparant ce dernier par le modèle résulte de la modélisation par les lois de newton.

On peut estimer cette différence d'ordre par la considération de perturbations dans les états de modèle par contre les perturbations dans le modèle issu des lois de newton sont séparées.

### IV.1.3.2 Pour les sous-systèmes des roues avant :

#### 1- Entrées de système :

Les entrées de SSRA sont les sorties de SSV dans la méthode qui modélise par les lois de newton ou l'angle  $\theta_{vref}$  et la commande  $u$  sont considérés comme des entrées du deuxième sous-système, mais par le bond graph nous prenons la tension d'alimentations de moteur des roues avant  $V_2$  et le couple d'auto-alignement  $T_e$  comme entrées.

#### 2- Sorties de système :

L'angle des roues avant  $\varphi_{ra}$  dans les équations d'état de système des deux modélisations comme une sortie est un point commun entre les deux méthodes.

## 3- Les perturbations :

Pour le SSRA modélisé par les lois de Newton, ce dernier prend en compte Les perturbations de pulsations du couple moteur  $T_{dis}$  ainsi que le couple d'auto-alignement  $\tau_e$  comme Des perturbation, par contre dans le SSRA modélisé par la méthode des bondes graphes les perturbations sont pas prise en compte.

## 4- L'ordre du modèle :

La modélisation par méthode de bond graph donne un modèle d'ordre élevé par rapport le modèle issu par la méthode des lois de Newton.

---

## Conclusion générale

---

Dans cette mémoire la modélisation par les bonde de graphes et par les lois de Newton ont été adopté, dont chaque méthode a des avantages et des inconvénients. La méthode de BG semble qu'elle intègre le côté électrique de système beaucoup plus come les tension d'alimentation des deux moteurs, par contre le modèle extrait par les lois de newton comporte que la partie mécanique, ainsi dans les deux méthodes la seule qui étude les perturbations de système notamment pour le SSRA et celle de Newton. La modélisation de système général par les lois de Newton semple plus valable pour la réalisation d'une étude plus précise qui touche tous les côtés de système DFC.

**Références :**

- [1] I. Sommerville, «Software Engineering 10ème Edition Chapitre 5: System Modeling». (2014)
- [2] R. Sanchez, «Application des Bond graphs à la modélisation et à la commande de réseaux électriques à structure variable». (2010)
- [3] site web: «[https://fr.wikipedia.org/wiki/Direction\\_\(automobile\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Direction_(automobile))» le 30/07/2020.
- [4] site web: «<https://en.wikipedia.org/wiki/Steering>» consulté le 28/07/2020.
- [5] site web: «<https://lololemecano.info/MaintVI/liaisonsol/direction/direction.html>» Consulté le 26/07/2020
- [6] S.M.H Fahami, "Modeling and simulation of vehicle steer by wire system". (2012)
- [7] H. Wang, "Robust Control for Steer-by-Wire Systems With Partially Known Dynamics," in IEEE Transactions on Industrial Informatics, vol. 10, no. 4, pp. 2003-2015, (2014).
- [8] Site web: « <https://fr.wikipedia.org/wiki/Servomoteur> ». Consulté le 14/07/2020.
- [9] F. Busson, Les bond graphs multiénergies pour la modélisation et la surveillance en génie des procédés. (2002)
- [10] M. Vergé, «Modélisation pour l'ingénieur : approche par Bond Graph». (2005)
- [11] «[https://fr.wikipedia.org/wiki/Lois\\_du\\_mouvement\\_de\\_Newton](https://fr.wikipedia.org/wiki/Lois_du_mouvement_de_Newton)» Consulté le 25/06/2020.
- [12] « <https://major-bac.com/physique-chimie/trois-lois-de-newton> » Consulté le 17/05/2020.
- [13] H. Wang, H. Kong, Z. Man, D. M. Tuan, Z. Cao and W. Shen, "Sliding Mode Control for Steer-by-Wire Systems with AC Motors in Road Vehicles," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 3, pp. 1596-1611, (2014).
- [14] «[https://en.wikipedia.org/wiki/Self\\_aligning\\_torque](https://en.wikipedia.org/wiki/Self_aligning_torque)» Consulté le 14/07/2020.